

Gunter Berauer

# Vom Irrtum des Determinismus

Gereimtes und Ungereimtes  
aus unserem wissenschaftlichen Weltbild



Zweite überarbeitete und erweiterte Auflage  
Netzversion – verfügbar seit 2020 auf der Seite

[www.berauer.org](http://www.berauer.org)

# Vom Irrtum des Determinismus

Die erste Auflage  
war 2012 mit gleichem Titel und Untertitel  
erschienen im

**LIT Verlag, Berlin**

unter der Bezeichnung  
Philosophische Plädoyers Bd. 17

Diese zweite, überarbeitete und erweiterte Auflage  
**erscheint nur als Netzversion**  
Sie wird seit 2020 laufend aktualisiert und überarbeitet

**Bearbeitungsstand 8.3.2025**

Deckblattbild: Flow-Uhr / KARE Design GmbH

Gunter Berauer

# Vom Irrtum des Determinismus

## Gereimtes und Ungereimtes aus unserem wissenschaftlichen Weltbild

### Kurzfassung der aktuellen Netzversion der zweiten Auflage

*Das Buch widerlegt die Vorstellung, unsere Welt sei aus sich selbst heraus und ohne den Zufall vollständig kausal erklärbar. Es wird gezeigt, dass der Zufall auf allen Größenskalen wirkt, und im Wechselspiel mit naturgesetzlichen Notwendigkeiten für alles Werden in der Welt verantwortlich ist. Auch Freiheit manifestiert sich als ein solches Wechselspiel und ist damit weder Illusion, noch ein Widerspruch zur Natur, sondern schöpferisches Wirkprinzip in ihr. Es werden verschiedene Versuche diskutiert und widerlegt, den Determinismus zu retten oder eine Verträglichkeit zwischen Determinismus und Freiheit zu konstatieren. Auf einem weiten Streifzug durch unser wissenschaftliches Weltbild wird dann versucht, physikalische Erkenntnisse und logische Zusammenhänge zwar einfach, aber doch auch mit einem gewissen Teil des nötigen mathematischen Beiwerks zu beschreiben, wobei aber auf allzu abstrakte Formulierungen nach Möglichkeit verzichtet wird. Dabei wird viel Gereimtes gezeigt, aber auch auf manche Ungereimtheiten hingewiesen.*

*Der Streifzug umfasst in Teil I unser derzeitiges Weltverständnis, in Teil II die Grundlagen unseres wissenschaftlichen Denkens und befasst sich in Teil III mit den Begriffen Zufall, Notwendigkeit und Freiheit. In Teil IV werden die wichtigsten Erkenntnisse und Aussagen der Physik über unsere nichtdeterministische Welt zusammengetragen und auch philosophisch gedeutet, wobei Quantenmechanik, Relativitätstheorie und Teilchenphysik im Vordergrund stehen. Teil V beschäftigt sich damit, wie, woraus und nach welchen Prinzipien alles in unserer Welt geworden ist, was weiter werden könnte und wie sie vielleicht einmal enden wird, wobei auch die Kosmologie gebührend zu Worte kommt. Der letzte Teil VI befasst sich mit dem Wesen von Freiheit, Schuld und Unschuld, betrachtet aus einem naturwissenschaftlich-philosophischen Blickwinkel.*

### **Der Autor:**

Dr. Gunter Berauer war bis 2003 in der Luft- und Raumfahrtindustrie tätig.  
Seit seiner Pensionierung ist er freier Wissenschaftler.

# Vom Irrtum des Determinismus

*Diese zweite Auflage, erstmalig 2020 veröffentlicht  
auf der Internetseite [www.berauer.org](http://www.berauer.org),  
ist gewidmet*

*meinen Söhnen Frank und Jürgen  
und meinen Enkeln Inge und Jan*

*Gunter Berauer*

## Vorwort des Autors und Inhaltsübersicht

Im Jahre 1981 formulierte der Berner Philosoph Peter Bieri in [1] ein Problem, das er Trilemma nannte, und welches darin besteht, dass von drei ihm richtig und plausibel erscheinenden Aussagen nur jede Auswahl von zweien richtig sein konnte. Es handelt sich um die Aussagen, dass erstens mentale Phänomene nichtphysikalische Phänomene sind, dass zweitens mentale Phänomene im Bereich physikalischer Phänomene kausal wirksam sind, und dass drittens der Bereich physikalischer Phänomene kausal geschlossen ist. Wenn die ersten beiden richtig sind, dann muss die dritte falsch sein, wenn die erste und dritte richtig sind, muss die zweite falsch sein, und wenn die zweite und dritte richtig sind, muss die erste falsch sein.

Als ich vor einigen Jahren im Internet-Lexikon Wikipedia von diesem Problem las, fiel mir schnell auf, dass man über die erste Aussage zwar auch streiten kann, dass die dritte aber mit Sicherheit falsch ist. Unter Berücksichtigung der Erkenntnisse aus der Quantenmechanik ist nämlich der Bereich der physikalischen Phänomene gar nicht kausal geschlossen. Das zeigt sich schon am einfachen Beispiel eines radioaktiven Atoms, für dessen zufälligen Zerfall es in dieser Welt keine Ursache gibt. Und wenn die dritte Aussage gar nicht zutrifft, dann bricht das ganze Trilemma in sich zusammen. Ich habe dann versucht, den Wikipedia-Eintrag entsprechend zu ergänzen, bin aber an der Hartnäckigkeit der privilegierten Verwalter dieser Seite gescheitert. Das hat mir einmal mehr gezeigt, wie tief selbst nach fast 100 Jahren Quantenmechanik der Glaube an eine deterministische Welt immer noch in den Köpfen der Wissenschaftler und Philosophen verankert ist.

Dieses und ähnliche Erlebnisse haben mich darin bestärkt, das vorliegende Buch zu schreiben, wobei es mir anfangs auch lediglich darum ging, dem Irrtum des Determinismus zu begegnen. Die Arbeiten an diesem Thema haben mich dann aber dazu bewogen, den thematischen Fokus zu erweitern und das Buch zu einem kritischen Streifzug auch durch andere Teile unseres wissenschaftlichen Weltbildes werden zu lassen. Neben dem Irrtum vom Determinismus habe ich dabei auch noch andere Ungereimtheiten gefunden und versucht, diese durch eigene Ideen und Thesen aufzulösen oder zumindest einer Klärung näher zu bringen.

Da das Indeterministische in unserer Welt ganz wesentlich auf den Unbestimmtheiten in der Mikrophysik gründet, musste ich einen nicht unerheblichen Teil des Buches der Quantenmechanik widmen. Ich habe zwar versucht, dies so verständlich wie möglich zu gestalten, einige mathematische Vorkenntnisse musste ich dabei beim Leser aber doch voraussetzen.

Das Buch beschreibt in **Teil I** was wir als unsere Welt verstehen und dass wir zwischen einer immanenten und einer transzendenten Welt unterscheiden müssen. Ferner wird in Teil I der Begriff des Determinismus erläutert und zwischen drei Arten, dem statischen, dem dynamischen und dem ethischen Determinismus unterschieden. Es wird gezeigt, wie man diese drei, ohne die Quantenmechanik zu bemühen, mit rein logischen Mitteln bereits widerlegen oder zumindest in Schranken verweisen kann. In **Teil II** werden die Grundlagen unseres wissenschaftlichen Denkens diskutiert und dabei auch die klassischen Denkgesetze kritisch hinterfragt. Ferner geht es darin um unsere menschlich subjektiven und die wissenschaftlichen Vorstellungen von Raum und Zeit, es geht um die Erhaltungssätze und ihre Beziehungen zum Determinismus, um den grundsätzlichen Unterschied zwischen Möglichem und Faktischem, sowie darüber, was wir über die Wahrheit und Exaktheit von Theorien sagen können. In **Teil III** werden mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung die mathematischen Grundlagen für die Quantenmechanik gelegt. Ferner wird in Teil III gezeigt, dass Freiheit etwas mit dem Zufall zu tun hat, und es wird die Behauptung der Kompatibilisten widerlegt, dass Freiheit mit Determinismus verträglich sei. Daran schließt sich in **Teil IV** die Beschreibung quantenmechanischer

und daraus abgeleiteter Phänomene an, die letztlich allen Vorgängen zugrunde liegen, die wir in der Welt beobachteten. Dabei wird auch einiges kritisch hinterfragt und auf meines Erachtens fehlerhafte Interpretationen der Aussagen der Quantenmechanik hingewiesen. Ferner wird gezeigt, dass sich die Identität eines Objektes quantenmechanisch begründen lässt, und wie sich die mikrophysikalischen Unschärfen und Unbestimmtheiten in den Meso- und Makrokosmos transformieren. In den Teilen III und IV werden auch einige fruchtlose Versuche beschrieben, den Zufall zu vertreiben oder zu umgehen, wozu auch die Mär vom deterministischen Chaos und die Tautologie einer probabilistischen Kausalität zählen. In **Teil V** geht es um das Sein und Werden in unserer Welt, um monistische und dualistische Weltanschauungen, sowie um das Zusammenspiel der Schöpfungsprinzipien Zufall und Notwendigkeit, bzw. Spontaneität und Rationalität, welches alles in der Welt hat werden lassen und weiterhin werden lässt. In Teil V wird auch auf die Standardkosmologie eingegangen, mit der aus meiner Sicht noch nicht ganz gereimt versucht wird, zu erklären, was wir im Weltall beobachten. Dabei wird auch auf einige vermeintliche Ungereimtheiten hingewiesen und ein kosmologisches Trilemma aufgezeigt. **Teil VI** ist schließlich den Begriffen Freiheit und Schuld gewidmet. Es wird gezeigt, dass es, entgegen der Ansicht vieler Neurophysiologen und auch einiger anderer Wissenschaftler und Philosophen, Freiheit in unserer Welt tatsächlich gibt und dass diese identisch ist mit dem genannten schöpferischen Wechselspiel zwischen mikrophysikalisch begründetem Zufall und naturgesetzlicher Notwendigkeit. Man kann deshalb auch sagen, dass es die Freiheit ist, die alles in der Welt werden lässt. Ferner wird gezeigt, wie Freiheit und Schuld zusammenhängen, dass beide Konzepte einem Relativitätsprinzip unterliegen, und dass man interessanterweise zwischen Schuld und Unschuld nur deshalb unterscheiden kann, weil es in unserer Welt den Zufall gibt. Im **Schlusswort** wird auch noch einmal die Erkenntnis aus den vorangegangenen Kapiteln zusammengefasst und diskutiert, dass es in unserer nichtdeterministischen Welt unmöglich ist, alle beobachteten Phänomene aus dem Inneren der Welt vollständig zu erklären und zu begründen, und dass dies auch weder eindeutig noch vollständig in höher dimensionalen Überwelten gelingen kann, wie viele Dimensionen man auch immer bemüht. Nur in einer in jeder Beziehung unbegrenzten Welt mit unendlich vielen Dimensionen, für die es keine Überwelt mehr gibt, könnte sich vielleicht alles in göttlicher Ordnung fügen; wissen tun wir das aber auch nicht. – Soweit zum Inhalt.

Manche Leser mögen denken, dass es mir gar nicht zustünde, zu all diesen Themen Stellung zu beziehen. Ich bin weder Physiker noch Philosoph, noch bin ich ein bekannter Professor oder Wissenschaftsjournalist. Ich bin lediglich Doktor der Ingenieurwissenschaften, der sich die auf den anderen Gebieten der Wissenschaften und der Philosophie für dieses und sein erstes Werk (siehe [25]) nötigen Kenntnisse teilweise schon während seines Berufslebens, vorwiegend aber nach seiner Pensionierung als Autodidakt und in Vorlesungen an der Ludwig-Maximilians-Universität München angeeignet hat. Ich bin sozusagen ein Außenseiter, der aber glaubt, die in diesem Buch angesprochenen Wissensgebiete zumindest so weit zu überblicken, dass er qualifiziert mitreden kann, und der vielleicht auch den Vorteil für sich verbuchen kann, dass sein Blick manchmal ungetrübter sein könnte, als der eines Spezialisten.

Ich möchte mich an dieser Stelle für die vielen Anregungen und auch die konstruktive Kritik bedanken, die ich von Freunden, Studienkollegen, wissenschaftlichen Diskussionspartnern und Professoren zu meinem Manuskript erhalten habe. Besonders erwähnen möchte ich dabei die Herren Professor Dr. Björn Brembs, Professor Dr. Martin Heisenberg, Paul Kalbhen, Wolfgang Rebhan und Herrn Professor Dr. Gerhard Vollmer. Während der Überarbeitungen seit 2020 habe ich zu den Kapiteln 20.3 und 20.4 von den Kosmologen Dr. Thomas Buchert und Professor Dr. Jochen Weller wertvolle Denkanstöße erhalten, für die ich mich ebenso recht herzlich bedanke.

*Gunter Berauer*

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort des Autors und Inhaltsübersicht</b> .....	5
<b>Inhaltsverzeichnis</b> .....	7
<b>Teil I: Von unserem Weltverständnis und dem Determinismus</b> .....	10
1. Was wir unter unserer Welt verstehen .....	10
2. Vom Konzept des Determinismus und seinen Varianten .....	13
3. Kritische Bemerkungen zum Determinismus .....	17
3.1 Kritik des statischen Determinismus .....	17
3.2 Kritik des ethischen Determinismus .....	18
3.3 Kritik des dynamischen Determinismus .....	20
4. Wo wir heute stehen .....	21
<b>Teil II: Von den Grundlagen unseres wissenschaftlichen Denkens</b> .....	25
5. Über die Gesetze des Denkens .....	25
5.1 Die klassischen Denkgesetze .....	25
5.1.1 <i>Der Satz von der Identität</i> .....	25
5.1.2 <i>Der Satz vom Ausschluss</i> .....	26
5.1.3 <i>Der Satz vom zureichenden Grund</i> .....	30
5.2 Die logisch-mathematischen Denkgesetze .....	31
6. Über Raum und Zeit in Vorstellung und Wissenschaft .....	33
6.1 Raum und Zeit als menschliche Grundvorstellung .....	33
6.2 Die Physik von Raum und Zeit .....	35
6.2.1 <i>Von der relativistischen Raumzeit</i> .....	36
6.2.2 <i>Vom Anfang, vom Ende und vom Lauf der Zeit</i> .....	40
6.2.3 <i>Von der Transzendenz der Zeitachse</i> .....	43
6.2.4 <i>Raum-Zeit-Symmetrien und Erhaltungssätze</i> .....	46
6.3 Von der subjektiven Relativität der Zeit .....	50
7. Über Erscheinungen, das Ding an sich, Mögliches und Faktisches .....	53
8. Über Theorien und ihre Wahrheit .....	56
8.1 Vom Problem zur Theorie .....	56
8.2 Was uns Theorien sagen .....	58
8.3 Über die Wahrheit und Exaktheit von Theorien .....	62
8.4 Über die Absurdität einer deterministischen Welt .....	65
<b>Teil III: Von Zufall, Notwendigkeit und Freiheit</b> .....	67
9. Von Notwendigkeiten und dem Zufall .....	67
10. Von Möglichkeiten und Wahrscheinlichkeiten .....	69
11. Von Verteilungsfunktionen und Zufallsvariablen .....	72
12. Vom tautologischen Fluchtversuch in die probabilistische Kausalität .....	75
13. Von Zufall und Freiheit und dem Irrtum des Kompatibilismus .....	77

<b>Teil IV: Von der Physik des Indeterminismus</b> .....	82
14. Die Mär vom deterministischen Chaos .....	82
15. Die Quelle des Zufalls in unserer Welt .....	84
15.1 Historisches zur Natur des Lichtes .....	84
15.2 Über die Quantelung des Lichtes .....	87
15.3 Über das Konzept der Materiewellen .....	89
15.4 Das verallgemeinerte komplexe Wellenkonzept und die Kopenhagener Deutung .....	91
15.5 Die zeitliche Entwicklung der Wellenfunktionen .....	97
15.6 Von der Freiheit der Teilchen .....	102
15.6.1 <i>Über die Beobachtung von Teilchen</i> .....	103
15.6.2 <i>Die Unschärferelationen und ihre Bedeutung</i> .....	107
15.7 Über eine zweite Verallgemeinerung des Wellenbegriffs und das Experiment mit der Katze .....	117
15.8 Der (mikro-)physikalische Messprozess: Zusammenfassung, Ergänzungen ...	119
15.9 Von den Feldtheorien und der Teilchenphysik .....	128
16. Über die Identität und Individualität von Objekten .....	132
16.1 Unterscheidbarkeit und Identität .....	132
16.2 Klonierung und Teleportation .....	133
17. Über neuere Versuche, den Zufall aus der Welt zu vertreiben .....	135
18. Die stochastischen Verstärkungsmechanismen .....	137
<b>Teil V: Vom Sein und Werden in unserer Welt</b> .....	144
19. Das Schöpfungsinstrumentarium .....	144
19.1 Die Schöpfungsbausteine oder woraus alles ist .....	144
19.2 Die Schöpfungsprinzipien oder wie alles wird .....	149
20. Zur Entwicklungsgeschichte des Alls .....	153
20.1 Wie die Welt heute ist .....	153
20.2 Schöpfung aus dem Nichts, Fakten und Spekulationen zum Anfang .....	159
20.3 Die Entwicklungsgleichungen der Standardkosmologie .....	162
20.4 Kritische Bemerkungen zur Standardkosmologie und ein kosmologisches Trilemma .....	169
20.5 Verschwunden im Nichts, Spekulationen über ein Ende .....	172
<b>Teil VI: Vom Wesen der Freiheit, von Schuld und Unschuld</b> .....	174
21. Über die Begriffe Freiheit und Unfreiheit .....	174
21.1 Interpretationen und Sichtweisen der Freiheit .....	174
21.2 Über die Relativität der Freiheit, Beziehungen zwischen innerer und äußerer Freiheit .....	176
22. Über die Begriffe Schuld und Unschuld .....	178
22.1 Die Beziehungen zwischen Schuld und Freiheit .....	178

22.2	Über die Relativität der Schuld, Beziehungen zwischen persönlicher und zugewiesener Schuld .....	179
<b>23.</b>	Über das Wesen der Freiheit in unserer Welt .....	181
23.1	Über die Struktur des Entscheidungsprozesses .....	181
23.2	Von der Freiheit und den Schöpfungsprinzipien .....	182
<b>Schlusswort</b> .....		185
<b>Schrifttum</b> .....		189
<b>Anschrift des Autors</b> .....		194

# Teil I: Von unserem Weltverständnis und dem Determinismus

## 1. Was wir als unsere Welt verstehen

In diesem Buch werden Fundstücke von einem Streifzug durch unser Weltbild vorgestellt und diskutiert, wobei es sich vorwiegend um Teile unseres naturwissenschaftlichen Bildes von der Welt handeln wird. Unter unserer Welt wollen wir alles das verstehen, was uns Menschen durch Beobachtungen zugänglich ist, einschließlich der menschlichen Gesellschaften, in die wir eingebettet leben. Aus den Beobachtungen, die wir in dieser Lebenswelt machen, konstruieren wir uns ein Weltbild.

Menschliche Bescheidenheit gebietet uns, davon auszugehen, dass es neben dem, was wir prinzipiell von der Welt erfahren und in ihr durch Beobachtungen wahrnehmen können, auch noch Dinge gibt oder geben könnte, zu denen wir grundsätzlich keinen Zugang haben, die wir uns also *nicht* durch Beobachtungen erschließen können. Dabei soll es sich nicht um Dinge handeln, von denen wir heute noch nichts wissen, es aber evtl. noch lernen könnten, so wie man eben in Europa nichts von dem Kontinent Amerika wusste, bevor Kolumbus 1492 gen Westen segelte, oder von elektromagnetischen Wellen nichts wusste, bevor Maxwell im 19. Jahrhundert seine Gleichungen aufgestellt hatte. Sondern um mögliche Aspekte der Welt, zu denen wir auf Grund unserer menschlich-physikalischen Natur prinzipiell und absolut keinen empirischen Zugang haben *können*. Diesen Bereich nennen wir den transzendenten Bereich, im Gegensatz zum immanenten, der uns prinzipiell und einzig für Beobachtungen, Gewinnung von Erfahrungen oder Messungen zugänglich ist. Über die transzendente Welt können wir nichts wirklich wissen, wir können nur darüber spekulieren. So bleibt z.B. einem hypothetischen, flächenhaften Wesen, das in seiner Welt nur zwei Raumdimensionen kennt, die Erfahrung einer dritten Dimension grundsätzlich verwehrt. Das Wesen müsste die dritte Raumdimension dem Transzendenten zuordnen und könnte über dortige Ereignisse nur mutmaßen; für uns Menschen, die wir in drei Raumdimensionen leben, liegt die dritte Dimension im Immanenten, wo wir nicht auf Mutmaßungen angewiesen sind. Ähnlich wie dem Flächenwesen ginge es uns Menschen aber, wenn es eine vierte oder auch noch weitere Raumdimensionen geben sollte. Diese lägen für uns wiederum im Transzendenten. Die Beispiele zeigen, dass wir uns die gesamte Welt als eine Überwelt vorstellen können, in der die immanente als Teilwelt (oder als „Unterwelt“) enthalten ist, wie eben auch eine Fläche als zweidimensionaler Raum ein Unterraum des dreidimensionalen Raumes und der dreidimensionale Raum ein Unterraum des vierdimensionalen Raumes ist. Die gedachten höheren Raumdimensionen stellen also eine vorgestellte, für uns aber nicht als existent nachweisbare Erweiterung des Raumes dar. Neben solchen räumlich für uns unzugänglichen Welten könnte es auch Welten geben, die zeitlich von uns abgeschnitten sind. Solche scheint es tatsächlich in Form der schwarzen Löcher zu geben, die wir in den Zentren der Galaxien annehmen können. Diese Gebilde sind durch ihre immens hohe Dichte in eine für den äußeren Beobachter nicht mehr zugängliche Zeitsphäre entglitten und liegen damit für uns zeitlich im Transzendenten. Zur Transzendenz der Zeit gibt es aber noch mehr zu sagen, damit werden wir uns in Kapitel 6.2.3 beschäftigen.

Auch in allen vernünftigen Religionen wird die Welt in einen immanenten Teil, das Diesseits, und einen transzendenten Teil, das Jenseits, aufgeteilt. Im Jenseits stellen sich die Menschen oft einen Gott oder mehrere Götter vor und versuchen durch Rituale und Andacht sich der Grenze zum Transzendenten zu nähern, um dort wenigstens einige Schatten aus dem ansonsten unzugänglichen „Jenseits“ zu erhaschen. Mit seinen transzendent-religiösen Vorstellungen versucht der Gläubige Erklärungen für die Welt und sein eigenes Leben zu finden. Schat-

ten aus der transzendenten herüber in unsere immanente Welt darf man sich nicht nur im religiösen Sinne, sondern auch physikalisch vorstellen. Dazu betrachten wir noch einmal das Beispiel des zweidimensionalen Wesens, welches durchaus Projektionen von dreidimensionalen Gegenständen in seiner flächenhaften Welt sehen könnte, wie etwa eine schwarze Linie als Schatten eines aus der Fläche ins Dreidimensionale herausragenden Stabes. Da es aber unendlich viele Gebilde im Dreidimensionalen gibt, die auf diese Fläche denselben Schatten werfen würden (etwa Stäbe in verschiedenen Winkellagen, senkrecht auf der Fläche stehende Bleche verschiedener Formen, etc.), kann das zweidimensionale Wesen die *wahre* Ursache für diesen Schatten *nie* zweifelsfrei herausfinden. Analog kann man sich auch aus einem vierdimensionalen Raum in den dreidimensionalen geworfene Schatten vorstellen, für die es dann auch im Allgemeinen beliebig viele verschiedene Ursachen im Vierdimensionalen geben dürfte. Aus diesem Beispiel kann man schließen, dass wir nie in der Lage sein werden, für in der immanenten Welt gemachte, hier aber nicht erklärliche Beobachtungen und Sachverhalte in der transzendenten Welt eine *eindeutige* Begründung oder Ursache anzugeben. Im Allgemeinen wird es immer mehrere (oder gar unendlich viele) transzendente Begründungen für denselben immanenten Sachverhalt geben. Das zeigt uns nochmals, dass die Transzendenz ein Bereich ist, über den wir nur Vorstellungen entwickeln können, die sich aus dem Immanenten heraus aber nicht überprüfen oder beweisen lassen.

Der hier benutzte Begriff der Transzendenz darf nicht verwechselt werden mit dem, was in der Mathematik mit transzendenten Zahlen gemeint ist. Darunter versteht man alle irrationalen Zahlen, die keine Lösungen einer algebraischen Gleichung (mit rationalen Koeffizienten) endlichen Grades sind. Die bekanntesten Beispiele sind die Kreiszahl  $\pi = 3,1415926\dots$  und die Basis des natürlichen Logarithmus  $e = 2,7182818\dots$ . Da es in unserer immanenten Welt Größen gibt, die transzendente Zahlwerte annehmen können, haben diese Zahlen eine wirkliche, reale Bedeutung. Anders sieht es bei den imaginären und komplexen Zahlen aus. Die Einheit der imaginären Zahlen ist die Quadratwurzel aus der negativen Zahl  $-1$ . Diese Quadratwurzel gibt es in dieser Welt natürlich nicht; man stellt sie sich nur vor, sie existiert nur in der Imagination. Komplexe Zahlen sind Kombinationen von reellen und imaginären Zahlen. In unserer immanenten Welt beobachten wir keine Eigenschaften oder Größen, denen wir imaginäre oder komplexe Zahlwerte zuschreiben müssten. Da diese Zahlen nur in unserer Vorstellung existieren und nicht in der Welt nachweisbar sind, liegen sie in einer für uns transzendenten Welt. So wie die Annahme höherer Raumdimensionen eine transzendente Erweiterung des geometrischen Raumes darstellt, so stellen die komplexen Zahlen eine transzendente Erweiterung des Zahlenraumes dar. Physiker und Ingenieure bedienen sich oft des Hilfsmittels der, für uns im Transzendenten liegenden, komplexen Zahlen, um reale, immanente Sachverhalte sehr elegant und einfach zu beschreiben oder, korrekter gesagt, zu *umschreiben*. Beispiele dafür sind die komplexe Wechselstromrechnung, mit der angehende Elektroingenieure im Studium traktiert werden, sowie die komplexe Darstellung elektromagnetischer Wellen und der Wellenfunktionen in der Quantenmechanik, mit denen sich die Physikstudenten herumplagen müssen und mit denen auch wir uns in späteren Kapiteln dieses Buches noch beschäftigen werden. Diese transzendenten Beschreibungen realer Erscheinungen haben sich als äußerst hilfreich erwiesen, obwohl die mit dieser Methode beschriebenen Größen, wie elektrische Ströme und Spannungen, magnetische und elektrische Feldstärken niemals als komplexe Werte gemessen werden könnten. Messen kann man nur deren Projektionen in die immanente Welt der realen physikalischen Größen mit reellen Zahlenwerten.

An dieser Stelle sei auch auf die Stringtheorie (siehe [18], [19]) hingewiesen, mit der heutige Physiker über Vorgänge in einem vorgestellten Raum mit vielen (10 oder 11) Dimensionen, einem für uns Menschen völlig transzendenten Raum, Ereignisse und Erscheinungen in unse-

rer dreidimensionalen Welt zu erklären versuchen, etwa die Vorgänge beim Urknall oder die Werte der Naturkonstanten. Sicher darf man solche Vorstellungen entwickeln, sie sind auch vielleicht hilfreich zum Verstehen der diesseitigen (immanenten) Welt. Man sollte sich nur hüten, bei den beschriebenen Vorgängen in der hochdimensionalen Welt von Tatsachen zu reden, und man sollte auch nicht sagen, dass nach der Stringtheorie unsere Welt elfdimensional *sei*, denn es handelt sich ja nur um eine vielleicht nützliche, aber unbeweisbare Hilfsvorstellung, wie das ja auch bei den komplexen Zahlen der Fall ist. Und wie wir uns oben ja schon plausibel gemacht hatten, könnte es in der vieldimensionalen Welt der Stringtheorie bei gleicher Wirkung im Immanenten auch ganz anders aussehen oder zugehen, als die Stringtheoretiker behaupten. Das erinnert an die Worte von Papst Urban VIII. (angeblich als Kommentar zu Galileo Galileis Werk *Dialog über die zwei wichtigsten Weltsysteme*): „Gott kann aufgrund seiner Allmacht jedes gegebene natürliche Phänomen auf viele verschiedene Weisen schaffen ... Es ist deshalb vonseiten der Naturphilosophen eine Anmaßung zu behaupten, sie hätten die einzige Lösung gefunden.“ Der Erklärungserfolg der Stringtheorie hält sich übrigens nach [40] bisher auch in Grenzen. Derzeit (im Jahre 2020) ist es um sie auch recht ruhig geworden. Vielleicht gelingt es dieser transzendenten Theorie ja doch einmal, ähnlich erklärungsstark zu werden wie die (transzendente) Beschreibung von Naturvorgängen mit komplexen Zahlen.

Fassen wir zusammen: Die gesamte Welt müssen wir uns so vorstellen, dass sie aus einem für uns zugänglichen immanenten inneren Teil besteht, der in eine übergeordnete, für uns transzendente Überwelt als Teilwelt eingebettet ist. Und nur in der immanenten Teilwelt können wir Menschen überhaupt irgendetwas empirisch herausfinden. Über die transzendente Welt können wir zwar Vorstellungen entwickeln, von diesen Vorstellung aber nichts nachweisen. Umgekehrt formuliert, müssen wir damit aber auch alles *das* zur transzendenten Welt zählen, was wir uns zwar vorstellen, wie etwa höher-dimensionale Räume oder die komplexen Zahlen, aber in der Welt prinzipiell nicht vorfinden oder nachweisen können. Und wenn wir eine in der Immanenz unerklärliche Erscheinung aus der Transzendenz heraus erklären wollen, so wird es dort im Allgemeinen auch viele mögliche Ursachen geben, die alle zur gleichen Erscheinung in der Immanenz führen würden. Das bedeutet, dass sich für solche Erscheinungen nirgends, weder im Immanenten noch im Transzendenten, eine *eindeutige* Begründung finden lässt und ihnen allein schon deshalb etwas Zufälliges anhaftet. Mit dem Begriff des Zufalls werden wir uns später noch ausführlich beschäftigen.

Aus menschlicher Bescheidenheit heraus hatten wir eine transzendente Welt konzedieren müssen. In diesem Sinne ist sie eine Welt von unbeweisbar Möglichem. Nach den obigen Überlegungen ist aus ihr *auch* ein Platz für abstrakte menschliche Vorstellungen geworden, die uns helfen können, uns Erscheinungen in unserer immanenten Welt zu erklären, sie zu beschreiben, oder, wie im Falle der Religionen, einen Sinn in unserem Leben zu finden. Beweisen kann man von all dem nichts. Die Transzendenz ist damit eine vorgestellte, nicht nachweisbare Erweiterung unserer immanenten Welt. Wichtig ist dabei festzuhalten, dass lediglich die Inhalte der genannten Vorstellungen im Transzendenten liegen, nicht die realen geistigen Vorgänge, die damit verbunden sind, wenn wir Menschen Ideen haben oder Vorstellungen entwickeln. Diese gedanklichen Vorgänge liegen natürlich im Immanenten.

Nun stellt sich die Frage was das ist, das wir in der immanenten Welt herausfinden können. Zunächst sind das sicher Dinge, die wir als Sachverhalte oder Fakten bezeichnen; gemeint sind Aspekte des Seienden, die wir mit sogenannten ontischen (d.h. das Seiende betreffenden) Sätzen der Form „dies und das ist so und so“ beschreiben können, und um die es in den Naturwissenschaften im Wesentlichen auch geht. Nun gibt es aber neben der Welt des Seienden auch noch eine andere Welt, nämlich die Begriffswelt des Sollens, Wollens und Dürfens, die besonders im menschlichen Zusammenleben eine Rolle spielt. Dabei handelt es sich nicht,

wie in der Welt der Fakten, um Geschehnisse, Geschehenes oder etwas physikalisch Vorliegendes, sondern vielmehr um ideelle Vorgaben, Handlungsanweisungen oder Empfehlungen. Natürlich sind Wollen, Sollen und Dürfen auch existent, aber in einer anderen, abstrakten Form, anders als die Existenz von Ereignissen und Geschehnissen wie z.B. ein Verkehrsunfall. Wollen, Sollen und Dürfen haben zwar einen Einfluss auf künftiges Verhalten und Geschehen, obgleich niemals einen zwangsläufigen, sie sind selbst aber keine Geschehnisse oder physikalische Fakten. Diese Aspekte werden mit sogenannten deontischen (d.h. nicht das Seiende betreffenden) Sätzen, wie etwa „Du sollst dies und das tun oder unterlassen“ formuliert, die besonders in der Ethik in Form moralischer Verhaltensanweisungen und im Rechtswesen eine wichtige Rolle spielen. Vielleicht ist es nicht zwingend notwendig, den deontischen Bereich als Teil der immanenten Welt zu sehen. Der Autor hält dies aber doch für sinnvoll, da wir Sollsätze und andere deontische Sätze in unserer immanenten Lebenswelt, insbesondere in Form normativer Vorgaben für das gesellschaftliche Zusammenleben und in Form staatlicher Gesetze, mannigfach vorfinden, ihre konkreten Auswirkungen auf das Verhalten der Menschen direkt beobachten und sie auch zumindest zum Teil aus der Immanenz heraus begründen können (wenn man sie nicht als Vorgaben einer göttlich transzendenten Instanz verstehen will). Die Naturgesetze hingegen finden wir zwar in der Immanenz auch immer wieder bestätigt, können sie aber – interessanterweise – aus dem Diesseits heraus nicht begründen.

In der uns zugänglichen, immanenten Welt können wir also zwei Bereiche unterscheiden: den Bereich des Faktischen, in welchem wir es mit ontischen Sätzen, Istsätzen oder Seinssätzen zu tun haben, und einen Bereich des Nichtfaktischen, in welchem wir es mit deontischen Sätzen, mit Sollsätzen, Wollenssätzen oder auch Dürfenssätzen zu tun haben. Diese beiden Satzkategorien sind grundsätzlich verschieden. Sollsätze beeinflussen in unserer menschlichen Gesellschaft zwar häufig (das ist ja auch ihr Zweck) das Verhalten der Menschen und damit die sich ergebenden Fakten. So sitzen am Montag früh um acht Uhr die Schüler alle in der Schule, weil sie es sollen. Fakten lassen sich also gelegentlich auf Sollsätze zurückführen. Umgekehrt lassen sich Sollsätze aber, jedenfalls nach dem Mainstream der Meinungen, nicht auf Fakten zurückführen. Auf diese Problematik werden wir in Kapitel 3.2 bei der Diskussion des ethischen Determinismus wieder zurückkommen.

Wenn in den folgenden Kapiteln von *der Welt* oder *unserer Welt* gesprochen wird, dann ist damit, wenn nicht ausdrücklich anderes gesagt, immer der für uns immanente Teil der Welt gemeint. In diesem haben wir zwei Erkenntnisbereiche ausgemacht, den ontischen Bereich der physisch-physikalischen Erfahrungen und Fakten und den deontischen Bereich, der vor allem ethisch-moralische Vorgaben, Vorstellungen und Leitsätze umfasst. Obwohl beide Bereiche wichtige Komponenten unserer menschlichen Lebenswelt sind, stammt doch die Mehrheit der in diesem Buch vorgestellten Fundstücke aus unserem physikalischen Weltbild. Das bedeutet nicht, dass der Autor dem deontischen Bereich eine geringere Bedeutung beimisst, sondern liegt lediglich daran, dass er über diesen Bereich nicht genügend fundiert sprechen könnte. Außerdem würde es den Rahmen dieses Buches sicher sprengen, sollte auch der ethische Bereich adäquat behandelt werden.

Wenden wir uns nun dem Begriff des Determinismus zu, der im Titel dieses Buches explizit angesprochen und dort als Irrtum bezeichnet wird.

## **2. Vom Konzept des Determinismus und seinen Varianten**

Der Ursprung des Wortes Determinismus liegt im lateinischen Verb *determinare*, das auf Deutsch bestimmen heißt. Wenn etwas determiniert ist, dann meint man damit, dass es durch etwas anderes bestimmt ist, oder, dass ein Sachverhalt durch einen oder mehrere andere Sach-

verhalte als seine Ursachen oder seine Gründe eindeutig und exakt festgelegt ist. Mit solchen determinierenden Ursachen oder Gründen versuchen wir Menschen uns Sachverhalte und Ereignisse zu erklären. Dabei kann es um Ereignisse oder Erscheinungen in der Natur, das Verhalten eines Menschen, oder auch um politische oder gesellschaftliche Ereignisse gehen, für die wir nach einer Erklärung suchen. So kann es sich darum handeln, erklären zu wollen, warum ein Stein vom Dach zum Boden gefallen ist und dafür fünf Sekunden gebraucht hat, oder warum ein radioaktives Atom just in diesem Moment zerfallen ist und nicht früher oder später. Es kann sich auch darum handeln, dass man erklären möchte, was einen Menschen dazu veranlasst hat, eine Entscheidung genau so und nicht anders getroffen zu haben, oder Erklärungen für den Ausbruch des ersten Weltkrieges zu finden.

Nun liegt es in unserer menschlichen Natur, für jedes und alles in der Welt, bzw. dem uns allein zugänglichen immanenten Teil, eine Erklärung zu suchen, und, wenn wir für etwas auch noch keine Erklärung gefunden haben, dennoch daran zu *glauben*, dass es eine schlüssige Erklärung gibt. Dieser Glaube liegt dem Begriff des *Determinismus* zugrunde und verleiht dem *Determiniertsein* so eine verabsolutierende Bedeutung. Wenn der Autor im Titel dieses Buches vom „Irrtum des Determinismus“ spricht, dann soll das natürlich nicht heißen, dass es kein naturgesetzliches *Determiniertsein* in dieser Welt gäbe. Es soll nur heißen, dass es daneben *auch* mannigfach Nichtdeterminiertes gibt, was – wie wir noch sehen werden – sogar so wichtig ist, dass ohne dieses Element in unserer Welt nichts hätte werden können.

Nach gängigem heutigem Verständnis bedeutet Determinismus die Auffassung, dass grundsätzlich alle künftigen Erscheinungen in allen Bereichen der Welt durch Vorbedingungen eindeutig festgelegt sind. Diesen Determinismus wollen wir hier den normalen nennen, oder, weil es sich bei den Erscheinungen um zeitlich ablaufende Ereignisse handelt, auch vom dynamischen Determinismus sprechen. In einer dynamisch (oder normal) deterministischen Welt lassen sich also für alle Ereignisse (vorherige und/oder gleichzeitige) Ursachen finden, die zwingend genau zu den aufgetretenen Ereignissen haben führen müssen. Und auch für diese Vorbedingungen lassen sich wieder Ursachen, und für diese wiederum Ursachen und so fort ad infinitum angeben. Der französische Philosoph René Descartes (1596-1650) hielt die physikalische Welt in diesem Sinne für deterministisch, die geistige Welt sah er außerhalb der physikalischen und machte über diese keine weiteren Aussagen. Sir Isaac Newton (1642-1726) und später besonders Pierre-Simon Laplace (1749-1827) gingen dann doch schon mehr davon aus, dass die von Newton entdeckten mechanistisch-deterministischen Gesetze doch die ganze Welt determinieren, inklusive dessen, was sich in unserem Gehirn abspielt, was auch heute noch meist im Begriff Determinismus impliziert wird. Allerdings gibt es da Ausnahmen; so sah etwa der 2023 verstorbene Schweizer Philosoph Peter Bieri wie Descartes nur die physikalische Welt in diesem Sinne als kausal abgeschlossen an [1].

Aus der obigen Definition ergeben sich die folgenden fundamentalen Eigenschaften einer dynamisch deterministischen Welt:

*In ihr lassen sich alle Vorgänge und Erscheinungen, inklusive dessen, was in unserem Gehirn passiert, vollständig aus dieser (immanenten) Welt heraus (man nennt das auch „intrinsisch“) aus anderen Vorgängen und Erscheinungen ableiten. Die immanente Welt ist damit in sich kausal geschlossen, Zufälle im absoluten (ontischen) Sinne gibt es nicht. Wenn uns etwas als zufällig erscheint, so liegt das nur an unserer Unkenntnis über die Ursachen. Anfänge werden nicht gesetzt, und externe (etwa transzendente) Ursachen sind zur Erklärung des beobachteten Geschehens nicht erforderlich.*

In einer dynamisch deterministischen Welt lässt sich mit Hilfe der Naturgesetze aus den Zuständen der Vergangenheit, der Gegenwart und der Umgebung des betrachteten Ortes das Ge-

schehen an diesem Ort zu jedem künftigen Zeitpunkt im Prinzip eindeutig und exakt berechnen. Alles Künftige ist damit exakt aus dem Vergangenen festgelegt. Es reichen sogar der Gesamtzustand der Welt zu einem bestimmten Zeitpunkt und die Kenntnis aller Naturgesetze, um die ganze Zukunft und unter Umständen auch die ganze Vergangenheit (siehe Kapitel 4) exakt berechnen zu können. Etwas wirklich Neues, Überraschendes, etwas, das man nicht prinzipiell bereits sicher hätte vorhersagen können, was also nicht schon vorher festgestanden hätte, kann es in einer solchen Welt nicht geben. Das heißt nicht – und das behaupten auch die Protagonisten einer deterministischen Welt nicht – dass wir alle Naturgesetze bereits kennen würden oder dass wir die zur exakten Vorhersage der Zukunft nötigen Daten aus Gegenwart und Vergangenheit auch praktisch zu beschaffen in der Lage wären. Aus diesen rein praktischen Gründen würde uns Menschen auch in einer (dynamisch) deterministischen Welt eine exakte Vorhersage der Zukunft verwehrt bleiben, obwohl diese prinzipiell möglich wäre.

Zu der Vorstellung einer deterministischen Welt hat uns Menschen der Wunsch geführt, alle Geschehnisse erklären zu können. In einer im Sinne der obigen Definition deterministischen Welt gelingt das zwar, aber zu dem Preis, dass wir von gegebenen Naturgesetzen und Naturkonstanten ausgehen müssen, die wir nicht weiter – zumindest nicht vollständig – begründen können. Man kann sich schon die Frage stellen, warum die Naturgesetze so sind, wie sie sind, und nicht anders. Warum verknüpft z.B. das Grundgesetz der Mechanik die Masse eines Körpers und die Kraft, die man für seine Beschleunigung benötigt in der einfachen Weise *Kraft ist gleich Masse mal Beschleunigung*? Und warum haben die Naturkonstanten ihre spezifischen Zahlenwerte, wie z.B. die Lichtgeschwindigkeit den Wert von etwa 300.000 km/s?

Der Wunsch und der Glaube, auch diese zeitlich konstanten Sachverhalte innerweltlich oder diesseitig zu erklären, führt zu einem zweiten Determinismus-Begriff, den ich hier, in Abgrenzung zum normalen oder dynamischen, den statischen Determinismus nennen möchte. Mit ihm wird die Determinismushypothese auf die uns als statisch erscheinenden Fakten der Welt, vor allem auf die beobachtbaren Naturgesetze und Naturkonstanten angewandt. Eine im statischen Sinne deterministische Welt hat die folgenden fundamentalen Eigenschaften:

*In ihr sind alle Naturgesetze, die uns bereits bekannten und die uns noch nicht bekannten, sowie die Zahlenwerte aller bereits bekannten und noch nicht bekannten Naturkonstanten intrinsisch aus unserer immanenten Welt heraus ohne Zusatzannahmen vollständig begründbar, was auch für die Begründungen und deren Begründungen ad infinitum gilt. Damit sind Naturgesetze und Naturkonstanten notwendigerweise jetzt genau so wie sie sind. Axiomatische, nicht weiter begründbare Anfangspostulate braucht man nicht, und transzendente, außerhalb der immanenten Welt liegende Gründe sind nicht erforderlich.*

Dabei kann man auch eine zeitliche Entwicklung der Gesetze und Naturkonstanten über die Entstehungsgeschichte des Weltalls mit einbeziehen, sozusagen eine „langsame“, aber intrinsisch erklärbare Veränderung oder gar Entstehung derselben erlauben.

Die beiden bisher erwähnten Varianten des Determinismus beziehen sich auf *den* Bereich der immanenten Welt, den wir in Kapitel 1 als die Welt des Seienden, des Ontischen oder der physisch-physikalischen Erscheinungen bzw. Fakten bezeichnet hatten. Nun gibt es aber auch noch eine dritte Determinismus-Variante, die sich auf den deontischen Teil der immanenten Welt bezieht, namentlich auf die in einer menschlichen Gesellschaft geltenden ethisch-moralischen Prinzipien und Handlungsanweisungen.

*Der ethische Determinismus postuliert, dass sich alle vernünftigen ethischen Normen, aus denen dann zu befolgende Handlungsanweisungen für den Menschen abgeleitet werden können, vollständig und eindeutig aus dieser Welt heraus begründen lassen.*

Sicher kann man auch noch andere deterministische Sichtweisen in Teilgebieten unseres Weltbildes ausmachen. Ein Beispiel ist die Biologie. So war z.B. nach der erstmaligen Beschreibung der Struktur des Erbmoleküls Desoxiribonukleinsäure (DNS) durch Watson und Crick im Jahre 1953 der Glaube weit verbreitet, man hätte damit den Schlüssel gefunden, um jedes und alles, was einen individuellen Menschen ausmacht, vollständig aus seiner, einmal entschlüsselten DNS heraus erklären zu können. Man hätte dann sozusagen den „gläsernen Menschen“ vor sich. Eine Erwartung, die sich (natürlich oder Gott sei Dank) nicht erfüllt hat. Derartige Spezialdeterminismen sind aber bereits im statischen und dynamischen Determinismus erfasst. Wir können uns daher mit den drei genannten Varianten begnügen.

Zusammenfassend kann man sagen, dass es in einer deterministischen Welt, besonders in einer total deterministischen, in der alle drei Determinismen, der statische, der dynamische und der ethische gelten, auf jede (vernünftige) Frage auch eine klare Antwort gibt. Auch wenn die Vertreter des Determinismus nicht behaupten, sie hätten bereits alle Antworten gefunden, so gehen sie aber doch davon aus, dass es prinzipiell auf jede mögliche Frage, die wir in unserer uns zugänglichen Welt stellen können, auch eine aus unserer abgeschlossenen (immanenten) Welt heraus kausal ableitbare eindeutige Antwort gibt. Die Ansicht, dass alles und jedes aus (positiven) diesseitigen Befunden ohne Zuhilfenahme transzendenter Aspekte erklärbar sei, nennt man auch *Positivismus*. Man kann damit beim Determinismus auch von einer „positivistischen Schließung“ der Welt sprechen. In Kapitel 5 werden wir aber sehen, dass es eben doch (vernünftige) Fragen gibt, die sich nicht beantworten oder entscheiden lassen.

Viele Ereignisse in der physikalischen und der menschlich-gesellschaftlichen Welt laufen in der Tat, zumindest über beschränkte Zeiträume und nicht unbedingt immer völlig exakt, im dynamischen Sinne deterministisch ab, weshalb uns die Determinismushypothese beim Verstehen der Welt äußerst hilfreich war und immer noch ist. Ohne sie wäre die wissenschaftliche und technische Entwicklung in der Welt nicht möglich gewesen. Den Anfang zu diesem Denken hat Descartes (1596-1650) gelegt, der das teleologische, auf ein Ziel ausgerichtete Weltbild des Aristoteles (384-322 v. Chr.) durch ein kausalistisches ersetzte und der glaubte, man könne alles in der physikalischen Welt (im dynamisch deterministischen Sinne) auf die Wirkung von Druck und Stoß zurückführen. In gewissem Umfang stimmt das ja auch. Wir können auch viele Naturgesetze und auch ethisch-moralische Normen und Handlungsanweisungen auf andere logisch zurückführen. In ihrer strikten Absolutheit erweist sich diese Begründbarkeitshypothese aber in allen drei Bereichen als grundsätzlich falsch. Die in unserer Welt vorhandenen nichtdeterministischen Zufälligkeiten, die den dynamischen Determinismus letztlich ad Absurdum führen, sind dabei nicht nur – wie oft behauptet – lästige Nebenerscheinungen, die sich im Meso- und Makrokosmos ausmitteln (was sie gar nicht tun; siehe später). Im Gegenteil, der Zufall ist als Phantasie der Schöpfung im Zusammenspiel mit den Naturgesetzen ursächlich für die Entstehung der wunderschönen Vielfalt der Erscheinungen verantwortlich, die wir in der Natur beobachten.

Im Verlaufe der folgenden Kapitel werden wir mit Hilfe logischer und mathematischer Argumente sowie an Hand heutiger wissenschaftlicher und philosophischer Erkenntnisse immer wieder zeigen können, dass unsere Welt nicht deterministisch ist. In Kapitel 3 beginnen wir mit einer kritischen Analyse der drei oben definierten Determinismus-Varianten. Sie wird zeigen, dass bei allen drei Hypothesen deren Annahme bereits zu logischen Widersprüchen führt, und dass unsere Welt deshalb – zumindest im Sinne dieser drei Hypothesen – gar nicht deterministisch sein kann.

### 3. Kritische Bemerkungen zum Determinismus

Wie schon in Kapitel 2 angesprochen, ist es schon immer der Wunsch des Menschen gewesen, die von ihm in der immanenten Welt wahrgenommenen Erscheinungen und Sachverhalte zu verstehen, sich erklären zu können. Diese Sehnsucht nach Wissen, Klarheit und Durchblick ist wohl ein Grund für die Neigung des Menschen, lieber an eine deterministische, aus sich selbst heraus vollständig erklärbare Welt zu glauben, als an eine Welt, bei der man zu ihrem Verständnis unkalkulierbare Fremdeingriffe von außen (aus der Transzendenz) oder weiter nicht erklärliche Axiome und Anfangshypothesen braucht. Der Mensch glaubt also gerne an den Determinismus, auch weil dieser ihm die Möglichkeit offen hält, im Prinzip alles wissen zu können und sich nicht in Bescheidenheit mit dem Nichtwissen begnügen zu müssen (siehe auch [41]). Unabhängig davon, ob nun unsere Welt tatsächlich deterministisch ist oder nicht, wollen wir uns als erstes hier die Frage stellen, ob deterministische Welten im Sinne des dynamischen und statischen Determinismus *überhaupt möglich sind*, und mit einfachem qualitativen Überlegungen eine erste Antwort auf diese Frage geben. Ferner werden wir auch überprüfen, ob sich ethische Normen aus unserer Welt heraus vollständig begründen, man sagt auch letztbegründen lassen, ob es also einen ethischen Determinismus geben kann oder nicht. Beginnen wir mit dem statischen Determinismus.

#### 3.1 Kritik des statischen Determinismus

Der statische Determinismus bezieht sich auf die von uns Menschen gefundenen und formulierten Naturgesetze und Naturkonstanten, die wir als Antworten auf die Frage Immanuel Kants „Was kann ich wissen?“ [11] auffassen können. In einer im statischen Sinne deterministischen Welt ließen sich nun alle diese Gesetze und Naturkonstanten durch andere Gesetze und Naturkonstanten erklären, und diese wiederum durch andere und so fort. Dabei gibt es genau zwei Möglichkeiten eines Endergebnisses: Entweder man endet in einem Zirkelschluss, d.h. man hat letztlich ein Gesetz durch sich selbst erklärt (oder eine Gruppe von Gesetzen durch dieselbe Gruppe), oder man endet bei einem oder mehreren Zentralgesetzen, die sozusagen an der Spitze von, auch möglicherweise miteinander verzweigten, Gesetzespyramiden eine Vielzahl anderer Gesetzmäßigkeiten in hierarchischem Abstieg verursachen, selbst aber nicht weiter auf andere Gesetze zurückgeführt werden können. Als ein solches Zentralgesetz könnte man z.B. das bereits oben erwähnte Grundgesetz der Mechanik „Kraft ist gleich Masse mal Beschleunigung“ auffassen. Mathematisch formuliert lautet es  $F = m \cdot a$ , darin steht  $F$  für Force,  $m$  für Masse und  $a$  für acceleration, das englische Wort für Beschleunigung. Soweit dem Autor bekannt, gibt es bei den Naturgesetzen keine Zirkelschlüsse, wir brauchen diese deshalb hier nicht zu betrachten. Ferner wären Zirkelschlüsse auch mit der Vorstellung eines statischen Determinismus nicht vereinbar, weil sie immer mehrere Lösungen haben (bei dem einstufigen Zirkelschluss  $A=A$  ist sogar alles und jedes eine Lösung), man mit ihnen also niemals etwas sicher und eindeutig beweisen kann. Im Falle der Zentralgesetze handelt es sich um Axiome, die einfach als gegeben angesehen werden müssen und nicht weiter aus dieser Welt erklärbar sind, was natürlich auch unvereinbar ist mit dem Konzept eines statischen Determinismus. Im 20. Jahrhundert war es der Traum vieler Physiker, eine einzige Formel zu finden, sozusagen *die* Weltformel, mit welcher alles in der Welt, inklusive aller zukünftigen Ereignisse, zu erklären, herzuleiten oder zu berechnen wäre. Eine solche Weltformel schwebte bereits dem französischen Mathematiker Pierre Simon Laplace (1749-1827) vor – mehr dazu siehe Kapitel 4. Man hat die Formel nicht gefunden, obwohl manch einer auch heute noch davon träumt. Und wenn es sie gäbe, würde sie aber auf jeden Fall nicht auch noch sich selbst erklären können. Wir wüssten dann immer noch nicht, warum die Formel gerade so lautet, wie sie lautet.

Aus diesen Überlegungen können wir also schließen, dass es prinzipiell keine im statischen Sinne deterministische Welt geben kann. Fahren wir fort mit dem ethischen Determinismus.

### 3.2 Kritik des ethischen Determinismus

Der ethische Determinismus bezieht sich auf die ethisch-moralischen Normen und Vorgaben in der Gesellschaft, die wir als Antworten auf die von Immanuel Kant gestellt Frage „Was soll ich tun?“ [11] ansehen können. Die Hypothese vom ethischen Determinismus sagt aus, dass alle ethisch-moralischen Normen und Vorgaben vollständig innerhalb unserer immanenten Welt erklärbar, d.h. letztbegründbar seien. Nun hatten wir in Kapitel 1 gelernt, dass es sich bei ethisch-moralischen Normen um deontische „Sollsätze“ handelt und dass man in der immanenten Welt zwei Teilbereiche unterscheiden kann, den ontischen Bereich des faktisch Seienden oder Physisch-Physikalischen und den deontischen Bereich, der vor allem ethisch-moralische Vorgaben, Vorstellungen und Leitsätze umfasst. Für den Versuch einer innerweltlichen Letztbegründung dieser Normen gibt es daher zwei Wege: entweder man bleibt innerhalb des Bereiches der deontischen Sätze, oder man versucht die ethischen Normen auch aus dem Bereich der ontischen Sätze, also der physisch-physikalischen Fakten heraus zu begründen.

Beim ersten Weg versucht man, die deontische Aussage einer ethischen Norm auf eine andere deontische Aussage zurückzuführen, und diese wiederum auf eine dritte deontische Aussage und so fort. Wie bei der Diskussion des statischen Determinismus gibt es bei diesem Prozess wieder nur die folgenden zwei Möglichkeiten eines Endergebnisses: entweder man endet in einem Zirkelschluss oder bei einem oder mehreren Grundnormen, die man *nicht* mehr auf andere zurückführen kann. Letztere könnten z.B. die Menschenrechte sein, die man auf keine noch grundsätzlichere (innerweltliche) Norm zurückführen kann. Man könnte sie dann nur noch transzendent begründen oder aus sich selbst heraus für richtig (intrinsisch wahr) erklären. Zirkelschlüsse wären bei ethischen Vorgaben zwar möglich, sind aber im Sinne eines ethischen Determinismus nicht zulässig, da mit ihnen keine eindeutigen Vorgaben formulierbar sind. Damit ist klar, dass sich innerhalb des deontischen Bereiches unserer Welt ethisch-moralische Vorgaben *nicht letztbegründen* lassen.

Bleibt noch der Versuch eines Beweises über die Welt des Faktischen, des Seienden oder Ontischen. Aus Kapitel 1 wissen wir schon, dass Sollsätze durchaus über menschliches Verhalten auch Fakten schaffen können. Das kann aber niemals als ganz sicher angenommen werden und deshalb kann eben doch auch etwas sein, was nicht sein soll oder nicht sein darf. Istsätze sind also nicht sicher auf Sollsätze zurückführbar. Umgekehrt lassen sich in aller Regel aber leider auch Sollsätze nicht auf Istsätze zurückführen, d.h. Sollsätze nicht mit Istsätzen begründen. Das liegt daran, dass es keine gültigen logischen Verknüpfungen zwischen deontischen und ontischen Sätzen gibt. Über die Richtigkeit von Verknüpfungen ontischer Sätze (Istsätze) entscheidet die Prädikatenlogik, bei deontischen Sätzen ist dafür die deontische Logik zuständig. Für Verknüpfungen zwischen Sätzen verschiedener Kategorien gibt es keine Regeln. Den (verbotenen) Versuch, Sollsätze dennoch auf Istsätze zurückzuführen, bezeichnet man als Kategorienfehler [27] oder auch als naturalistischen Fehlschluss [23]. Der naturalistische Fehlschluss wird manchmal bezweifelt, aber auch eine Umgehung dieses Verbots würde nicht weiterhelfen, wie in einer Anmerkung dazu am Ende des nächsten Kapitels 3.3 gezeigt wird. Dass es sich beim naturalistischen Fehlschluss tatsächlich um einen Fehlschluss handelt, sollen zwei Beispiele zeigen: So kann man das moralische Gebot, einem Bettler Brot geben zu sollen (Sollsatz), nicht damit begründen, dass er Hunger hat (Istsatz). Korrekte Begründungen wären, dass ich nicht „will“, dass er verhungert, oder weil es „nicht erlaubt“ ist, einen Menschen hungern zu lassen. Das sind aber wieder deontische Sätze, keine Istsätze. Im zweiten

Beispiel geht es um die goldene Regel „was du nicht willst, das man dir tu“, das fügen auch keinem anderen zu“. Niemand wird an der Vernünftigkeit dieser Regel zweifeln. Dennoch lässt sie sich nicht aus Faktenargumenten ableiten. Wenn wir uns nicht genügend an sie halten, wird es uns Menschen zwar allen schlecht gehen, und vielleicht werden dann auch die Gesellschaften und letztlich sogar die ganze Menschheit aussterben. Das wäre traurig für uns Menschen, für die übrige Welt wäre es aber vielleicht sogar eine Erholung oder ein Segen. Nirgends kann man aus dem Werden und dem Sein in unserer Welt herauslesen, dass es uns Menschen gut zu gehen hat oder dass wir als Menschheit gar überleben sollten. Ein Faktum kann also nie eine ausreichende oder schlüssige Begründung für einen Sollsatz sein.

Moralische Gesetze lassen sich also sinnvoller Weise nur auf Soll- oder andere deontische Sätze, wie Wunsch- oder Willenssätze, nicht aber auf Fakten zurückführen. Somit gilt, dass sich die Notwendigkeit moralischer Regeln und Gesetze grundsätzlich nur auf zwei Wegen letztbegründen lässt: entweder über eine transzendente (oder göttliche) Instanz oder intrinsisch im Zirkelschluss (self-evidence). So kann die Verfassung eines Staates sich entweder auf Gott berufen, wie in der Präambel des deutschen Grundgesetzes („Im Bewusstsein der Verantwortung vor Gott und den Menschen ...“), oder sie bezeichnet ihre Grundsätze als selbstverständliche, aus sich selbst heraus gültige Prinzipien, wie in der Präambel der Unabhängigkeitserklärung der USA von 1776 („We hold these truths to be self-evident, that all men are created equal ...“). Mit der ersten Methode erhält eine Regel den Charakter einer göttlichen Wahrheit und damit eine transzendente Begründung, wodurch sie zumindest auf gläubige Menschen eine besondere normative Kraft ausübt. Beim zweiten Weg verzichtet man auf eine Anbindung an das Transzendente, und erwartet die Befolgung der betreffenden Regel schlicht um ihrer selbst willen, so wie es auch Immanuel Kant von der Erfüllung der (moralischen) Pflicht um ihrer selbst willen gesprochen hat [24]. Diese „Self-evidence“ ist aber nun auch keine Begründung, vielmehr ist sie nur Ausdruck der Unmöglichkeit eine weitere Begründung zu finden.

Nach diesen Überlegungen können wir konstatieren, dass es wohl auch keinen ethischen Determinismus geben kann. Beim statischen Determinismus, den wir im letzten Kapitel diskutiert hatten, ging es um Naturgesetze und bei dem hier diskutierten ethischen Determinismus um moralische, gesellschaftliche Gesetze. Daraus können wir schließen, dass offenbar alle Gesetze, welcher Art sie auch immer sind, nicht aus der immanenten Welt heraus letztbegründet werden können, d.h. auch keinem (statischen bzw. ethischen) Determinismus unterliegen können. Diese Analogie von gesellschaftlichen und Naturgesetzen findet man schon im altgriechischen medizinischen Menschenbild. So bestand in der altgriechischen Vorstellung der Körper aus einzelnen Organen, wie auch ein Stadtstaat (die Polis) sich aus den Bürgern zusammensetzte. So wie die Bürger sich nach staatlichen Gesetzen zu verhalten hatten, sollten sich die Organe nach Naturgesetzen verhalten [21]. Ein wesentlicher Unterschied zwischen den beiden Arten von Gesetzen besteht allerdings in der Zuverlässigkeit, mit der sie eingehalten werden: Bei den Naturgesetzen geht man davon aus, dass sie im Allgemeinen doch recht exakt eingehalten werden (dass auch dies nicht strikt stimmt, werden wir in den folgenden Kapiteln diskutieren), während moralische oder staatliche Gesetze weit weniger befolgt werden, was aber nur einen qualitativen, keinen prinzipiellen Unterschied bedeutet. Wir können also bei dem Statement bleiben, dass Gesetze, welcher Art sie auch immer sind, nicht aus der immanenten Welt heraus letztbegründet werden können.

Verbleibt uns zur kritischen Betrachtung noch der dynamische Determinismus, für den wir, da es den statischen wie auch den ethischen – wie gerade gezeigt – nicht geben kann, im Folgenden auch oft wieder nur vereinfachend das Wort Determinismus ohne Attribut verwenden können.

### 3.3 Kritik des dynamischen Determinismus

Neben der oben bereits genannten Sehnsucht nach Durchblick, gibt es noch einen weiteren Grund für den Glauben an eine dynamisch deterministische Welt, nämlich den Wunsch des Menschen, eine Welt vor sich zu haben, die er manipulieren, d.h. kontrollieren und steuern kann, so wie er möchte. Und das – so glaubte angeblich auch Descartes [3] – erfordere eine (im dynamischen Sinne) deterministische Welt. Diese Erwartung an den Determinismus, die auch heute noch weit verbreitet ist, ist allerdings unerfüllbar, weil ihr ein gravierender Denkfehler unterliegt. Denn *gerade* in einer deterministischen Welt steht ja in jedem Moment das Geschehen für alle Zukunft bereits unveränderbar fest, steuern und damit willkürlich verändern oder kontrollieren lässt sich in ihr mit Sicherheit gar nichts. Das wäre nur in einer nicht-deterministischen Welt möglich. Insoweit ist also bereits eine alte und wichtige Erwartung an eine deterministische Welt als von ihr nicht erfüllbar zusammengebrochen.

Wir hatten eine (dynamisch oder normal) deterministische Welt als ein kausal abgeschlossenes Gebilde definiert, in dem es für jedes Geschehen eine vorherige Ursache gibt und für diese wiederum eine Ursache und so fort. Was bei diesem Spiel am Ende herauskommt, hängt von unseren Vorstellungen über den Ablauf der Zeit ab. Die Zeit könnte endlich sein, also als Zeitstrecke mit einem Anfang und einem Ende aufgefasst werden. Man könnte sich aber auch eine zyklische Zeit vorstellen. In einer zyklischen Welt würde sich alles Geschehen nach einer endlichen Periode wiederholen; so ähnlich haben sich z.B. die Mayas die Zeit vorgestellt. Oder die Zeit könnte unendlich andauern ohne Anfang und ohne Ende. Wir wollen uns hier auf eine Welt mit einem Zeitstrahl beschränken, von der auch die heutige Physik bei unserer Welt ausgeht, einer Welt, in der die Zeit (zum Zeitpunkt Null) zwar einmal angefangen hat, aber dann unendlich fortschreitet. Diese Annahme steht in Einklang mit den heutigen kosmologischen Indizien für eine „flache“ Welt, das heißt für einen Kosmos mit verschwindender Gesamtkrümmung. Da wir in einer (dynamisch) deterministischen Welt alle heutigen Geschehnisse aus den gestrigen und diese aus den vorgestriegen usw. erklären könnten, ließe sich letztlich alles Geschehen auf den Anfangszustand der Welt beim Zeitpunkt Null zurückführen. Dieser Anfangszustand ließe sich aber nicht weiter erklären. Je nachdem welcher Zustand damals gesetzt worden wäre, hätte sich ein anderes Weltgeschehen ergeben. Man kann sich das wie ein Maschine vorstellen, die von außerhalb auf einen Anfangszustand gesetzt und dann gestartet wurde. Wohlgemerkt nicht aus der immanenten Welt heraus, sondern von außen, etwa von einem Gott als „erstem (unbewegten) Bewegter“, wie dies bereits Aristoteles in seiner „Metaphysik“ [4] formuliert hat. Nun könnte man auch hier wieder Zirkelschlüsse vermuten. Diese sind aber in einer deterministischen Welt, um welche Art von Determinismus es sich auch immer handeln soll, nicht erlaubt, weil mit ihnen keine eindeutigen Schlüsse möglich sind, die der Determinismus aber fordert. Außerdem sind Zirkelschlüsse in einer zeitlichen Kette von Ereignissen auch gar nicht möglich, da in einer Welt mit einem Zeitstrahl die Zukunft nicht in die Vergangenheit zurückwirken kann, zumindest nicht über größere Zeitabschnitte (auf diese Eigenart der Zeitachse werden wir später noch zurückkommen).

Der beobachtete dynamische Ablauf des Geschehens in unserer immanenten Welt lässt sich also nicht vollständig aus ihr selbst heraus erklären. Und das bedeutet, dass es auch eine dynamisch deterministische Welt im strikten Sinne nicht geben kann. Im nächsten Kapitel werden wir sehen, dass es noch eine gemäßigte Variante des (dynamischen) Determinismus gibt, die es wert ist, noch weiter diskutiert zu werden.

*Anmerkung zum naturalistischen Fehlschluss (siehe voriges Kapitel 3.2):* Wie im letzten Kapitel schon angedeutet, wird die Fehlerhaftigkeit solcher Schlüsse gelegentlich bezweifelt.

Nach den Zweiflern sollte es nämlich doch möglich sein, Sollsätze auf Istsätze zurückzuführen und umgekehrt. Wenn wir dem hier einmal folgen und Fakten oder Geschehnisse aus der ontischen Welt als Begründung für moralische Sollsätze zulassen, dann haben wir aber wieder das Problem, diese Fakten oder Geschehnisse sowie deren Begründungen wieder begründen zu müssen, u.s.w. Wir landen dann da, wo wir bei der obigen Widerlegung des dynamischen Determinismus bereits waren, nämlich bei einem nicht mehr innerweltlich erklärbaren Anfangszustand, oder im Bereich der statischen Naturgesetze, die wir aber nach Kapitel 3.1 auch nicht innerweltlich letztbegründen können. Aus diesem Dilemma kämen wir auch nicht heraus, wenn wir in der Begründungskette aus der physisch-physikalischen Welt durch Rückbegründungen wieder in den deontischen Bereich auswichen, also einen Istsatz mit einem Sollsatz begründen würden, weil wir dann nämlich wieder da wären, wo wir am Anfang bereits waren. Der ethische Determinismus wäre also auch nicht dadurch zu retten, dass man naturalistische (Fehl-)Schlüsse zuließe.

#### 4. Wo wir heute stehen

Die im vorigen Kapitel angestellten qualitativen Überlegungen haben bereits zu einer grundsätzlichen Erschütterung des Glaubens an eine deterministische Welt geführt. Wir hatten zunächst gesehen dass es keinen statischen Determinismus geben kann. Das bedeutet, dass es grundsätzlich unmöglich ist, die Naturgesetze und -konstanten aus unserer immanenten Welt heraus vollständig zu erklären, d.h. zu begründen, warum sie genau so sind, wie sie sind. Wir haben dann gesehen, dass es auch keinen ethischen Determinismus geben kann. Ethische Grundsätze kann man aus unserer Welt heraus nicht eindeutig (letzt-)begründen, sondern kann sie nur entweder als aus sich selbst heraus, also als intrinsisch richtige Verhaltensaxiome oder als von einer transzendenten (göttlichen) Instanz vorgegeben begreifen. Gesetze, welcher Art auch immer, Naturgesetze oder moralische Gesetze, scheinen sich damit einer innerweltlichen Letztbegründung grundsätzlich zu entziehen. Die Überlegungen haben uns ferner gezeigt, dass unsere Welt auch im dynamischen Sinne nicht strikt deterministisch sein kann, da der Ablauf der Weltereignisse eben auch von Anfangs- oder Randbedingungen abhängt, die nicht von innerhalb unserer Welt verursacht sind, sondern nur von außen vorgegeben sein können. Wir haben damit gefunden, dass unsere ganze in sich abgeschlossene immanente Welt nicht vollständig aus sich selbst heraus begründbar und erklärbar ist. Aus diesem Befund kann man die Vermutung ableiten, dass dies für *alle* abgeschlossenen Systeme gilt, dass also alle in sich abgeschlossenen Gebilde, seien es physikalische Systeme, mathematische, logische oder sprachliche Begriffsgebäude, bis hin zu menschlichen Gruppen und Gesellschaften niemals intrinsisch, d.h. aus sich selbst heraus, vollständig und widerspruchsfrei erklärt werden können. Auf diese – richtige – Vermutung werden wir später noch einige Male zurückkommen. Aus Kapitel 3.1 wussten wir das aber eigentlich schon. Denn wenn man etwas vollständig aus sich selbst heraus begründet, dann entspricht das der Aussage *aus A folgt A*. Für solche Schlüsse gibt es aber im Allgemeinen mehr als eine Lösung, weshalb sich eben A doch nicht eindeutig aus A erklären lässt.

Was nach den Überlegungen des vorigen Kapitels bleibt, wäre die Möglichkeit einer „gemäßigt“ dynamisch deterministischen Welt, die sich über der Zeit schrittweise nach gegebenen, aber in dieser Welt nicht „letztbegründbaren“ Gesetzen kausal aus einem nicht innerweltlich erklärbaren Anfangszustand heraus entwickelt. Und zwar nach Naturgesetzen, die immer *ganz exakt* eingehalten werden. Letztere Forderung ist nötig, um den Zufall auszuschließen.

Vermutlich hatte Descartes sich seine deterministische Welt auch schon in diesem gemäßigten Sinne vorgestellt (was sich aber nicht sicher belegen lässt). Und wenn heute von Determinismus geredet wird, dann ist auch meist diese gemäßigte Form eines dynamischen, sich aber auf

die gesamte physikalisch-geistige Welt beziehenden, Determinismus gemeint. Nun gibt es zwei Typen solcher gemäßigt deterministischer Welten, die Newton'sche mechanistisch deterministische und die thermodynamisch deterministische Welt. Die erstere kann man sich wie ein mechanisches Uhrwerk vorstellen, das, einmal gestartet, vorhersagbar abläuft. Da man ein Uhrwerk (jedenfalls ein ideales, verschleißfreies) auch rückwärts laufen lassen und damit exakt zum Anfangszustand zurückführen könnte, ist in einer mechanistischen Welt aus der Gegenwart nicht nur die Zukunft, sondern auch die Vergangenheit exakt berechenbar. Die Zeit hat in einer solchen Welt eigentlich keine Richtung und letztlich auch gar keine Bedeutung. Pierre-Simon Laplace (1749-1827) hat das wie folgt formuliert [5]:

*Eine Intelligenz, die in einem gegebenen Augenblick alle Kräfte kennt, mit denen die Welt begabt ist, und die gegenwärtige Lage der Gebilde, die sie zusammensetzen, und die überdies umfassend genug wäre, diese Kenntnisse der Analyse zu unterwerfen, würde in der gleichen Formel die Bewegungen der größten Himmelskörper und die des leichtesten Atoms einbegreifen. Nichts wäre für sie ungewiss, Zukunft und Vergangenheit lägen klar vor ihren Augen.*

Bis weit ins 19. Jahrhundert war dieses mechanistische Weltbild das Standardmodell, an dem kein ernstzunehmender Naturwissenschaftler Zweifel hegte. Erst durch die, nach der Erfindung der Dampfmaschine, entwickelte Theorie der Thermodynamik kamen Zweifel an diesem Weltbild auf. Die Wissenschaftler fanden nämlich heraus, dass es in den durch die Wärmelehre beschriebenen Bereichen der Welt Prozesse gibt, die eben nicht umkehrbar sind, also nicht auch ebenso rückwärts laufen können wie ein ideales Uhrwerk, und man deshalb auch nicht mehr immer sicher aus dem jetzigen Zustand eines Teils der Natur auf seinen früheren Zustand schließen kann. Das führt z.B. zu dem einleuchtenden Befund, dass man aus einer Bleischmelze im Nachhinein nicht mehr herausfinden kann, ob ein Bleisoldat oder eine Bleiente eingeschmolzen wurde. Diese Erkenntnisse zwangen die Wissenschaftler, den Determinismus in ihrem Weltmodell weiter dahingehend einzuschränken, dass zwar immer noch aus dem Zustand der Gegenwart die Zukunft feststehen könnte (vielleicht, was aber auch schon fraglich ist), man aber sicher nicht mehr zweifelsfrei aus der Gegenwart auch auf die Vergangenheit schließen kann. Man kann also sagen, dass uns die Thermodynamik den Zugang zur Vergangenheit versperrt hat, sie hat uns aber immer noch - vielleicht - den Weg in die Zukunft ein wenig offen gelassen.

In beiden Weltmodellen, dem mechanistisch deterministischem wie auch (da ist sich der Autor aber nicht ganz sicher) dem thermodynamisch deterministischen ist das Geschehen mathematisch durch einen Satz von Weltgleichungen beschrieben. Das ist ein riesiges System von miteinander verkoppelten Differentialgleichungen, in denen die Orte und Geschwindigkeiten (die Zustandsgrößen) aller Teilchen des Weltalls durch mathematische Operationen, die durch die Naturgesetze vorgegeben sind, miteinander verknüpft sind. Weil in den Gleichungen außer den Zustandsgrößen der Teilchen selbst keine externen Einflussgrößen oder „Störgrößen“ vorkommen, nennt man dieses System von Gleichungen homogen. Das Weltgeschehen ist dann in Form der Zeitverläufe der Orte und Geschwindigkeiten aller Teilchen der Welt eine Lösung dieses homogenen Gleichungssystems, sozusagen eine „Eigenschwingung“ der sich selbst überlassenen Welt. Aus der Schar der unendlich vielen möglichen Lösungen eines solchen Gleichungssystems wird dann durch die Anfangsbedingungen, das sind die Zustände alle Teilchen zum Zeitpunkt Null, eine ausgewählt. Da also der gesamte Weltlauf durch die Anfangsbedingungen festgelegt wird, kann man jeden Zustand, den eine deterministische Welt im Laufe der Zeit einmal annimmt, als tautologische Umformulierung des Anfangszustandes auffassen. Oder anders ausgedrückt, in den Anfangsbedingungen (verbunden mit den in den Gleichungen verkörperten, immer exakt geltenden Naturgesetzen) steckt

bereits die ganze Zukunft. Das bedeutet auch, dass bei einem gedachten Neustart der Welt bei gleichen Anfangsbedingungen sich der exakt gleiche Lauf der Dinge ergeben würde.

Aber auch dieser thermodynamische Determinismus lässt sich nicht halten. Und das aus zwei Gründen: erstens, weil unsere Welt absurde Eigenschaften haben müsste, wenn in ihr auf deterministische Weise alles so geworden wäre, wie es heute ist (siehe dazu Kapitel 8.4), und zweitens, weil sie wegen der quantenmechanischen Zufälle (unterstützt durch die Wirkung von instabilen Systemen) in Wahrheit auch gar nicht deterministisch abläuft. Hat uns die Thermodynamik schon zumindest den Zugang zur Vergangenheit versperrt (wenn nicht gar auch schon den zur Zukunft), so verbaut uns die Quantenmechanik mit Sicherheit den Weg in die Zukunft. Die durch quantenmechanische Prozesse ausgelösten, im absoluten, ontischen Sinne zufälligen Ereignisse in der Mikrophysik stören immer wieder den rein kausalen Ereignisfluss, sie setzen immer wieder Anfänge, die auch prinzipiell durch nichts in der Welt vorhersagbar waren. Ein gutes Beispiel ist der Zerfallszeitpunkt eines radioaktiven Atoms, den man in keiner Weise vorhersagen kann. Der Atomzerfall ist zwar ein mikroskopisches Ereignis; es kann aber ohne weiteres mit einem Geigerzähler in den Meso- und Makrokosmos transformiert werden und könnte dort eine von uns Menschen beobachtbare Ereigniskette auslösen, etwa das Ertönen einer Sirene oder die Detonation einer Bombe. Auf diese und andere Weisen gelangen über Instabilitäten oder auch über stochastische Verstärkungen die quantenmechanischen Unschärfen und der Zufall auf alle Größenskalen, was zu einer Welt führt, in der sich überall nichtdeterministische Effekte bemerkbar machen (Details dazu siehe später). Diese immer wieder erfolgenden zufälligen Einflüsse, man kann auch sagen „Anfänge von Ereignisketten“, wirken sich mathematisch in den Weltgleichungen wie externe Einfluss- oder Störgrößen aus. Das Gleichungssystem ist nun nicht mehr homogen, sodass der Ablauf des Weltgeschehens als Lösung dieses Gleichungssystems nicht nur von den Naturgesetzen und den Anfangsbedingungen bestimmt wird und damit nicht mehr als Eigenschwingung eines sich selbst überlassenen Gebildes aufgefasst werden kann, weil es permanent und immer wieder durch diese zufällig wirkenden externen Einflussgrößen aktiv beeinflusst wird. Die Anfangsbedingungen haben in einer solchen Welt eine viel geringere Bedeutung als in einer deterministischen. Das hat folgende interessante Konsequenz:

*Während die ganze zukünftige Entwicklung einer deterministischen Welt bereits in den Anfangsbedingungen (verbunden mit den Naturgesetzen) zu finden sein muss, könnte sich eine nichtdeterministische Welt auch gänzlich ohne Anfangsbedingungen entwickeln. Also auch aus dem Nichts, wie das der Physiker Alan Guth in seinem Buch „Die Geburt des Kosmos aus dem Nichts“ [34] von unserer Welt auch beschreibt.*

Und so würde sich natürlich in dieser nichtdeterministischen Welt bei einem Neustart mit gleichen Anfangsbedingungen auch i.a. ein ganz anderer Lauf der Dinge ergeben als beim ersten Mal. Im Hinblick auf all diese wissenschaftlichen und philosophischen Fakten ist es schwer begreiflich, dass der bereits erwähnte Peter Bieri [1] noch im Jahre 1981 in seinem nach ihm benannten Trilemma, wie auch andere Philosophen (etwa Michael Pauen, [36], [57]) auch heute noch behaupten können, der Bereich der physikalischen Phänomene sei kausal geschlossen. Ebenso unbegreiflich bleibt, wie der bekannte Neurophysiologe Wolf Singer vom Max-Planck-Institut für Hirnforschung in Frankfurt noch im Dezember 2010 in einem Vortrag in München [2] von einem strikt deterministisch funktionierenden menschlichen Gehirn reden konnte, wo doch namhafte Biologen wie Martin Heisenberg und Björn Brembs [38,39,47] dem klar widersprechen und man auch mit Mitteln der Nachrichtentheorie zur gegenteiligen Überzeugung kommen muss (siehe Kapitel 18 und Referenz [25], Kapitel 7.4.3). Auch manche Physiker sind nicht gefeit, trotz der klar auf der Hand liegenden Gegenbeweise, von der Elimination der Kontingenzen (zu diesem Begriff siehe Kapitel 10), also von

einer Welt ohne unerklärliche Elemente zu träumen (das wurde in einer Diskussion in München im Februar 2011 deutlich, siehe [32]), wo doch außer den oben schon genannten auch viele andere Naturwissenschaftler und Philosophen, darunter Dieter Hattrup in [41], Leonhard Mlodinow in [53], Bob Doyle in [71], Georg Brunold in [96] oder auch der Autor dieses Buches in [25] ein ganz anderes Bild von der Welt zeichnen. Diese Beispiele zeigen, wie sehr auch heute noch der Descartes'sche Irrtum von einer deterministischen Welt selbst in gebildeten Köpfen verankert ist. Der Irrtum des Determinismus ist also sehr zählebzig.

Auch wenn sie grundsätzlich falsch ist, bleibt die Determinismushypothese dennoch in vielen Fällen zur Vorhersage brauchbar, wenn man den Vorhersagezeitraum in Grenzen hält. Wo diese Grenzen liegen, hängt dabei ganz vom Einzelfall ab. So lassen sich die Planetenbahnen mit hoher Genauigkeit auf viele Millionen Jahre vorausberechnen, bei der Wettervorhersage kommt man bei bescheidener Genauigkeit nicht viel weiter als ein paar Tage und bei der Ziehung der Lottozahlen reichen schon wenige Sekunden, in denen die Kugeln durchgerührt werden, um (allein aus quantenmechanischen Gründen) ein völlig unvorhersagbares, d.h. nichtdeterministisches Ergebnis entstehen zu lassen. Wenn man sich anschicken wollte, die Positionen der Moleküle in einem Gasvolumen aus einer bekannten Anfangskonstellation heraus vorauszuberechnen, gelänge das bestenfalls noch für Vorhersagezeiträume von winzigen Sekundenbruchteilen und das auch nur sehr ungenau. Und beim radioaktiven Zerfall eines Atoms kann man nur noch Zerfallswahrscheinlichkeiten für vorgegebene Zeitspannen berechnen: so weiß man etwa, dass das Atom *nach* einer Beobachtung, bei der es als noch nicht zerfallen erkannt wurde, innerhalb der Halbwertszeit dieses chemischen Elementes mit 50 Prozent und innerhalb der doppelten Halbwertszeit mit 75 Prozent Wahrscheinlichkeit zerfallen sein wird, aber sonst weiß man nichts.

Nach diesem doch mehr qualitativen Statusbericht wollen wir uns in den nächsten Kapiteln mehr ins Detail begeben und uns im Teil II des Buches zunächst den heutigen Grundlagen unseres wissenschaftlichen Denkens zuwenden.

## Teil II: Von den Grundlagen unseres wissenschaftlichen Denkens

### 5. Über die Gesetze des Denkens

#### 5.1 Die klassischen Denkgesetze

Auch heute noch werden in vielen Vorlesungen über Philosophie und Erkenntnistheorie die klassischen Denkgesetze als zentrales Thema vorgestellt, wie z.B. bei Professor Martin Thurner in München [101]. Es handelt sich um insgesamt vier Sätze [6,7], die bereits auf Aristoteles (384-322 v. Chr.) zurückgehen und auch zumindest in Ansätzen bei anderen, auch noch früheren altgriechischen Denkern zu finden sind. Die hier verwendete Formulierung des vierten Satzes stammt allerdings von Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Die Sätze lauten:

- \* Satz von der Identität (principium identitatis)
- \* Satz vom Widerspruch (principium contradictionis)
- \* Satz vom ausgeschlossenen Dritten (principium exclusi tertii)
- \* Satz vom zureichenden Grund (principium rationis sufficientis)

Die ersten drei Sätze sind logische Gesetze, während der vierte (nach Professor Vollmer, dem Autor von [100]) eine naturphilosophische Aussage macht und deshalb von etwas anderer Qualität ist als die ersteren. Diese Unterscheidung ist aber für die Überlegungen in den folgenden Kapiteln unerheblich, weil wir darin alle vier Sätze auf ihre Bedeutung in unserer gesamten immanenten Welt, und damit auch in einem naturphilosophischen Verständnis untersuchen werden. Die Sätze vom Widerspruch und vom ausgeschlossenen Dritten werden in der Literatur gelegentlich als verwandt bezeichnet, an anderen Stellen wird diese Verwandtschaft wiederum bestritten. Am Anfang von Kapitel 5.1.2 wird gezeigt, dass die beiden Sätze aber exakt dasselbe aussagen, wenn es zutrifft, dass eine doppelte Verneinung immer eine Bejahung bedeutet. Da der Autor keinen Grund sieht, das Letztere zu bezweifeln, werden wir im übernächsten Kapitel die beiden Sätze unter der Bezeichnung des *Satzes vom Ausschluss* zusammen behandeln. Wir haben es damit nur noch mit drei Sätzen zu tun, die wir im Verlaufe des Kapitels 5 einer kritischen Analyse unterziehen wollen, um festzustellen, inwieweit sie heute noch von Bedeutung sind. Beginnen wir mit dem Satz von der Identität.

##### 5.1.1 Der Satz von der Identität

Der Satz sagt aus, dass alle „Dinge“ zu sich selbst identisch sind. Das ist intuitiv einleuchtend, auch wenn wir noch nicht definiert haben, was wir unter einem „Ding“ überhaupt verstehen wollen (siehe dazu später). Man schreibt den Satz oft auch als  $A \equiv A$ , wobei A ein beliebiges „Etwas“ oder „Ding“ bezeichnen soll und das Zeichen  $\equiv$  die Identität symbolisiert. Leibniz hat den Satz verallgemeinert, indem er zwei „Dinge“ genau dann als identisch erklärte, wenn sie sich in keiner Hinsicht unterscheiden, wobei es sich bei diesen „Hinsichten“ um alle möglichen und denkbaren, das „Ding“ beschreibenden Eigenschaften handelt, wie etwa Ort, Erscheinungszeit, Farbe, Größe, Orientierung und Ähnliches (mehr dazu in Kapitel 7). Insbesondere müssen sich zwei identische Dinge zur gleichen Zeit auch am gleichen Ort befinden. Auch das klingt alles plausibel, obwohl wir auch hier wieder Begriffe verwenden, die wir bisher noch nicht genau definiert haben, wie etwa die Begriffe Raum und Zeit (siehe dazu später). Trotz dieser begrifflichen Unschärfen, können wir den Satz, zumindest in der aristotelischen Formulierung auch heute noch als uneingeschränkt richtig gelten lassen. Nach der Leibniz'schen Formulierung kann man seine Gültigkeit aber doch in Frage stellen. Denn nach den Aussagen der Relativitätstheorie könnten zwei verschiedene Beobachter, selbst wenn sie

sich zur gleichen Zeit am gleichen Ort befänden, bei ein und demselben Objekt in derselben Hinsicht durchaus auch zu verschiedenen Ergebnissen kommen (siehe Kapitel 6.2.1). Der Satz von der Identität behält aber auch in der Leibniz'schen Formulierung seine Gültigkeit, wenn man die Urteile über die Hinsichten, auf die hin die beiden Dinge überprüft werden, immer vom selben Beobachter bezieht. Fahren wir fort mit dem Satz vom Ausschluss.

### 5.1.2 Der Satz vom Ausschluss

Zunächst muss erläutert werden, warum es zulässig ist, die beiden Sätze vom Widerspruch und vom ausgeschlossenen Dritten zusammenzufassen. Der Satz vom Widerspruch sagt aus, dass es nicht sein kann, dass etwas (nennen wir es  $P$ ) *ist* und zugleich *nicht ist*. Ist  $P$  eine Aussage, dann heißt das, dass eine Aussage nicht gleichzeitig wahr und falsch sein kann. Auch wenn man in der Umgangssprache gelegentlich auf die Frage „Ist das wahr?“ diplomatisch mit „ja und nein“ antwortet, haben solche flapsigen Antworten in den Wissenschaften natürlich nichts verloren. Bezeichnet man mit  $\neg$  den Operator der Negation und mit  $\wedge$  das logische UND, dann lautet der Satz vom Widerspruch in der Formelsprache

$$\neg (P \wedge \neg P). \quad (5-1)$$

In Worten: Es ist nicht möglich, dass  $P$  zutrifft *und* ebenso nicht zutrifft.

Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten sagt aus, dass eine Aussage  $P$  nur entweder wahr oder falsch sein kann, nicht beides gleichzeitig, und dass es auch keine andere dritte Alternative gibt. In der Logik spricht man dabei von der exklusiven ODER-Verknüpfung von  $P$  und seiner Negation. Wenn zwei Aussagen, nennen wir sie  $A$  und  $B$ , über das exklusive ODER verknüpft sind, dann schreibt sich das in der Formelsprache als

$$(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B), \quad (5-2)$$

wobei das Symbol  $\vee$  für die logische (inklusive) ODER-Verknüpfung steht. Beim Satz vom ausgeschlossenen Dritten werden nun nicht zwei Aussagen  $A$  und  $B$  auf diese Weise verknüpft, sondern die Aussage  $P$  und ihre Negation  $\neg P$ . Wir müssen in (5-2) also  $A$  durch  $P$  und  $B$  durch  $\neg P$  ersetzen und erhalten dann  $(P \wedge \neg \neg P) \vee (\neg P \wedge \neg P)$ . Wenn man nun akzeptiert, was uns der logische Menschenverstand sagt und was auch den Regeln der klassischen Logik entspricht, dass sich nämlich zwei aufeinander folgende Verneinungen aufheben, dann wird daraus zunächst  $(P \wedge P) \vee (\neg P \wedge \neg P)$ . Da ferner für beliebige  $X$  die Beziehung  $X \wedge X = X$  gilt, folgt für den Satz vom ausgeschlossenen Dritten die einfache Beziehung

$$P \vee \neg P. \quad (5-3)$$

Die exklusive ODER-Verknüpfung reduziert sich in diesem Fall also auf die (einfache) inklusive.

Schauen wir uns jetzt noch einmal den Satz vom Widerspruch (5-1) an. Nach den Rechenregeln der Prädikaten- oder Aussagenlogik lässt sich die Negation vor der Klammer in die Klammer hineinziehen, wobei aber aus der UND-Verknüpfung eine ODER-Verknüpfung wird. Wir erhalten also für den Satz vom Widerspruch die Formel

$$\neg P \vee \neg \neg P. \quad (5-4)$$

Wenn man auch hier wieder akzeptiert, dass sich zwei aufeinanderfolgende Verneinungen aufheben, dann geht (5-4) in (5-3) über.

Wir kommen damit zu dem Schluss, dass der Satz vom Widerspruch genau *dasselbe* aussagt, wie der Satz vom ausgeschlossenen Dritten. Wichtig ist dabei festzuhalten, dass dies nur

stimmt, wenn eine doppelte Verneinung einer Bejahung gleichkommt. Von Professor Vollmer weiß der Autor, dass es Philosophen gibt, die zwar den Satz vom ausgeschlossenen Dritten bezweifeln, nicht aber den Satz vom Widerspruch. Nach den obigen Überlegungen müssten diese Philosophen aber auch bezweifeln, dass eine doppelte Verneinung eine Bejahung bedeutet. Der Autor sieht dafür aber keinen Grund. Bis zum Beweis des Gegenteils, dürfen wir damit die beiden Sätze in einem einzigen zusammenfassen, den man als den *Satz vom Ausschluss* bezeichnen kann.

Der Satz vom Ausschluss besagt also, dass etwas nur entweder sein oder nicht sein kann, bzw. eine Aussage nur entweder wahr oder falsch, *und* eines von beiden auch sein muss. Es sollte also neben den Alternativen Sein und Nichtsein, bzw. bei einer Aussage neben *wahr* und *falsch*, keine dritte Alternative geben und es sollte auch keine Aussage gleichzeitig wahr *und* falsch sein. Nun gibt es verschiedene Wahrheitsbegriffe, auf die wir später (in Kapitel 5.2 und 8.3.) noch genauer eingehen werden. Der Satz vom Ausschluss ist so zu verstehen, dass er unabhängig von der speziellen Wahrheitsdefinition für alle verschiedenen Wahrheitsbegriffe gültig ist, und er wird auch von uns Menschen auf der Basis eines intuitiven Verständnisses von „Wahrheit“ als einleuchtend und gültig empfunden. Der Satz gilt auch heute noch in den allermeisten Fällen. So gibt es etwa bei der Frage, ob ich im Lotto gewonnen oder verloren habe, nach wie vor keine Zweifel an der Existenz einer eindeutigen Antwort, oder auch bei der Frage, ob ich heute schon etwas gegessen habe oder nicht. Bis zum Anfang des 20. Jahrhunderts gab es auch keinen Grund daran zu zweifeln, dass man bei jeder Aussage auch zwischen wahr und falsch entscheiden könne, bis dann mit den Russell'schen Antinomien [8] Aussagen gefunden wurden, bei denen das definitiv nicht möglich ist. Diese Erkenntnisse haben das damals vorherrschende mathematisch-rationalistische Weltbild schwer erschüttert.

Schauen wir uns einige Beispiele an. Das klassische geschichtliche Beispiel ist das des Bibliothekars, der über verschiedene Verzeichnisse von Dokumenten verfügte, von denen einige sich selbst mit als Dokument aufführten und die anderen sich selbst nicht darin auflisteten. Nun wollte der Bibliothekar zwei Metaverzeichnisse erstellen, eines (V1), das die Verzeichnisse auflistet, die sich selbst auflisteten, und ein zweites (V2), das die Verzeichnisse auflisten sollte, die sich nicht selbst auflisteten. Gründlich wie er war, hatte er in dem Metaverzeichnis V1 auch V1 selbst aufgelistet, was ja auch richtig war, denn dadurch, dass er V1 in V1 aufnahm, war V1 ein Verzeichnis, das sich selbst auflistet und musste deshalb natürlich auch in V1 aufgelistet sein. Nun wollte er beim Metaverzeichnis V2 genauso verfahren und ebenso V2 in V2 auflisten. Dabei bemerkte er den folgenden Widerspruch: Wenn er V2 nicht in V2 auflistete, dann war V2 ein Verzeichnis, das sich nicht selbst auflistet, und hätte deshalb in V2 aufgelistet werden müssen. Wenn er aber V2 in V2 auflistete, dann war es ein Verzeichnis, das sich selbst auflistete, und hätte daher nicht in V2 aufgelistet werden dürfen. Die Frage, ob V2 in V2 aufzulisten sei, ist also nicht entscheidbar. In der Mengenlehre tritt dieses Problem bei der Formulierung der Menge aller Mengen auf, die sich selbst nicht beinhalten. Eine populäre Variante der Antinomie ist das Barbierproblem: In einem Ort rasiert ein Barbier genau alle die, die sich nicht selbst rasieren. Die Frage, ob er sich selbst rasiert, lässt sich nicht entscheiden. Denn wenn er sich nicht selbst rasierte, müsste er sich aber rasieren, weil er ja alle rasiert, die sich selbst nicht rasieren. Wenn er sich aber selbst rasierte, wäre er ja einer, der sich selbst rasiert, und dürfte sich deshalb eigentlich nicht rasieren. Auf die Frage, ob der Barbier sich nun selbst rasiert oder dies nicht tut, könnte man in der Tat nur mit „ja und nein“ oder „weder ja noch nein“ antworten. Das Problem bei den russellschen Antinomien entsteht durch die in den Formulierungen enthaltenen Selbstbezüge. Sie führen manchmal zu der seltsamen Situation, dass etwas genau dann richtig ist, wenn es falsch ist und umgekehrt. Der Ex-

tremfall eines solchen Selbstbezuges ist die Aussage „Dieser Satz ist falsch“, über deren Richtigkeit man auch nicht entscheiden kann.

Auch in der Informatik gibt es eine Unentscheidbarkeit, die bei der wichtigen Frage auftritt, ob ein Rechen-Algorithmus für alle Kombinationen von Eingangsgrößen in der Lage ist, nach endlicher Zeit das erwartete Ergebnis zu liefern, d.h. *anzuhalten*. Diese Frage ist erstaunlicher Weise nicht für jeden Algorithmus beantwortbar. Sie ist auch als das *Halteproblem* einer Turingmaschine bekannt. Eine Turingmaschine ist das Modell eines Computers, der alles berechnen kann, was sich berechnen lässt. Man kann das Halteproblem auch als Frage danach formulieren, ob es eine Turingmaschine A gibt, die nach endlicher Zeit für *jedes* Paar aus einer anderen Turingmaschine B und einem Satz von deren Eingangsgrößen entscheiden kann, ob Maschine B nach endlicher Zeit anhält. Man spricht auch von dem Selbstanwendbarkeitsproblem von Turingmaschinen, es geht also auch hierbei um einen Selbstbezug. Alan Turing hat 1936 bewiesen, dass es keine solche Turingmaschine A gibt, die das könnte, womit bewiesen war, dass das Halteproblem nicht entscheidbar ist. Mehr dazu findet man in [31], wo auch der Zusammenhang dieses Problems mit dem – weiter unten noch genannten – Gödel'schen Unvollständigkeitssatz hergestellt wird.

Unentscheidbarkeiten oder Widersprüche können also auftreten, wenn Selbstbezüge oder Selbstanwendungen im Spiel sind. Auch bei den in Kapitel 3 bei der Kritik des Determinismus bereits diskutierten möglichen Zirkelschlüssen in den Begründungsketten von Naturgesetzen oder ethisch-moralischer Vorgaben handelt es sich um Selbstbezüge. Auch dort hatten wir schon festgehalten, dass Zirkelschlüsse keine eindeutigen Begründungen liefern. Sollen Widersprüche und Unentscheidbarkeiten vermieden werden, so muss man selbstbezügliche Satzformulierungen und Fragestellungen oder in der Mengenlehre gewisse selbstbezügliche Mengenkonstrukte ausschließen. Wegen dieser Ausschlüsse sind die Begriffsgebäude dann aber nicht abgeschlossen und damit unvollständig. Mit einer solchermaßen erzwungenen Unvollständigkeit lässt sich Entscheidbarkeit und Widerspruchsfreiheit sicherstellen, während man in einem vollständigen, abgeschlossenen System oder Begriffsgebäude immer mit Unentscheidbarkeiten, Widersprüchen oder, man kann auch sagen, mit (logischen) „Unschärfen“ rechnen muss. Mit seinem berühmten Unvollständigkeitssatz [9,10] hat der Mathematiker Kurt Gödel (1906-1978) im Jahre 1931 eine logische Unschärferelation für den Bereich der Mathematik formuliert. Der Satz besagt vereinfacht ausgedrückt, dass man unentscheidbare Aussagen grundsätzlich nicht verhindern kann, wenn man alle Aussagen in einem (mathematischen) Begriffsgebäude zulässt. Abgeschlossenheit (oder Vollständigkeit) einerseits und Entscheidbarkeit (bzw. Widerspruchsfreiheit oder Eindeutigkeit) andererseits sind danach nicht beide gleichzeitig zu haben.

In den abstrakten Wissenschaften, wie der Mathematik, der Logik oder der analytischen Philosophie kann man vielleicht um der Eindeutigkeit willen Selbstbezüge verbieten oder auch auf Abgeschlossenheit der Begriffsgebäude verzichten. In den meisten Bereichen der Natur, der Technik, wie etwa in der Informatik (siehe oben) und im Bereich der menschlichen Lebenswelt kann und darf man diese Fälle aber nicht übersehen oder ignorieren. Selbstbezüge sind oft essentielle und konstruktive Systemmerkmale. Bei diesen praktischen Systemen geht es nicht immer um Aussagen im direkten Sinne, denen man eindeutig einen der „Werte“ wahr oder falsch, bzw. ja oder nein zuschreiben könnte. Vielmehr stellen hier auch menschliche Beobachter, technische Beobachtungseinrichtungen oder Messgeräte Fragen an die Welt, und die Antworten (oder „indirekten“ Aussagen) sind die beobachteten Fakten in Form von gemessenen Werten, Zeitverläufen oder räumlichen Strukturen, die eben auch durch Selbstbezüge uneindeutig werden können und bei denen es im Allgemeinen eben nicht nur zwei mögliche Alternativen oder Werte gibt, wie bei den direkten Aussagen. So spielen Selbstbezüge in

Form von Rückkopplungen in allen kybernetischen und Regelungssystemen eine ganz entscheidende Rolle. Ein ganz einfaches technisches Beispiel ist ein verzögerungsfrei arbeitender positiv rückgekoppelter Spannungsverstärker. Stellt man durch geeignete Wahl des Rückkopplungsfaktors die Kreisverstärkung auf den Wert Eins ein, dann zeigt sich am Ausgang, auch wenn man ihn sich selbst überlässt, eine i.a. von Null verschiedene Ausgangsspannung, deren Wert von Umwelt und Vergangenheit abhängt. Wenn auch Zeitverzögerungen zu berücksichtigen sind, dann entstehen kompliziertere Ausgangssignale, sogenannte Eigenschwingungen. Selbstbezüge sind auch das Wesen von Wechselwirkungen in der Natur, die man als gegenseitige Beobachtungen auffassen kann. Und bei jeder Beobachtung hängt das Ergebnis immer auch von der Art der Beobachtung, also von der Beobachtungseinrichtung ab. So darf man etwa bei einem Messwertverstärker nicht den Umstand außer Acht lassen, dass dieser nicht nur die zu erfassende Größe misst, sondern im Selbstbezug auch immer sich selbst ein Bisschen „mitmisst“, wodurch Eigenschwingungen und Eigenrauschen den Messwert verfälschen und damit Unschärfen in dem angezeigten Messwert zustande kommen (in einer deterministischen Welt wären die sich einstellenden Werte im Prinzip exakt berechenbar, nicht aber in unserer realen Welt). Wir werden später sehen, dass in der Mikrophysik die Beobachtungseinrichtung nicht nur das Ergebnis der Beobachtung beeinflusst, sondern sogar den zu messenden Eigenschaftswert erst „werden lässt“, man kann auch sagen selbst erzeugt.

Eine besondere Bedeutung spielen Selbstbezüge in menschlichen Gesellschaften, in denen das Wechselspiel und die Rückkopplungen zwischen einzelnen Individuen oder zwischen den Individuen und der Gesellschaft als Ganzes essentiell für die sich speziell herausbildende Struktur der Gesellschaft ursächlich verantwortlich sind. So erzeugen die Individuen zwar durch ihr Verhalten und Wirken die gesellschaftlichen Strukturen und Normen, letztere wirken aber auch auf die Individuen selbst zurück und beeinflussen wiederum deren (Struktur bildendes) Verhalten. Und jeder kennt doch auch das besondere Gefühl, das einen überkommt, wenn man einem anderen Menschen in die Augen schaut. Die Besonderheit und die eigentümliche Spannung dieser Situation ist sicher auch auf die im Prinzip unbegrenzte wechselseitige Beobachtungsschleife zurückzuführen, die darin besteht, dass nämlich erstens jeder den anderen sieht, dass zweitens jeder sieht, dass der andere ihn sieht, dass drittens jeder sieht, dass der andere sieht, dass man ihn sieht, dass viertens jeder sieht, dass der andere sieht, dass man sieht, dass der andere einen sieht, usw. ad infinitum. Zwischenmenschliche Kontakte und gesellschaftliche Abläufe sind also ohne die Berücksichtigung von derartigen Rückkopplungen und Selbstbezügen überhaupt nicht beschreibbar und schon gar nicht zu begreifen.

Gödels Satz sagt aus, dass in einem vollständigen, abgeschlossenen System nicht alles eindeutig und widerspruchsfrei erklärbar ist, dass also allein schon die Tatsache der Abgeschlossenheit Unentscheidbarkeiten, Widersprüche, Unschärfen und intrinsische Unerklärbarkeiten heraufbeschwört. Wir können dies auch als weiteres Indiz dafür auffassen, dass eine in sich abgeschlossene immanente Welt nicht im strikten Sinne deterministisch sein kann, was wir in Teil I dieses Buches auf anderem Wege bereits herausgefunden hatten. Ein anderes Beispiel für abgeschlossene Systeme sind Sprachen. Auch sie lassen sich niemals vollständig aus sich selbst heraus, d.h. nur mit den Mitteln der Sprache selbst eindeutig und widerspruchsfrei erklären. Man braucht zur Erklärung immer auch außersprachliche Bezüge zur menschlichen Lebensumgebung, indem man etwa auf eine Sitzgelegenheit zeigt und dabei dem lernenden Kind das Wort „Stuhl“ nennt.

In diese Problemklasse gehört auch die schon von den altgriechischen Philosophen gestellte nicht beantwortbare Frage, warum es überhaupt etwas gibt, und nicht vielmehr nichts. Eine Antwort entzieht sich uns, weil die Suche nach Begründungen für die beiden Alternativen *Sein* und *Nicht-Sein* deren prinzipielle Beobachtbarkeit erfordert. Diese ist aber nicht gegeben,

weil wir ja selbst Teil des *Seins* sind, und deshalb den Alternativfall des *Nicht-Seins*, wegen unserer dann gegebenen eigenen Abwesenheit gar nicht beobachten könnten. Dennoch wird in Kapitel 19.2 noch ein Versuch gemacht, auf diese Frage eine Antwort zu geben.

Weitere Fälle von Unentscheidbarkeiten liefert uns die Relativitätstheorie. So kann etwa ein Beobachter zu Recht von der Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse überzeugt sein und ein anderer dies, ebenfalls zu Recht, bestreiten (siehe Kapitel 6.2.1). Das bedeutet, dass man über die Richtigkeit der Aussage, zwei Ereignisse hätten sich gleichzeitig zugetragen, nicht immer eindeutig entscheiden kann.

Bezüglich des Satzes vom Ausschluss können wir damit zusammenfassen, dass es eben doch viele Aussagen im direkten oder indirekten Sinne gibt, die nicht klar entscheidbar sind, und dass damit in unserer Welt auch mannigfach mit Unschärfen und Unklarheiten zu rechnen ist. Gründe dafür sind, neben relativistischen Effekten, die Abgeschlossenheit von Systemen sowie Selbstbezüge, die man wegen ihrer Bedeutung in der physikalischen und menschlichen Lebensumwelt auch nicht ignorieren darf. Ob etwas wahr oder falsch ist, lässt sich also oft aus prinzipiellen Gründen nicht entscheiden. Im Sinne der Entscheidbarkeit über Aussagen kann man den Satz vom Ausschluss also nicht als uneingeschränkt gültig bezeichnen. Das heißt aber nicht, dass ein Ereignis in der Welt der Fakten *stattfinden* und gleichzeitig *nicht stattfinden* kann. In diesem Sinne ist der Satz vom Ausschluss immer noch uneingeschränkt gültig.

Die Erkenntnis, dass über die Wahrheit von Aussagen nicht immer entschieden werden kann, hat der Filmschauspieler Charlie Chaplin (1889-1977) einmal sehr schön mit folgendem Ausspruch auf den Punkt gebracht: „Wahrheit ist selten so *oder so*, meistens ist sie so *und so*.“

### 5.1.3 Der Satz vom zureichenden Grund

In seinem Werk *Monadologie* [6] schreibt Leibniz in §32, „... dass keine Tatsache als wahr oder existierend gelten kann und keine Aussage als richtig, ohne dass es einen zureichenden Grund dafür gibt, dass es so und nicht anders ist, obwohl uns diese Gründe meistens nicht bekannt sein mögen.“

Aus der Leibniz'schen Formulierung erkennt man, dass es sich beim Satz vom zureichenden Grund um nichts anderes als um die Determinismushypothese handelt, die wir in Teil I bereits diskutiert hatten. Leibniz sagt dabei nicht, wo er glaubt, dass man die genannten, aber wohl meist unbekannt, Gründe im Prinzip finden könne. Falls er davon ausging, dass sich diese Gründe immer innerhalb unserer immanenten Welt finden ließen, so würde es sich bei seinem Determinismus um die in Kapitel 1 definierte dynamische Variante handeln. Falls er aber auch externe, innerweltlich nicht begründbare Anfangszustände zugelassen haben sollte, so würde es sich bei seinem Determinismus um die in Kapitel 4 beschriebene gemäßigte (descartessche) Variante handeln. Aus den bisherigen Kapiteln wissen wir aber schon, dass unsere Welt in keinem der beiden Sinne strikt deterministisch ist und es eben nicht für alles in ihr einen zureichenden Grund gibt. Der Satz vom zureichenden Grund ist damit in unserer Welt nicht generell gültig.

#### FAZIT

***Von den klassischen Denkgesetzen bleibt also nicht mehr viel übrig. Dem Satz von der Identität kann man in der aristotelischen Formulierung noch voll zustimmen, in der Leibniz'schen aber nur noch mit Einschränkungen. Die beiden anderen, der Satz vom Ausschluss, als die Vereinigung der Sätze vom Widerspruch und vom ausgeschlossenen Dritten<sup>\*</sup>, sowie der Satz vom zureichenden Grund können heute nicht mehr als uneinge-***

*schränkt richtig angesehen werden. Damit haben die klassischen Denkgesetze als Grundlagen unseres philosophischen und wissenschaftlichen Denkens vieles von ihrer früheren Bedeutung verloren.*

\*) Es sei hier nochmals wiederholt, dass diese beiden Sätze exakt dasselbe aussagen, wenn eine doppelte Verneinung als Bejahung zu verstehen ist. Da der Autor keine Veranlassung sieht daran zu zweifeln, scheint ihm eine Vereinigung der beiden Sätze sinnvoll, wenn nicht gar notwendig.

Auf die klassischen Denkgesetze können wir uns also offenbar nicht mehr recht verlassen. Was bleibt uns dann aber noch zum Denken? Gibt es überhaupt etwas Sicheres, auf das wir uns beim Denken stützen können, oder bewegen wir uns heute auch auf diesem Gebiet nur noch auf schwankendem Boden? Gott sei Dank gibt es da noch etwas, nämlich die logischen oder logisch-mathematischen Denkgesetze, über die im nächsten Kapitel gesprochen wird.

## 5.2 Die logisch-mathematischen Denkgesetze

Im Zusammenhang mit den Theorien, die wir Menschen über das entwickelt haben, was wir in unserer Welt beobachten, und der Frage danach, in welchem Sinne man bei solchen (empirischen) Theorien von Wahrheit sprechen kann, werden wir in Kapitel 8.3 noch ausführlich über verschiedene Wahrheitsbegriffe sprechen. Davon müssen wir aber hier schon ein wenig vorwegnehmen.

Bei der Frage nach Wahrheit geht es immer um Aussagen, von denen wir wissen möchten, ob für sie das Attribut der Wahrheit, mit welcher Bedeutung auch immer, zutrifft oder nicht zutrifft. Aussagen kann man nun in zwei Gruppen einteilen. Die erste Gruppe sind die empirischen Aussagen, die etwas sagen über ein Faktum oder einen Vorgang in der von uns beobachteten Welt, wie etwa die Aussage *die Katze hat weißes Fell*. Die zweite Gruppe sind die mathematisch-logischen Aussagen. Das sind immer *wenn-dann Aussagen*, bei denen von einer oder mehreren Annahmen auf etwas anderes geschlossen wird, wie etwa bei der Aussage *wenn ich einen Eimer habe, der fünf Liter fasst, dann muss ich für zehn Liter zweimal schöpfen*. Ob eine empirische Aussage richtig ist oder nicht, kann man nur in der Praxis überprüfen. In dem Beispiel muss man sich die Katze halt anschauen und so überprüfen, ob ihr Fell wirklich weiß ist; trifft es zu, so ist der Satz *die Katze hat weißes Fell* im empirischen Sinne wahr. Mathematisch-logische Aussagen erfordern keine empirische Überprüfung. Ob sie richtig sind, können wir allein durch logisches Denken herausfinden. So brauchen wir nicht überprüfen, wie oft wir mit dem genannten Eimer schöpfen müssen, um zehn Liter zu erhalten, wir wissen das allein durch Nachdenken. Wir können also zwei Typen von Wahrheiten unterscheiden, die *empirischen Wahrheiten* und die *logischen*. Wie wir in Kapitel 8.3 noch sehen werden, ist es gar nicht einfach in der empirischen Welt von Wahrheiten zu sprechen. Im Sinne der Denkgesetze interessieren uns hier aber vornehmlich die logischen Wahrheiten, bei denen wir uns mit dem Begriff der Wahrheit etwas leichter tun. Bei diesen geht es wie gesagt immer um wenn-dann-Aussagen, und diese sind genau dann wahr, wenn das *Dann* konsistent ist mit dem *Wenn*. Logische Wahrheiten nennt man deshalb auch *Konsistenzwahrheiten*.

Eine Klasse der logischen Wahrheiten sind die Aussagen der *deduktiven Logik*. Dabei wird immer vom Allgemeinen auf das Spezielle geschlossen, wie in dem einfachen Beispiel: *Wenn alle Menschen sterblich sind, dann werde ich eines Tages sterben, sofern ich ein Mensch bin*. Allgemeiner formuliert gilt: Wenn eine Aussage für jedes Element einer Menge gilt, dann gilt sie auch für alle Elemente jeder Teilmenge dieser Menge. Das ist für unseren gesunden Menschenverstand intuitiv klar und ist auch noch von niemandem ernsthaft bezweifelt worden. Eine umgekehrte induktive Logik gibt es nicht. Denn aus dem Wissen, dass etwas für einen

oder wenige Fälle gilt, können wir nicht auf all die anderen Fälle schließen, man kann das lediglich vermuten. In der Mathematik gibt es allerdings Ausnahmen. So kann man mit der vollständigen Induktion z.B. die Summenformel der arithmetischen Reihe vollständig beweisen, nachdem man sie nur für einen oder wenige Fälle explizit nachrechnet und dann den Schluss von  $N$  auf  $N+1$  macht. Obwohl induktive Vermutungen im Allgemeinen keine Beweiskraft haben, spielen sie in der Wissensentwicklung aber dennoch eine wichtige Rolle, da nämlich praktisch alle Theorien und Gesetze in den Wissenschaften und in der Mathematik aus induktiven Anfangsvermutungen entstanden sind. Mehr dazu findet sich in Kapitel 8.1.

Die deduktive Logik spiegelt sich sehr schön wider in den sogenannten Syllogismen. Ein Beispiel ist der Satz *wenn alle Bayern Deutsche sind und einige Bayern Schwarze, dann sind auch einige Deutsche Schwarze*. An seiner Richtigkeit lässt sich nicht zweifeln. Offensichtlich *falsch* wäre hingegen die umgekehrte Aussage *wenn alle Bayern Deutsche sind und einige Deutsche Schwarze sind, dann sind auch einige Bayern Schwarze*. Diese Aussage ist falsch, weil die nach Voraussetzung in Deutschland lebenden Schwarzen ja auch alle außerhalb Bayerns leben könnten. Die formale Struktur der Syllogismen ist die folgende: Es gibt drei Mengen von Dingen oder Elementen (im Beispiel waren das die Mengen der Deutschen, der Bayern und der Schwarzen). Zwei dieser Mengen werden nun über eine der vier Auswahlkriterien *alle sind*, *keiner ist*, *einige sind* oder *einige sind nicht* jeweils mit der dritten Menge quantifizierend verknüpft. Im dem (korrekten) Beispiel sind das die quantifizierenden Verknüpfungen *alle Bayern sind Deutsche*, sowie *einige Bayern sind Schwarze*. Aus der logischen Und-Verknüpfung dieser beiden Quantifizierungen, kann man dann allein durch Denken, oder unter Zuhilfenahme von Mengendiagrammen, herausfinden, ob und wenn ja welche quantifizierende Verknüpfung zwischen den Deutschen und den Schwarzen besteht. Im Beispiel war das die Verknüpfung, dass dann auch einige Deutsche Schwarze sind. Insgesamt lassen sich 256 verschiedene Syllogismen formulieren. Davon sind aber nach [56] nur 19 logisch einwandfreie Aussagen und diese bilden die Modi der (sogenannten) klassischen Logik.

Ein paar weitere Bereiche der Logik seien hier kurz angesprochen: Bei den Gesetzen der **Prädikatenlogik** geht es um die logische Verknüpfung und Verarbeitung von Prädikaten (das sind Faktenaussagen) u.a. mit den Operatoren UND, ODER (inklusives ODER) und der Negation (wir hatten diese Logik in Kapitel 5.1.2 schon verwendet). Ein schönes praktisches Beispiel einer ODER-Verknüpfung ist die Parallelschaltung zweier Lichtschalter: Das Licht wird aus logischer Notwendigkeit heraus genau dann brennen, wenn entweder nur der eine, oder nur der andere, oder wenn beide Schalter geschlossen sind. In der Prädikatenlogik kommt man aber auch mit nur zwei Operatoren, etwa dem UND und dem EXKLUSIV ODER aus

Bei der **deontischen Logik** geht es um die die Begriffe des *Geboten-*, *Verboten-*, *Erlaubt-* und *Freigestellt-Seins* und ihren Negationen. Wenn z.B. etwas geboten ist, dann ist das gleichbedeutend mit dem Verbot, es zu unterlassen, und wenn etwas nicht verboten ist, dann bleibt es jedem freigestellt es zu tun oder zu unterlassen.

Bei der **Modallogik** geht es um die Begriffe *möglich* ( $M$ ), *notwendig* ( $N$ ), *kontingent* ( $K$ ) und ihre Negationen ( $\neg$ ). Wenn z.B. etwas notwendig ist, dann ist es nicht möglich, dass es nicht der Fall ist ( $N = \neg M \neg$ , oder nach  $M$  aufgelöst  $M = \neg N \neg$ ). Kontingent ist etwas, wenn beides möglich ist, das Etwas selbst und sein Gegenteil.

Für die Anwendung der Begriffe **Wissen** und **Nichtwissen** gibt es auch gewisse Regeln. Mit diesen kann man z.B. beweisen, dass niemand wissen kann, ob es Dinge gibt, von denen niemand etwas weiß. Wir sollten das zwar vernünftigerweise annehmen, wissen können wir es aber nicht. Das bedeutet aber auch, dass es eben prinzipiell nicht möglich ist, alles Wahre auch zu wissen (zumindest dann nicht, wenn in diesem Wahren eine Aussage über unser Wis-

sen enthalten ist). Zu den logischen Denkgesetzen können wir auch noch zählen, dass es nicht erlaubt ist, deontische Sätze (Sollsätze, die der deontischen Logik unterliegen) mit ontischen, d.h. empirischen Sätzen bzw. Fakten begründen zu wollen. Der naturalistische Fehlschluss kann auch weiterhin als solcher bezeichnet werden. Die Zweifel an dem Fehlschluss rühren nämlich allein aus der (deterministischen) Überzeugung der Zweifler, es müsse für ethische Sollsätze doch irgendwo in der immanenten Welt eine Erklärung geben, und wenn man sie im deontischen Bereich nicht fände, dann müssten sie halt im Ontischen zu finden sein. Ein ähnlicher Kategorienfehler liegt vor, wenn man Mögliches mit Fakten gleichgesetzt. Mit diesem Denkfehler hat man z.B. keine Chance, die Aussagen der Quantenmechanik zu begreifen. Darauf werden wir später noch zurückkommen.

Weitere Regeln und Gesetze fürs Denken liefert uns die Mathematik. Die Aussagen der Mathematik sind ja allesamt Ableitungen und Schlussfolgerungen aus den mathematischen Grundaxiomen und aus diesen exakt und reproduzierbar zu berechnen. So ist es unbezweifelbar logisch richtig, dass man mit der Berechnungsvorschrift  $A = B \cdot C$  nicht nur A aus B und C berechnen kann, sondern dass auch die Umkehrformel  $B = A/C$  gilt, mit der man dann B aus A und C berechnen kann (solange C nicht Null ist), und dass nach der Dreiecksungleichung der Betrag der Summe zweier reeller Zahlen nie größer sein kann, als die Summe ihrer Beträge. Und auf Grund der Definitionen der Winkelfunktionen und der Differentialrechnung ist es auch unumstößlich richtig und logisch wahr, dass der Differentialquotient der Sinusfunktion die Kosinusfunktion ist. Bis zum Beweis hat es bei manchen mathematischen Vermutungen allerdings etwas Zeit gebraucht, wie z.B. bei der großen Fermat'schen Vermutung (siehe [55]); hier hat die Welt etwa 350 Jahre seit Fermats Vermutung auf deren Beweis durch Andrew Wiles in den 90er Jahren des letzten Jahrhunderts warten müssen.

Außer den für die Mathematiker des beginnenden 19. Jahrhunderts recht irritierenden russellschen Antinomien, dem Gödel'schen Satz (siehe Kapitel 5.1.2) und der daraus erwachsenen Erkenntnis, dass eben auch in der Mathematik nicht alles entscheidbar ist, hat sich die Mathematik aber im Allgemeinen ihren ursprünglichen Anspruch auf klare Aussagen und klare Entscheidbarkeit bis heute bewahrt. Die Nichtentscheidbarkeit von bestimmten Aussagen entsteht immer durch Selbstbezüge in diesen Aussagen.

Als ein weiteres Grundgesetz des logischen Denkens können wir auch noch den Grundsatz auffassen, dass sich nichts aus sich selbst heraus vollständig erklären lässt. Das geht weder direkt noch über einen Zirkelschluss. Auch aus den russellschen Antinomien und dem gödelschen Satz lässt sich, wie wir schon gesehen hatten, auf die Unmöglichkeit vollständiger intrinsischer Selbsterklärungen schließen (was wir bei der Widerlegung der drei Determinismen in Kapitel 3 auch schon erkannt hatten). Das bedeutet eben auch, dass auch in jeder mit mehr als drei oder vier Dimensionen angenommenen Überwelt der unseren nicht alles intrinsisch erklärbar ist. Vielleicht geht das in einer Welt mit unendlich vielen Dimensionen. Auf diese Spekulation wird am Ende des Buches noch kurz eingegangen.

Soweit zu den Denkgesetzen. Im nächsten Kapitel wollen wir uns nun zwei anderen wichtigen Grundlagen unseres Denkens zuwenden, nämlich den Begriffen von Raum und Zeit.

## **6. Über Raum und Zeit in Vorstellung und Wissenschaft**

### **6.1 Raum und Zeit als menschliche Grundvorstellung**

Alles was uns Menschen über unsere Sinne erscheint, ordnen wir als Erstes nach unserer Vorstellung von Raum und Zeit ein. So sagen wir, dass sich etwas zu einem bestimmten Zeitpunkt an einer bestimmten Stelle im Raum befunden habe, ein Ereignis sich dann und dann

dort und dort zugetragen habe, dass ein Gegenstand im Raum einen bestimmten Bereich einnehme, ein Vorgang eine bestimmte Zeitspanne gedauert habe, oder dass sich zwei Geschehnisse an verschiedenen Orten zu verschiedenen oder gleichen Zeiten zugetragen haben. Wir können gar nicht anders. Es scheint also so zu sein, dass uns die Begriffe Raum und Zeit als Hilfsmittel für die Wahrnehmung unserer Lebensumgebung a priori mitgegeben wurden.

Der Königsberger Philosoph Immanuel Kant (1724-1804) hat sich in seiner *Kritik der reinen Vernunft* [11] auch mit den Begriffen Raum und Zeit beschäftigt. Er sah Raum und Zeit nicht als empirische Begriffe an, die wir aus den Erfahrungen mit unserer Umwelt abgeleitet haben könnten, sondern als notwendige Grundelemente unserer Vorstellung, die wir für das Gewinnen von Erfahrungen bereits brauchen, und über die wir deshalb schon vor jeder Erfahrung a priori verfügt haben müssten. Das von uns Beobachtete ordnen wir nach Raum- und Zeitkriterien, wir heften dem, was wir beobachten, sozusagen Zeit- und Raummarken an und nennen die so verarbeiteten Beobachtungen dann Erscheinungen. Deshalb kann man auch nicht, wenn es hinter den Erscheinungen überhaupt „Dinge an sich“ geben sollte, davon sprechen, dass Raum und Zeit Eigenschaften der Dinge selbst seien, sie sind lediglich Eigenschaften der in unseren Köpfen aus den sensorischen Beobachtungen konstruierten Erscheinungen. Dass die Empfindungen von Raum und Zeit Grundelemente unserer Vorstellung und damit Grundvoraussetzungen für unsere Wahrnehmung und unser Denken sind, kann man nach Kant schon daran erkennen, dass wir absolut unfähig sind, uns die Abwesenheit von Raum und Zeit vorzustellen. Nach Kant scheint es auch grundlegend in unserer Vorstellung verankert zu sein, dass Raum und Zeit unbegrenzt sind, auch wenn wir aus physikalischen Überlegungen heraus dies heute in Zweifel ziehen müssen (siehe unten). Wir können hier ergänzen, dass wir uns Zeit auch nur „vorwärts“ fortschreitend vorstellen können, und auch unfähig sind, uns Räume mit mehr als drei Raumdimensionen (also mehr als Länge, Höhe, Breite) vorzustellen. Wir glauben intuitiv an eine objektive Zeit, die gleichmäßig, und für jeden Beobachter in der Welt, unabhängig von seinem eigenen Zustand, identisch abläuft. Wir empfinden Raum und Zeit als unabhängig von den Gegenständen, die sich im Raum befinden und halten den Raum für ein Gebilde, in dem die euklidische Geometrie gilt, die wir in der Schule gelernt haben.

Diese intuitiven Raum-Zeit-Vorstellungen haben wir uns in der Evolution angeeignet. Sie haben sich gehalten, weil sie ausgereicht haben, uns auf dieser Erde in unserer Lebenswelt als Art zu behaupten. Die Vorstellungen waren also bisher brauchbar und sind damit im pragmatischen Sinne wahr (siehe Wahrheitsbegriffe in Kapitel 8.3). Pragmatische Wahrheiten sind aber häufig einem Wandel unterworfen, weshalb man eben auch unsere intuitiven Vorstellungen von Raum und Zeit durchaus in Frage stellen kann. Sie brauchen nicht mit einer umfassenderen, auch Bereiche außerhalb unserer üblichen Lebenswelt einschließenden Beschreibung der physisch-psychischen Realität überein zu stimmen, wie wir weiter unten auch sehen werden. Albert Einstein hat uns mit seiner Relativitätstheorie zwar eine solche umfassendere Beschreibung von Raum und Zeit geliefert, dennoch sind diese beiden Größen subjektive Grundelemente unserer Vorstellung geblieben. Wegen ihres Ursprungs im Subjekt, sind sie auch „erste“ Konzepte unserer Wahrnehmung, die wir auf keine anderen Größen zurückführen können; sie sind sozusagen subjektive Basale unserer Wahrnehmung und unseres Denkens. Wenn aber unsere Erkenntnisse über die Welt auf einer ersten Einordnung der Erscheinungen nach subjektiven Vorstellungen beruhen, dann ist ja vielleicht auch tatsächlich alles, was wir von der Welt zu wissen und zu sehen glauben, allein aus dem Subjekt heraus erklärbar. Eine Vorstellung, die man auch aus den Schriften des Philosophen Edmund Husserl (1859-1938) zur Phänomenologie herauslesen kann [12, 46].

Die bereits in unseren basalen Wahrnehmungskonzepten von Raum und Zeit gründende Subjektivität findet sich auch im quantenmechanisch zu beschreibenden mikrophysikalischen

Messprozess sowie auch in den physikalischen Unschärferelationen wieder, die sich erstaunlicher Weise genau auf diese beiden (subjektiven) Grundgrößen Raum und Zeit und die mit diesen verschränkten physikalischen Größen Impuls und Energie beziehen. Dazu mehr in späteren Kapiteln.

Die Menschen haben sich schon immer gewünscht, Raum und Zeit überwinden zu können. Man würde gerne einmal plötzlich oder wenigstens nach einer nur kurzen Reise ganz woanders sein, am anderen Ende der Welt oder gar auch auf einem anderen Planeten. In gewissen Grenzen ist uns Menschen das mit den modernen Verkehrs- und Transportmitteln gelungen. Natürlich würden wir uns auch gerne nicht nur im Raum, sondern auch in der Zeit nach Wunsch vor- oder zurückbewegen können. Wer würde nicht gerne einmal im alten Ägypten zur Zeit der großen Pharaonen oder im Europa des 23. Jahrhunderts umher spazieren? Diesen Wunsch hat sich der Mensch bisher aber nicht erfüllen können und wird dazu wohl auch nie in der Lage sein. Wir können zwar das Hier überwinden, sind aber auf geheimnisvolle Weise unlösbar an das Jetzt der Gegenwart gefesselt. Auf diese Besonderheit der Zeit im Vergleich zum Raum werden wir in Kapitel 6.2.3 noch genauer eingehen. Ein philosophisches Konzept zur Überwindung von Raum und Zeit ist die Vorstellung von Universalien oder auch idealen Gegenständen, wie etwa einem Dreieck als solchem, nicht einem realen Dreieck aus Papier oder auf diesem aufgemalt, oder dem Konzept „Stuhl“, keinem realen aus Holz oder Metall, sondern einem gedachten Konzept des Begriffes Stuhl. Weiter ausgebaut führt dies zur Ideenwelt Platons [13], einer raum- und zeitlosen Welt, in der das Wesen von „Allem“ (Gegenstandsklassen, Prinzipien, Bestimmungen, Handlungen) für immer, sozusagen als Muttervorlage, bereitsteht. Die Dinge unserer erlebten Welt sind dann nur unvollkommene Abbilder, Nachbildungen oder Kopien dieser idealen Urbilder, die aber von Platon als real existierend angenommen wurden. Platon hielt auch deshalb nichts von Malerei, denn ein Gemälde wäre ja nur die Kopie einer Kopie. Platons Ideenwelt ist also zeitlos und damit unsterblich, und auch nicht an den Raum gebunden. Die Urbilder existieren damit in einer transzendenten Welt ohne Raum und Zeit. Im Universalienstreit des Mittelalters (siehe z.B. [14]) hat man lange und heftig darüber gestritten, ob diese Universalien real existieren (das vertraten die *Realisten*) oder ob sie nicht vielmehr nur gedachte Repräsentanten einer Klasse von in unserer Welt tatsächlich vorkommenden Gegenständen oder Sachverhalten, also lediglich transzendente Abstraktionen sind. So wäre die Universalie Haus lediglich ein gedachter Repräsentant aller üblicherweise mit Haus bezeichneten Gegenstände unserer Welt. Diese Meinung vertraten die *Nominalisten*. Heute vertreten die meisten Menschen die Position der Nominalisten, manche, eher gläubige Menschen, vertreten aber auch heute noch gelegentlich die Position der Realisten. Letztere ist allerdings nicht ganz schlüssig. Da nämlich die transzendenten Urbilder in der *immanenten* Welt nicht vorkommen, klingt es etwas inkonsistent, davon zu sprechen, dass diese *real* existierten.

Nach diesem philosophischen Streifzug wollen wir uns im nächsten Kapitel ansehen, was die heutigen Wissenschaften, vornehmlich die Physik, zu den Begriffen Raum und Zeit zu sagen haben.

## 6.2 Die Physik von Raum und Zeit

Wenn wir Ereignisse oder Gegebenheiten beschreiben, so tun wir dies in der Regel dadurch, dass wir jedem Ort und jedem Zeitpunkt in denjenigen Teilen des Raumes und denjenigen Bereichen der Zeit, in denen sich das Ereignis abspielt oder die Gegebenheit vorliegt, eine oder mehrere das Ereignis oder die Gegebenheit charakterisierende quantitative Eigenschaften, meist in Form physikalischer oder wirtschaftlicher Größen wie etwa Masse (in kg), elektri-

sche Spannung (in Volt), Energie (in Joule), Personaleinsatz (in Mannstunden) oder Gewinn (in Euro) zuschreibt. Diese Zuschreibungen nennen wir Funktionen über Raum und Zeit. In diesem mathematisch-physikalischen Sinne spielen Raum und Zeit die Rolle unabhängiger Veränderlicher oder Variabler, und die den Orts-Zeit-Punkten zugeschriebenen Eigenschaften nennt man abhängige Variable. Nach klassischer Vorstellung ist unser Raum dreidimensional, die Ortsvariable ist damit ein Vektor mit drei Komponenten, die man meist mit  $x$ ,  $y$  und  $z$  bezeichnet. Hinzu kommt noch die Zeit als skalare Größe, die nur aus einer Komponente besteht und meist mit  $t$  (von *tempus* = Zeit) bezeichnet wird. Da nicht nur bestimmte diskrete Orts- oder Zeitpunkte möglich sind, sondern zwischen zwei Punkten auf jeder der vier Achsen ( $x,y,z,t$ ) immer auch jeder dazwischen gelegene Punkt kontinuierlich angenommen werden kann, sprechen wir auch vom Raum-Zeit-Kontinuum. Oft stellt man Raum- und Zeitvariable graphisch in (nach dem Philosophen Descartes benannten) kartesischen, rechtwinkligen Koordinatensystemen dar. Dabei muss man sich allerdings mit einer Auswahl von zwei oder drei Koordinaten begnügen. Ein Koordinatensystem mit vier Achsen, drei Raum- und einer Zeitachse, die alle senkrecht aufeinander stehen (oder schiefwinklig angeordnet und voneinander linear unabhängig sind), können wir Menschen uns in unserer immanenten nur dreidimensionalen Welt nicht vorstellen und auch nicht graphisch darstellen, obwohl man in der Mathematik problemlos auch mit mehrdimensionalen Koordinatensystemen umgehen kann. Den derzeitigen Stand der wissenschaftlichen Vorstellungen über die Eigenschaften dieses Kontinuums wollen wir uns in den folgenden Unterkapiteln etwas genauer ansehen. Wir werden sehen, dass diese doch deutlich von den in Kapitel 6.1 beschriebenen intuitiven Vorstellungen abweichen.

### 6.2.1 Von der relativistischen Raumzeit

Albert Einstein (1879-1955) hat in seinen Relativitätstheorien [15,16], der *Speziellen* von 1905 und der *Allgemeinen* von 1915, Raum und Zeit zur vierdimensionalen Raumzeit zusammengefasst und über das Raum-Zeit-Kontinuum eine Reihe erstaunlicher Aussagen gemacht. Diese Aussagen und ihre Konsequenzen konnten bis heute alle experimentell bestätigt werden. Selbst die aus der Theorie zu folgernden schwarzen Löcher und Gravitationswellen wurden im Weltall mittlerweile nachgewiesen. Gravitationswellen werden von beschleunigten massebehafteten Körpern ausgesandt, vergleichbar mit den elektromagnetischen Wellen, die beschleunigte elektrisch geladene Körper (z.B. Elektronen) aussenden.

Auslöser für die spezielle Relativitätstheorie war das Ergebnis des Michelson-Experiments (1887 in Cleveland, Ohio), aus dem hervorging, dass Beobachter, auch wenn sie sich relativ zueinander bewegen, bei der Messung der Geschwindigkeit ein und desselben Lichtstrahls immer exakt denselben Wert erhalten. Zur Geschwindigkeit des Lichtes kann man also nichts mehr hinzuaddieren. Sie ist damit eine universelle Konstante und eine Geschwindigkeits-Obergrenze, die bei keinem Transport von Masse, Energie oder Informationen jemals überschritten werden kann. Diese Obergrenze gilt nicht für sogenannte Phasengeschwindigkeiten, oder man kann auch sagen Scheingeschwindigkeiten. So streift z.B. der Lichtstrahl eines auf der Erde aufgestellten und mit 150 Umdrehungen pro Sekunde rotierenden Lasers bereits mit mehr als Lichtgeschwindigkeit die Internationale Raumstation in 350 km Höhe. Und so laufen auch die Wellenberge einer schräg auf eine Wand auftreffenden Lichtwelle mit mehr als Lichtgeschwindigkeit an dieser Wand entlang. Außerdem gilt diese Grenze auch nur für etwas sich im Raum Bewegendes und nicht auch für die Ausdehnung des Raumes selbst, die auch – so sehen das die Physiker heute – viel schneller als mit Lichtgeschwindigkeit erfolgen kann. In späteren Kapiteln werden wir darauf noch zurückkommen. Gelegentlich hört man von Messungen, die eine höhere Signalgeschwindigkeit als die Lichtgeschwindigkeit ergeben

hätten, diese haben sich aber bisher alle als fehlerhaft erwiesen. So hat sich auch die im Jahre 2011 angeblich beobachtete Überlichtgeschwindigkeit von Neutrinos als Messfehler herausgestellt. Außerdem war mit dem Michelson-Versuch die klassische Vorstellung eines den gesamten Raum erfüllenden Äthers widerlegt, in dem sich Licht und andere elektromagnetische Wellen ähnlich wie Schallwellen im Medium Luft ausbreiten würden. Das bedeutet auch, dass es im Weltall keinen Bezugspunkt für Bewegungen, also keinen Bewegungsnullpunkt gibt, und damit Geschwindigkeiten immer nur relativ zu anderen Objekten angegeben werden können (heute wird aber gelegentlich über die kosmische Hintergrundstrahlung doch eine Art Ruhesystem im Universum definiert).

Weitere Konsequenzen aus dem Michelson-Experiment sind die berühmte Einsteinformel

$$E = m \cdot c^2, \quad (6-1)$$

die die Äquivalenz von Masse  $m$  und Energie  $E$  über die Lichtgeschwindigkeit  $c$  formuliert, sowie die Tatsache, dass Masse und Impuls eines bewegten Objektes nach den Beziehungen

$$m = m_0 / [1 - (v/c)^2]^{1/2} = \gamma \cdot m_0 \quad \text{und} \quad I = \gamma \cdot m_0 \cdot v, \quad m_0 \text{ ist hier die Ruhmasse} \quad (6-1a)$$

mit wachsender Geschwindigkeit  $v$  gegenüber dem Beobachter ansteigen und bei Annäherung an die Lichtgeschwindigkeit sogar dem Wert unendlich zustreben. Dasselbe gilt dann auch für die Gesamtenergie  $E = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2$ , die sich mit (6-1a) auch in folgender Form schreiben lässt:

$$E^2 = (m_0 \cdot c^2)^2 + (I \cdot c)^2 = \textit{einsteinsche Energie-Impuls-Beziehung} \quad (6-2)$$

Auf die Größen Energie und Impuls wird in späteren Kapiteln noch weiter eingegangen.

In der Literatur (z.B. auf der Seite <https://newton-relativity.com>) findet man, Gleichung (6-1) ließe sich klassisch beweisen. Die Aussage ist aber inkorrekt, da diese Beweise in aller Regel doch das Ergebnis des Michelson-Versuchs, dass es eben *keinen* Äther gibt, voraussetzen.

Ferner ergibt sich, dass einem Beobachter sich relativ zu ihm bewegende Uhren langsamer zu ticken scheinen als seine eigene. Das bedeutet, dass nach einem Zeitabschnitt  $dt$  auf der ruhenden Uhr (sagen wir einer Sekunde) dem ruhenden Beobachter auf der gegenüber ihm bewegten Uhr ein Zeitabschnitt  $dt'$  angezeigt wird, der kürzer ist als  $dt$  (also noch weniger als eine Sekunde beträgt), und zwar um den Faktor

$$d_v = dt'/dt = [1 - (v/c)^2]^{1/2} = 1/\gamma. \quad (6-2a)$$

Das gilt wechselseitig für beide Beobachter, da ja beide den jeweils anderen als bewegt erachten. Jeder der beiden Beobachter sieht die Zeiger der Uhr des anderen um den Faktor  $d_v$  langsamer laufen als die seiner eigenen. Nehmen wir mal bei Beobachter A einen bestimmten Vorgang an, der bei ihm eine Zeit  $T$  in Anspruch nimmt. Dann scheint einem (gegenüber A mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegten) Beobachter B, weil dieser die Uhren bei A langsamer laufen sieht als seine eigene, der Vorgang länger zu dauern, nämlich die Zeit  $T/d_v = T \cdot \gamma$  in Anspruch zu nehmen ( $\gamma$  nennt man übrigens den relativistischen Faktor). Eine anschauliche Erklärung für diese speziell-relativistische Zeitdilatation findet sich z.B. [hier](#). Eine direkte Folge von Gleichung (6-2a) ist, dass auch bewegte Meterstäbe dem ruhenden Beobachter verkürzt erscheinen, und zwar ebenso nach Gleichung (6-2a). Die Formel lässt sich über die Lorentz-Transformationen herleiten, die man z.B. im Wikipedia-Internetlexikon findet. Mit Hilfe des in Kapitel 6.2.3 beschriebenen komplexwertigen Raum-Zeit-Linienelements werden wir uns dort noch eine andere, recht einfache Herleitung der Formel ansehen.

Eine weitere Konsequenz aus der Lorentz-Transformation ist, dass relativ zueinander bewegte Beobachter demselben Ereignis unter Umständen auch verschiedene Zeitpunkte zuordnen können, was zu dem Schluss führt, dass zwei Beobachter über die Gleichzeitigkeit zweier Er-

eignisse streiten können. Das kann man schön am Eisenbahnexperiment verdeutlichen: Ein Reisender sitzt in der Mitte eines fahrenden Zuges, an dessen beiden Enden zwei Lampen durch eine im Zug befindliche Uhr zum Aussenden synchroner Lichtblitze veranlasst werden. Die beiden Lichtblitze erreichen den Reisenden, da er genau in der Mitte des Zuges sitzt, dann natürlich auch immer gleichzeitig; und da es von ihm aus bis zum Anfang und zum Ende des Zuges gleich weit ist, schließt er daraus auch, dass die beiden Lichtblitze gleichzeitig ausgesandt wurden. Am Bahnsteig eines Bahnhofs, an dem der Zug ohne zu halten durchfährt, möge nun ein Bahnbeamter als zweiter (ruhender) Beobachter stehen, dessen Position der Reisende im Zug just in dem Moment passiert, in dem die beiden Lichtblitze in der Mitte des Zuges und damit beim Reisenden und beim Bahnbeamten ankommen. Beide Beobachter bewegen sich zwar relativ zueinander, befinden sich aber zu dem Zeitpunkt, in dem die beiden Blitze bei ihnen ankommen, auf gleicher Höhe. Fragt man nun den Bahnbeamten, ob die beiden Blitze gleichzeitig ausgelöst wurden, so muss er im Gegensatz zum Reisenden mit nein antworten. Da nämlich, wegen der endlichen Lichtgeschwindigkeit, der vom Ende des Zuges kommende Blitz bei seiner Auslösung noch ein wenig weiter weg von ihm gewesen sein muss als der von vorne kommende, könnten gleichzeitig ausgelösten Blitze, nicht gleichzeitig bei ihm angekommen sein. Vielmehr müssten sie mit einer kleinen Zeitdifferenz von angenähert  $Lv/c^2$  ausgelöst worden sein (darin ist  $L$  die Länge des Zuges und  $v$  seine Geschwindigkeit). Recht haben beide, der Reisende wie der Bahnbeamte. Descartes hatte in seinem Werk „Discours de la Methode“ von 1637 verlangt, man dürfe nur das als wahr ansehen, was nicht in Zweifel gezogen werden kann, was also aus jeder Perspektive gleich wäre. Wie unser Gedankenexperiment zeigt, können wir Descartes in diesem Punkt heute nicht mehr zustimmen. Die „Wirklichkeit“ zeichnet sich offenbar gerade durch die schöne und interessante Eigenschaft aus, dass die in ihr beobachteten Eigenschaften sich eben aus jeder Perspektive etwas anders darstellen. Man findet also auch mit Hilfe der Relativitätstheorie Unentscheidbarkeiten in unserer Welt. In Kapitel 5 hatten wir diesen Sachverhalt schon als Bestätigung des dort bereits anders hergeleiteten Befundes erwähnt, dass der Satz vom Widerspruch (den wir dort im Satz vom Ausschluss subsumiert hatten) nicht allgemein gültig ist, weil es ja offenbar in der relativistischen Physik sich widersprechende Aussagen gibt, die dennoch beide richtig sind. Dinge sind also nicht immer einfach so, wie sie „per se“ sind. Wie sie in der Umwelt erscheinen, hängt offenbar auch von der (beobachtenden) Umwelt selbst ab. Diese Eigenschaft der Natur wird, wie wir noch sehen werden, auch von der Theorie der Quantenmechanik bestätigt.

Aus der allgemeinen Relativitätstheorie folgt dann auch noch, dass Raum und Zeit nicht nur vom relativen Bewegungszustand, sondern auch von der Verteilung der Massen im Weltall abhängen. Hier muss auch die Energieverteilung in Form ihres Masseäquivalents nach der oben genannten Einsteinformel mit eingerechnet werden. So scheint einem äußeren Beobachter etwa eine auf einem massereichen Himmelskörper mit großer Anziehungskraft befindliche Uhr langsamer zu gehen, als seine eigene. Die physikalische Größe, die den Unterschied in der Gangart der beiden Uhren bewirkt, ist das Gravitationspotential: Die Uhr auf dem schweren Himmelskörper erfährt ein betragsmäßig höheres Gravitationspotential als die Uhr des entfernten Beobachters. Den Effekt kann man auch damit erklären, dass die vom schweren Himmelskörper ausgesandten Lichtwellen unterwegs Energie verlieren, weil sie gegen das nach innen gerichtete Gravitationsfeld ankämpfen müssen. Da man Licht, wie später noch gezeigt wird, nur als Strom von Teilchen (den Photonen) beobachten kann, deren Energie proportional zur Frequenz des Lichtes ist, muss es wegen der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit beim äußeren Beobachter mit einer kleineren Frequenz und damit einer größeren Schwingungsperiode ankommen, als an der Quelle beobachtet wurde. Dem Abstand zweier Ereignisse, in diesem Fall dem Abstand zweier Wellenberge der Lichtwelle, ordnet der äußere Be-

obachter also eine größere Zeitspanne zu als der innere. Das führt dazu, dass dem äußeren Beobachter *alle* Ereignisse auf dem Himmelskörper langsamer, gemächlicher zu verlaufen scheinen als dem inneren (und als dieselben Ereignisse auch beim äußeren Beobachter ablaufen würden), was man auch als Gangunterschied der Uhren interpretieren kann. Bei einem bestimmten, von seiner Masse abhängenden Radius (dem Schwarzschildradius\*) scheinen die Uhren auf dem Himmelskörper für den äußeren Beobachter sogar völlig stillzustehen, während sie für einen inneren Beobachter normal weiterlaufen. Die Schwingungsperiode des außen ankommenden Lichts ist in diesem Fall sogar unendlich groß geworden. Das heißt, dass Geschehnisse auf der Oberfläche des Objektes für den äußeren Beobachter eingefroren erscheinen, und damit Veränderungen von außen nicht mehr erkennbar sind. Alles Geschehen, das der innere Beobachter noch erfährt, bleibt damit dem äußeren für immer verschlossen. Solche Gebilde, die sich zeitlich vom Rest der Welt abkoppeln, hatten wir im Zusammenhang mit dem Begriff der Transzendenz in Kapitel 1 bereits erwähnt. Sie kommen im Weltall meist im Zentrum von Galaxien vor, man nennt sie gefrorene Sterne oder schwarze Löcher.

\* Der Schwarzschildradius einer Kugel mit der Masse M ist der Radius  $R_S(M) = 2 \cdot G \cdot M / c^2$  (G ist die Gravitationskonstante und c die Lichtgeschwindigkeit).

Mathematisch lässt sich diese allgemein-relativistische Zeitdilatation mit einer ähnlichen Formel beschreiben wie die speziell-relativistische in (6-2a). Eine von außerhalb beobachtete Uhr im Abstand r vom Mittelpunkt einer Masse M scheint dann um den Faktor

$$d_M = [1 - R_S(M)/r]^{1/2}. \quad (6-2b)$$

langsamer zu laufen als eine Uhr außerhalb des Gravitationsfeldes.

Ähnliche massebedingte Verzerrungen gibt es auch für die Raumkoordinaten. Die Krümmung des Raumes kann man daran erkennen, dass Lichtstrahlen bei ihrer Reise durchs All in der Nähe von Sternen von ihrer geradlinigen Bahn abgelenkt werden; sie folgen dabei der in der Nähe des Sterns durch dessen Masse hervorgerufenen Krümmung des Raumes. Die Krümmung eines Lichtstrahls kann man daher als Indiz für die Krümmung des Raumes ansehen. Sie ist definiert als der reziproke Radius eines sich an den Strahl anschmiegenden Kreises. Im Scheitelpunkt des vom Stern abgelenkten Strahls, wo der Strahl auch die stärkste Krümmung aufweist, lässt sich diese mit der newtonschen Physik sehr einfach berechnen zu:

$$K = -g/c^2 = G \cdot M / (R \cdot c)^2 = 1/2 R_S(M)/R^2. \quad (6-3)$$

Darin ist g die Gravitationsfeldstärke, G die Gravitationskonstante, M die Masse des Sterns, c die Lichtgeschwindigkeit, R der Abstand des Lichtstrahls vom Sternmittelpunkt am Scheitelpunkt der Bahn und  $R_S(M)$  der Schwarzschildradius der Masse M. Das Vorzeichen wurde so gewählt, dass sich bei einer Ablenkung des Strahls zum Stern hin, was bei einer positiven Sternmasse der Fall ist, ein positiver Wert für die Krümmung ergibt. Die Formel lässt sich wie folgt herleiten: Auf einer Kreisbahn mit dem Radius r, auf dem sich ein Objekt mit der Geschwindigkeit v um einen Himmelskörper bewegt, gilt für die Gravitationsfeldstärke (oder Radialbeschleunigung)  $g = -v^2/r$  und, da die Krümmung einer Kreisbahn  $1/r$  ist, folgt daraus  $K = -g/v^2$  (\*). Das gilt nun auch für jeden Kreis, der sich an einen Punkt einer beliebigen anderen Flugbahn anschmiegt. Wird das Feld g von einer Masse M verursacht, die sich im Abstand R von dem betrachteten Punkt befindet, dann ist g durch Gleichung (20-4a) in Kapitel 20 beschrieben. Setzt man diese für g in (\*) ein, dann erhält man mit  $m_i = M$  und  $v = c$  den zweiten Teil der Gleichung (6-3). Auch nach Newton ist der Raum also schon gekrümmt. Mit Hilfe der speziell-relativistischen Zeitdilatation nach (6-2a) lässt sich aus (6-3) der um den Faktor zwei größere einsteinsche Wert berechnen (siehe *Relativistische Rechnungen* auf der

Webseite [bauer.org](http://bauer.org) oder [hier](#)). Unter Verwendung der Notation für den Schwarzschildradius  $R_S$  erhält man damit – allerdings nur solange  $R \gg R_S(M)$  – für den relativistischen Wert:

$$K = -2 \cdot g/c^2 = 2 \cdot G \cdot M / (R \cdot c)^2 = R_S(M)/R^2. \quad (6-3a)$$

Man kann das so interpretieren, dass eine Hälfte des Wertes von der Newton'schen Raumkrümmung herrührt und die andere von der (speziell-relativistischen) „Krümmung“ der Zeit. Gleichung (6-3a) gilt nicht mehr, wenn Lichtstrahlen sehr nahe schwarze Löcher passieren. In diesem Fall muss die allgemein-relativistische Zeitdilatation nach (6-2b) berücksichtigt werden. Nach (6-3a) würde nämlich ein Lichtstrahl bei  $R=R_S$  ein schwarzes Loch auf einer Kreisbahn umrunden können. Bei exakter Rechnung ergibt sich aber  $3/2 \cdot R_S$ .

Bei einer hypothetischen negativen Sternenmasse  $M$  ergäbe sich ein negativer Wert für  $K$  und die Lichtstrahlen würden vom Stern weg gekrümmt. Das Verhalten der Lichtstrahlen nach Gleichung (6-3a) zeigt, dass die in diesem Sinne definierte Gesamtkrümmung eines abgegrenzten Teils des Weltalls (oder auch des ganzen Alls) nur dann verschwinden kann, wenn in diesem Teil der Welt die Gesamtmasse oder Gesamtenergie Null ist; d.h. wenn entweder überhaupt keine Massen darin enthalten sind oder sich positive und negative Massen (so es letztere gibt) bzw. Energien kompensieren. Siehe dazu auch die **Anmerkung** auf Seite 42.

Da Raum und Zeit von der Krümmung betroffen sind, spricht man auch von einem gekrümmten vierdimensionalen Raum oder einer gekrümmten vierdimensionalen Raumzeit. Diese sich vorzustellen, ist nun nicht so einfach, wie wir das oben mit Gleichung (6-3a) versucht haben. Richtig ist sicher die Vorstellung, dass durch die Massen im Raum das Raum-Zeit-Koordinatensystem leicht verbogen wird. In einem solchen (verbogenen) Raum gilt dann auch nicht mehr streng die euklidische Geometrie. Einen, in eine dritte Dimension hinein gekrümmten zweidimensionalen Raum kann man sich auch am Beispiel einer Kugeloberfläche (mit positiver Krümmung), oder einer Sattelfläche (mit negativer Krümmung) anschaulich machen. Auf beiden dieser Flächen gilt die euklidische Geometrie nicht, denn auf der Kugeloberfläche ist die Winkelsumme im Dreieck größer und auf der Sattelfläche kleiner als 180 Grad, was die euklidische Geometrie aber genau fordern würde.

Die Verhältnisse am schwarzen Loch kann man anschaulich auch so interpretieren, dass durch die extreme (positive) Raumkrümmung dem äußeren Beobachter das Koordinatensystem auf der Oberfläche des schwarzen Loches so stark verbogen erscheint, dass die Zeitkoordinate zu einer Raumkoordinate geworden ist (siehe z.B. Wikipedia-Internetlexikon, Referenz [94]).

In unserer normalen menschlichen Lebensumgebung sind diese relativistischen Effekte so gering, dass wir sie ohne extrem genaue Messgeräte gar nicht erkennen und damit getrost vernachlässigen können. Und weil sie uns auch während unserer ganzen Evolution niemals merklich begegnen, scheinen sie uns ja auch so fremd und anschaulich kaum vorstellbar. Bei großen, in unserer natürlichen Lebensumgebung nicht vorkommenden Relativgeschwindigkeiten, besonders wenn sie der Lichtgeschwindigkeit nahe kommen, wie dies beispielsweise in Teilchenbeschleunigern der Fall ist, oder in Bereichen des Weltalls mit extrem massereichen und dichten Objekten, wie etwa den weißen Zwergen, den Neutronensternen und den schwarzen Löchern, machen sie sich aber eben doch deutlich bemerkbar.

## 6.2.2 Vom Anfang, vom Ende und vom Lauf der Zeit

Die heutige Kosmologie geht davon aus, dass Raum und Zeit nicht immer da waren, sondern dass die Raumzeit einmal vor rund 13,8 Milliarden Jahren angefangen und unser Weltall dabei aus einem singulären Punkt entstanden ist. Über den vermuteten Ablauf dieses Geschehens und das Werden der Materie werden wir später noch ausführlich sprechen. Man geht

heute davon aus, dass innerhalb der Planck-Zeit, das ist der erste etwa  $10^{43}$  ste Teil einer Sekunde (eine Eins an der 43. Stelle hinter dem Komma), die Naturgesetze, wie wir sie heute kennen, nicht gültig waren. Es gibt zwar Versuche einer mathematischen Beschreibung der Welt für diese erste kurze Zeitspanne. Darin hat aber der Begriff Zeit, wie wir ihn als Kontinuum kennen, keine Bedeutung; Zeit in unserem Sinne spielte an diesem Anfang offenbar keine Rolle [17]. Die Welt wurde damit am Ende der Planck-Zeit aus einem transzendentzeitlosen Zustand heraus in die Immanenz „hineingeboren“. Man kann sich natürlich die Frage stellen, was „vorher“ war. Die Frage ist allerdings logisch sinnlos, weil das Wort „vorher“ impliziert, dass es da schon Zeit gab, was aber nach der Theorie gar nicht der Fall ist. Außerdem macht es für uns Menschen keinen Sinn, diese Frage überhaupt zu stellen, weil wir uns *innerhalb* dieser Welt befinden und prinzipiell nicht nach *außerhalb* schauen können. Nach heutiger Erkenntnis ist es damit für uns Menschen am sinnvollsten, davon auszugehen, dass alles einmal angefangen hat und dass damit die Zeitkoordinate einen Anfangspunkt hat. Diesen Anfangspunkt könnte man auch als Nullpunkt bezeichnen. Wir werden aber im nächsten Kapitel sehen, dass es sinnvoller ist, die Gegenwart als Nullpunkt ( $t = 0$ ) zu bezeichnen; Vergangenes entspricht dann negativen ( $t < 0$ ) und Künftiges positiven Zeiten ( $t > 0$ ). Die drei auf diese Weise auf die Zahlengerade abgebildeten beobachterbezogenen Kategorien der Zeit, die Vergangenheit, die Gegenwart und die Zukunft nennt man übrigens auch *Modalitäten* und spricht von *Modalzeit*, wenn man lediglich diese Kategorien meint. Mit dem Begriff der *Lagezeit* spricht man die relative zeitliche Lage verschiedener Ereignisse an, also die Kategorien vorher ( $t_1 < t_2$ ), gleichzeitig ( $t_1 = t_2$ ) und nachher ( $t_1 > t_2$ ). Mehr dazu siehe in [52].

Soweit zum Anfang der Zeit. Was den Lauf der Zeit betrifft, hatten wir in Kapitel 6.2.1 aus der Relativitätstheorie gelernt, dass Beobachter, die unterschiedliche Bewegungszustände haben, oder die sich an Stellen im Raum mit unterschiedlichen Gravitationspotentialen befinden, Unterschiede im Gang ihrer Uhren beobachten, oder sich auch berechtigt und unentscheidbar über die Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse streiten können. An anderen Stellen des Raumes beobachtete Uhren können also durchaus als langsamer oder schneller laufend oder gar als stillstehend, aber offenbar niemals als rückwärtslaufend erscheinen. Mit diesem Thema beschäftigt sich auch Werner Kinnebeck in seinem Buch mit dem Titel „Was macht die Zeit, wenn sie vergeht“ [95]. Die durch die Differenz der Zustände verschiedener Beobachter bewirkte Relativität der Zeit erzeugt zwar Gangartunterschiede zwischen den Uhren, erlaubt aber offenbar und seltsamerweise keine Unterschiede in der Gangrichtung. Warum scheint uns die Zeit aber immer nur vorwärtsgerichtet zu sein und im Grenzfall vielleicht auch stehenbleiben zu können, aber niemals rückwärts zu laufen?

In Kapitel 4 hatten wir festgestellt, dass man in einer mechanistisch-deterministischen Welt sich problemlos auch ein Rückwärtslaufen allen Geschehens und damit auch ein Zeitumkehr vorstellen könnte. Die Gesetze der klassischen Mechanik sind nun auch alle ohne die Berücksichtigung thermischer Effekte formuliert worden und sind deshalb in ihrer mathematischen Darstellung auch tatsächlich zeitsymmetrisch. Ein ideales, verschleißfreies Uhrwerk kann ja auch wirklich erst vor, dann wieder zurücklaufen und am Ende genauso aussehen wie am Anfang. Durch die in der realen Welt vorhandene Reibung und dem damit einhergehenden Verschleiß ist die Uhr nach einem solchen Hin- und Zurücklaufen aber eben doch eine andere als am Anfang. In dem thermodynamischen Weltbild sind diese Effekte dann berücksichtigt worden, womit Zeitumkehr ausgeschlossen werden musste. Mathematisch äußert sich das darin, dass eine damals entdeckte physikalische Größe, die sogenannten Entropie, nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik in einem abgeschlossenen Teil der Welt (oder auch der ganzen Welt) mit der Zeit nur immer größer werden kann. Die Entropie ist ein Maß für Unordnung, und da Unordnung (in einer thermodynamischen Welt) wahrscheinlicher ist als Ord-

nung, ist es einleuchtend, dass die Entropie mit der Zeit immer größer wird. Da nun in einer thermodynamischen Welt jeder gegenwärtige Zustand immer aus verschiedenen vergangenen ordentlicheren hervorgegangen sein kann, folgt auch, dass man aus der Gegenwart nicht eindeutig auf die Vergangenheit schließen kann – man erinnere sich an das Beispiel mit dem eingeschmolzenen Bleispielzeug. Mehr zum Begriff der Entropie findet sich in Kapitel 19.1.

So geht eben auch in einem höchst geordneten System wie einer mechanischen Uhr durch dauernden Abrieb und Verschleiß die geordnete Funktion eines Tages verloren und nach sehr langer Zeit wird sie sogar zu einem Häuflein ungeordneten Staubes zerfallen sein. Und wenn irgendwo Ordnung wird, angefangen bei der Entstehung einer Schneeflocke bis hin zu den hochkomplexen lebendigen Strukturen auf unserer Erde in der Evolution, dann geht das zwangsläufig auf Kosten der Ordnung in der Umgebung oder in anderen Teilen der Welt. Der der Natur innewohnende Trend zur Unordnung kann so interessanterweise auch das Gegenteil bewirken, nämlich die Bildung geordneter Strukturen. Auf dieses höchst interessante Phänomen werden wir in Kapitel 19.1 noch einmal zu sprechen kommen.

Nun kann man vermuten, dass das ständige Größerwerden der Gesamtentropie etwas mit dem ständigen Größerwerden der Zeit zu tun hat, dass also die ständige Vorwärtsrichtung der Zeit etwas mit der Entwicklung der Unordnung im Weltall zu tun hat. Sicher eine plausible Vermutung, die schon von vielen Wissenschaftlern geäußert wurde, aber noch nie wirklich bewiesen werden konnte. Wenn nun in einem Weltall, das sich, wie wir heute wissen, seit dem Urknall ständig ausgedehnt hat, die Unordnung immer größer wird, dann müsste die Unordnung aber auch wieder permanent abnehmen, wenn das Weltall wieder einmal zu dem zusammenbrechen würde, was es vor 13,8 Milliarden Jahren einmal war, nämlich ein wohlgeordneter singulärer Punkt. In der Kontraktionsphase dieses Zyklus würde dann die Entropie ständig sinken, und wenn die Richtung der Entropie etwas mit der Richtung der Zeit zu tun hat, dann müsste die Zeit in der Konzentrationsphase rückwärts laufen. Das würde bedeuten, dass die während der Expansionsphase gewordene Zeit während der Kontraktionsphase wieder vernichtet würde, die Zeit würde sich also selbst wieder verzehren. Das sind natürlich nur Spekulationen. Es sieht derzeit aber auch nicht danach aus, dass das All eine solche Kontraktionsphase erleben wird, da dazu der Krümmungsparameter in den Friedmann'schen Entwicklungsgleichungen positiv sein müsste (ob und was dieser mit der im letzten Kapitel definierten Raumkrümmung zu tun hat, werden wir später noch diskutieren; siehe dazu aber auch die Anmerkung im nächsten Absatz). Derzeit geht man davon aus, dass dieser Parameter Null ist, außerdem scheint sich zur Zeit das All sogar beschleunigt auszudehnen, sodass wir wohl einer unbegrenzten Ausdehnung des Alls entgegensehen und es deshalb - wenn man dieser Spekulation folgen will - immer mit einer vorwärts gerichteten Zeit zu tun haben werden.

**Anmerkung zu Krümmung und Gesamtenergie des Alls:** Wenn es tatsächlich zutreffen sollte, dass die Gesamtkrümmung des Weltalls im Sinne der Krümmung von Lichtstrahlen verschwindet, dann hat das All als Ganzes keine gravitative Wirkung [22]. Da aber Gravitation von Massen herrührt, müsste in einem solchen, abgesehen von lokalen Krümmungen, insgesamt flachen Universum auch die Gesamtmasse verschwinden, und damit nach der Einsteinformel  $E = mc^2$  auch die Gesamtenergie. Diese Sicht wird heute auch von etlichen Kosmologen geteilt (siehe [33-35], [58]), was auf einem Themenabend zur Kosmologie im Februar 2011 an der Münchner Universität (siehe [32]) bestätigt wurde. In [58] heißt es in der Zusammenfassung wörtlich: “... it is found that the total energy of the universe is always zero”. Und in [35] auf Seite 164 konstatiert auch Stephen Hawking seine Überzeugung, dass die Gesamtenergie des Universums exakt Null sei. Viele Autoren und Wissenschaftler gehen aber immer noch von einer positiven Gesamtmasse des Alls aus (wie etwa Claus Kiefer in [90], Professor Weller an der Münchner Ludwig Maximilians Universität und Mlodinow in [88]).

Auf die Frage nach der Gesamtenergie des Weltalls werden wir in Kapitel 20.1 noch einmal zurückkommen.

Zurück zur Zeitrichtung. Trotz der heutigen im kosmologischen Sinne immer vorwärts gerichteten Zeitläufe, wird in der Teilchenphysik bei der Beschreibung von Antimaterie dennoch mit dem Konzept rückläufiger Zeit operiert und Antiteilchen in Feynman-Diagrammen auch mit rückläufiger Zeit dargestellt [20]. Das positiv geladene Positron ist z.B. das Antiteilchen des negativ geladenen Elektrons und das negativ geladene Antiproton das Antiteilchen des positiv geladenen Protons. Aus der später in diesem Buch noch genauer behandelten Theorie der Quantenmechanik wissen wir, dass man Teilchen zwischen zwei Beobachtungen immer nur als Welle beschreiben kann, erst bei einer Beobachtung, einer Messung oder der Wechselwirkung mit anderen Teilen der Welt kollabiert die Welle zu einem Teilchen. Ein Antiteilchen kann man sich nach der Feynman-Stückelberg-Interpretation [26,28] zwischen zwei Beobachtungen als Welle mit negativer Feldenergie vorstellen, die aber in der Zeit rückwärts läuft. Beim Kollaps realisiert sich das Antiteilchen dann in unserer zeitlich nach vorne gerichteten Faktenwelt mit positiver Energie und positiver Zeit. In einer hypothetischen, zeitlich rückwärts laufenden Welt, wie wir sie oben diskutiert hatten, würden sich die Antiteilchen beim Kollaps der Wellenfunktion vermutlich als reale Teilchen mit negativer Energie realisieren. Das ist möglich, da in die Wellenfunktion nur das Produkt von Energie  $E$  und Zeit  $t$  eingeht, und dieses Produkt hat in beiden Fällen das gleiche positive Vorzeichen (die Wellenfunktion eines freien Teilchens schreibt sich nämlich als  $\Psi(x,t) = \Psi_0 \cdot \exp[(2\pi i/h) \cdot (E \cdot t - I \cdot x)]$ , für Einzelheiten dazu siehe Kapitel 15.4).

Auch wenn man in der makroskopischen Welt offenbar rückwärtige Zeitläufe heute nicht vorfindet, spielen sie in der Mikrophysik bei der Beschreibung von Antimaterie also doch eine gewisse Rolle. Man muss aber dazu sagen, dass diese Rückwärtsrichtung der Zeit und die negative Feldenergie der Antiteilchen sich gar nicht direkt beobachten lassen.

### 6.2.3 Von der Transzendenz der Zeitachse

In Kapitel 6.1 hatten wir schon von der Merkwürdigkeit gesprochen, dass wir uns zwar im Bereich der Raumkoordinaten an jede beliebige Stelle hinbewegen und dort Beobachtungen anstellen oder Handlungen durchführen können, dass wir aber auf der Zeitachse unentrinnbar an die Gegenwart, an das Jetzt gebunden sind und auch Wissen über die Welt, etwa durch Beobachtungen, nur an dem Punkt oder in dem winzigen Bereich der Zeitachse gewinnen können, der für uns die Gegenwart darstellt. An Ereignisse der Vergangenheit können wir uns vielleicht erinnern und über Ereignisse der Zukunft können wir spekulieren, beobachten oder verändern können wir weder in der Vergangenheit etwas, noch in der Zukunft. Oft leiden wir darunter, dass wir etwas nicht mehr ungeschehen machen können, was wir gestern angerichtet haben, oder wir trauern schönen vergangenen Zeiten nach, weil sie für uns *unwiederbringlich verloren* scheinen, obwohl sie doch, wie es der Psychologe Viktor Frankl (in [42], Seite 60) so treffend ausgedrückt hat, in unserer Erinnerung in Wahrheit *unverlierbar geborgen* sind. Mit Blick auf die Zukunft leiden wir wiederum oft darunter, dass wir nicht recht wissen, was uns der nächste Tag bringen wird. In der Vergangenheit können wir *nichts mehr* erledigen oder in Erfahrung bringen, weil uns die Vergangenheit entglitten ist, und in der Zukunft können wir *noch nichts* erledigen oder in Erfahrung bringen, weil sie sich noch nicht in unserem Zugriffsbereich befindet; wir müssen warten, bis der betreffende Zeitpunkt die Zukunft verlassen hat und zur Gegenwart geworden ist. Da uns also der Zugang zur Vergangenheit und zur Zukunft prinzipiell verwehrt bleibt, müssen wir die ganze Zeitachse, bis auf den Nullpunkt der Gegenwart, als etwas Transzendentes auffassen. Man kann sich das so vorstellen,

dass die transzendente Zeitachse den immanenten dreidimensionalen Raum im Punkt der Gegenwart durchstößt.

Doch stimmt das wirklich? Gilt das auch in einer deterministischen Welt? Offenbar nicht. Denn in einer mechanistisch deterministischen Welt lägen uns ja nach Laplace (siehe Kapitel 4) prinzipiell *Zukunft und Vergangenheit klar vor Augen*, was selbst in einer thermodynamisch deterministischen Welt noch immer (vielleicht) für die Zukunft zuträfe. Eingriffe in die Zukunft sind zwar auch in einer deterministischen Welt nicht möglich, sie brächten allerdings auch nichts, da wir das von Anfang an feststehende Geschehen ohnehin nicht beeinflussen könnten. Ungewisses und Veränderbares gäbe es also gar nicht und wir könnten im Prinzip schon jetzt alles über die Zukunft wissen, wir bräuchten nicht auf sie zu warten.

Anders in einer nichtdeterministischen Welt; in ihr können wir nur etwas wissen, wenn wir hingeschaut haben, wenn es also eine Wechselwirkung zwischen einem als Beobachter fungierenden und einem als Objekt fungierenden Teil der Welt gegeben hat. Zwischen zwei Wechselwirkungen gibt es nur quantifizierte Vermutungen, keine Fakten. Bei diesen quantifizierten Vermutungen handelt es sich um Wahrscheinlichkeitsaussagen (siehe Kapitel 11 und 15), die in der Quantenmechanik auch eine wichtige Rolle spielen. Fazit: In einer deterministischen Welt gibt es also, neben der Möglichkeit des Abwartens, mit der Vorhersage noch einen zweiten sicheren Weg in die (gesicherte) Zukunft. In einer nichtdeterministischen Welt gibt es neben dem sicheren Weg des Abwartens nur den unsicheren Weg über Wahrscheinlichkeitsaussagen in die (ungewisse) Zukunft.

Wie wir gesehen haben, hängt es offenbar vom Weltmodell ab, ob wir Zukunft und Vergangenheit in der Immanenz oder in der Transzendenz ansiedeln müssen. In unserer thermodynamischen und nichtdeterministischen Welt liegen Zukunft und Vergangenheit im Transzendenten und wir könnten sie damit auch als Teil der platonischen Ideenwelt auffassen. Was allerdings nicht ganz passt, da Platon seine Ideenwelt als zeitlos begriffen hatte. Aber auch wer die Zeitachse nicht gleich mit Platon in Verbindung bringen will, wird nicht leugnen können, dass zwischen dem Raum und der Zeit in unserer Welt offenbar doch ein prinzipieller Unterschied besteht. Da die drei Achsen des Raumes (Länge, Breite und Höhe, bzw.  $x$ ,  $y$  und  $z$ ) gleichwertig sind, besteht zwischen ihnen nur ein unwesentlicher Unterschied. Einen unwesentlichen Unterschied nennen die Philosophen eine *schwache Differenz*. Der Unterschied zwischen Raum und Zeit ist dagegen, wie wir gesehen haben, ein prinzipieller. Zwischen Raum und Zeit besteht damit eine *starke Differenz*. Die Zeit ist im Raumzeit-Kontinuum nicht lediglich eine zusätzliche, den Raum ergänzende gleichwertige vierte Koordinate, sondern sie ist etwas ganz anderes und wesensfremdes zum Raum. Diese Überzeugung wird – allerdings mit anderen Begründungen – auch von einigen Philosophen vertreten, wie etwa von der Philosophin Karen Gloy in [52] und von dem Philosophen Axel Hutter in [81]. Hutter betonte in seiner Vorlesung, dass man das Wesentliche der Welt nicht erfassen könne, wenn man die Zeit „verräumliche“. Er spielte damit bewusst auf die Naturwissenschaften an, in denen es ja gängig sei, die Zeitkoordinate wie eine zusätzliche Raumkoordinate zu behandeln. In der Tat vermittelt das Vorgehen der Naturwissenschaftler oft diesen Eindruck, und viele sehen auch wirklich nicht den prinzipiellen Unterschied zwischen Raum und Zeit, ignorieren also die zwischen ihnen bestehende starke Differenz. (Eine starke Differenz besteht übrigens auch zwischen *Möglichem* und *Faktischem*, mehr dazu in Kapitel 7).

Zur Ehrenrettung der Naturwissenschaften muss man aber feststellen, dass in der relativistischen Beschreibung der Welt, dem transzendenten Charakter der Zeit und damit der starken Differenz zwischen Raum und Zeit voll Rechnung getragen wird, nämlich dadurch, dass in der allgemeinen Relativitätstheorie das Konzept der Minkowski-Raumzeit verwendet wird.

Diese Raumzeit kann man nämlich deuten als ein Koordinatensystem, in dem die Zeitachse imaginär ist (siehe z.B. Thomas Buchert in [37]). Reelle Zeitwerte sind auf dieser Achse mit der imaginären Einheit  $i$  (= Wurzel aus  $-1$ ) multipliziert dargestellt. So werden zwei z.B. fünf Sekunden in der Zukunft und drei Sekunden in der Vergangenheit liegende Zeitwerte als  $5i$  Sekunden bzw.  $-3i$  Sekunden dargestellt.

Wie wir in Kapitel 1 schon besprochen hatten, sind imaginäre und komplexe Zahlen in Wissenschaften und Mathematik sehr nützliche Hilfsmittel, sie existieren aber faktisch nicht in der immanenten Welt. Die imaginäre Zeitachse der Minkowski-Raumzeit liegt damit im Transzendenten und durchsticht den immanenten dreidimensionalen Raum in ihrem Nullpunkt, der Gegenwart. Der Nullpunkt der imaginären Achse ist aber auch eine reelle Zahl, nämlich die Zahl Null (denn  $0 \cdot i = 0$ ), und liegt damit, wie die kompletten drei Raumkoordinaten in der Immanenz. Damit erfüllt die Minkowski-Raumzeit unsere obigen Erwartungen: Zukunft und Vergangenheit sind transzendent, nur die Gegenwart liegt im Immanenten, und ist damit für uns als einziger Punkt der Zeitachse zugänglich. In der Praxis handelt es sich bei der Gegenwart nicht exakt um einen Zeit-„Punkt“, sondern um einen kleinen Bereich, innerhalb dessen man zwei Ereignisse nicht mehr eindeutig in eine Reihenfolge bringen kann. Bei der menschlichen Wahrnehmung von Ereignissen dauert diese (subjektive) Gegenwart sogar etliche Millisekunden. Aber auch in der Mikrophysik gibt es Fälle, bei denen man objektiv nicht eindeutig zwischen Jetzt und Gleich unterscheiden oder bei denen man zumindest für minimale Zeitabschnitte sogar von rückwärtigen Bewirkungen reden kann. Bei diesem Effekt spricht man auch von zeitlichen Nichtlokalitäten; siehe dazu auch Kapitel 8.2 und 15.8.

Die sich nach dieser Interpretation der Minkowski-Raumzeit ergebenden Koordinaten nennt man *raumähnlich*. Man betrachtet dabei die Raumzeit von der Position eines realen dreidimensionalen Raumes, und dann muss eben die Zeit imaginär sein. Bei nur einer Raumkoordinate  $x$  lässt sich das Linienelement schreiben als komplexes Differential  $ds = i \cdot c \cdot dt + dx$  ( $i$  ist die Wurzel aus  $-1$ ,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $dt$  ein differentieller Zeit- und  $dx$  ein differentieller Raumabschnitt). Das Skalarprodukt des Vektors  $(i \cdot c \cdot dt, dx)$  mit sich selbst ergibt dann das reelle Linienelement

$$ds^2 = -c^2 \cdot dt^2 + dx^2, \quad (6-4)$$

wie man es in der Literatur findet. Man könnte sich natürlich auch auf die Zeitachse setzen und diese als reell interpretieren, dann muss man allerdings die Raumkoordinaten als imaginär auffassen. Bei letztgenanntem Vorgehen kommt man zu den sogenannten zeitähnlichen Koordinaten. In der Metrik hat dann das Zeitelement ein positives und das Raumelement ein negatives Vorzeichen. Je nach Anwendung eignen sich manchmal besser die raum- und manchmal besser die zeitähnlichen Koordinaten. Bei beiden Interpretationen kommt zwar die starke Differenz zwischen Raum und Zeit in gleicher Weise zum Ausdruck, allerdings wird bei der zeitähnlichen Darstellung nicht deutlich, dass wir, im Gegensatz zum Raum, bis auf ihren Nullpunkt keinen Zugriff auf die ganze Zeitachse haben, und diese deshalb sinnvollerweise in die Transzendenz verweisen sollten.

Mit beiden Darstellungen lässt sich die Formel (6-2a) für die speziell-relativistische Zeitdilatation herleiten. Bei dem Linienelement in zeitähnlicher Darstellung  $ds^2 = c^2 \cdot dt^2 - dx^2$  setzt man dazu zunächst  $ds = c \cdot dt'$  ein und dividiert dann die Gleichung durch  $c^2 \cdot dt^2$ . Das ergibt

$$(dt'/dt)^2 = 1 - (dx/dt)^2 = 1 - (v/c)^2. \quad (6-4a)$$

Zieht man daraus die Wurzel, erhält man Gleichung (6-2a).

Die Minkowski-Raumzeit kann mathematisch auch ohne eine imaginäre Achse interpretiert werden, was sich in der Literatur zur Relativitätstheorie auch heute weitgehend durchgesetzt

hat. Die bestehende starke Differenz zwischen Raum und Zeit kommt durch diese Interpretation aber nicht mehr klar zum Ausdruck.

## 6.2.4 Raum-Zeit-Symmetrien und Erhaltungssätze

Wir hatten in den vorigen Kapiteln gesehen, dass Raum und Zeit vermutlich uns Menschen subjektiv innewohnende Grundkonzepte sind, mit deren Hilfe wir uns beobachtend an unsere Umwelt heranwagen. Die in Raum und Zeit beobachteten Geschehnisse bilden dann die Basis unserer Welterfahrungen. Aus diesen haben wir gelernt, dass sich ein bestimmtes, an einer Stelle im Raum beobachtetes Geschehnis im Allgemeinen auch mit gleichem Verlauf und Ergebnis an einer anderen Stelle im Raum hätte zutragen können. Die Ereignisse sind also nach unserer Erfahrung im Allgemeinen ortsinvariant, man spricht auch von Translationsinvarianz. Ferner erleben wir die Ereignisabläufe auch als zeitinvariant. So wird ein physikalisches Experiment in gleicher Weise ablaufen, ob ich es nun heute oder morgen oder in einem Jahr durchführe. Hinzu kommt noch die Erfahrung der Richtungsinvarianz oder Rotationsinvarianz. So kann man etwa auf der Erdoberfläche einen Stein in jede beliebige Richtung von sich werfen, die Wurfbahn wird immer die gleiche Form haben. Diese Invarianzen nennen Physiker und Mathematiker auch Symmetrien bezüglich des Ortes, der Zeit und der Richtung. Man kann sie auch als Eigenschaften von Raum und Zeit selbst auffassen und spricht deshalb auch bei der Translationsinvarianz von der Homogenität, bei der Rotationsinvarianz von der Isotropie des Raumes und bei der Zeitinvarianz von der Homogenität der Zeit (siehe Wikipedia-Internetlexikon unter Symmetrie Physik). Nun gibt es auch noch eine Reihe anderer Symmetrien, die sich nicht nur auf Raum und Zeit, sondern auch auf elektrische und andere Ladungen von Elementarteilchen beziehen. Diese wollen wir hier aber nicht weiter betrachten.

Die deutsche Mathematikerin Emmy Noether (1882-1935) hat sich dieser Symmetrien angenommen und in dem nach ihr benannten Theorem bewiesen, dass es zu jeder Symmetrie eine Erhaltungsgröße und zu jeder Erhaltungsgröße eine Symmetrie gibt (siehe Wikipedia-Internetlexikon und [29]). Oder negativ formuliert: Wo keine Symmetrie, da keine Erhaltungsgröße, und wo keine Erhaltungsgröße, da keine Symmetrie. Wir wollen uns hier auf die zwei wichtigsten dieser Sätze beschränken, die Erhaltungssätze von Impuls und Energie.

Der Impulserhaltungssatz folgt aus der Homogenität des Raumes und besagt, dass bei physikalischen Vorgängen sich der Gesamtimpuls aller beteiligten Systemteile nicht verändert. Der Impuls ist eine durch drei Zahlen beschriebene, gerichtete (vektorielle) Größe, die sich bei einem bewegten Körper – in nicht-relativistischer Formulierung – als das Produkt aus seiner Masse  $m$  und seiner (gerichteten) Geschwindigkeit  $v$  darstellt ( $I = m \cdot v$ ). Man spricht auch von der Bewegungsgröße des Körpers. Diese kann man dadurch verändern, dass man eine Kraft  $F$  für eine Zeitdauer  $\Delta t$  auf ihn einwirken lässt. Der in diesem Stoßvorgang repräsentierte Impulsbeitrag entspricht dem Produkt aus Kraft und Zeitdauer ( $\Delta I = F \cdot \Delta t$ ). Der Erhaltungssatz bewirkt dann, dass in einem abgeschlossenen System zwar Austausch von Impuls zwischen verschiedenen Systemteilen, etwa durch die genannten Stoßvorgänge, möglich ist, der Gesamtimpuls aller Teile aber erhalten bleibt. So ist beim Zusammenstoß von Kugeln, egal ob sie weich oder hart sind, die (Vektor-) Summe der Impulse oder Bewegungsgrößen aller Kugeln nach dem Zusammenstoß die gleiche wie vorher.

Der Energieerhaltungssatz folgt aus der Homogenität der Zeit und besagt, dass bei physikalischen Vorgängen die Gesamtenergie aller beteiligten Systemteile erhalten bleibt. Die Energie ist eine, durch eine einzige Zahl beschriebene, skalare Größe. Neben anderen Energieformen manifestiert sie sich bei einem bewegten Körper als Bewegungsenergie, die sich – wieder in nicht-relativistischer Formulierung – als das halbe Produkt aus seiner Masse und dem Quadrat

seiner Geschwindigkeit errechnet (also  $E = m \cdot v^2/2$ ). Den Energieinhalt eines Körpers kann man dadurch verändern, dass man entlang einer Wegstrecke  $\Delta s$  eine Kraft  $F$  parallel zur Wegstrecke auf ihn einwirken lässt. Der in diesem Arbeitsvorgang repräsentierte Energiebeitrag ist das Produkt aus Kraft und Wegstrecke ( $\Delta E = F \cdot \Delta s$ ). Der Erhaltungssatz bewirkt dann, dass in einem abgeschlossenen System zwar Umformungen zwischen verschiedenen Energieformen und Austausch von Energie zwischen verschiedenen Systemteilen, auch durch die genannten Arbeitsvorgänge, möglich ist, die Gesamtenergie aber immer erhalten bleibt. So findet sich beim Betrieb eines Elektromotors die ganze hineingesteckte elektrische Energie in mechanischer Energie der angetriebenen Maschine und in Verlustwärme wieder.

Diese beiden Erhaltungssätze sind nun von eminenter Bedeutung. Sie sind die wichtigsten Grundgesetze, aus denen sich eine Vielzahl anderer Naturgesetze ableiten lassen. So folgt z.B. auch das wichtige Grundgesetz der Mechanik (man nennt es auch die Bewegungsgleichung), *Kraft gleich Masse mal Beschleunigung* ( $F = m \cdot a$ ), unmittelbar aus dem Impulserhaltungssatz, der dafür sorgt, dass der hineingesteckte Impulsbeitrag ( $F \cdot \Delta t$ ) sich vollständig als Änderung der Bewegungsgröße ( $m \cdot v$ ) wiederfindet; es gilt also  $F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$ , oder  $F = m \cdot \Delta v / \Delta t$ . Und da  $\Delta v / \Delta t$  der Beschleunigung  $a$  entspricht, folgt daraus das Grundgesetz  $F = m \cdot a$ .

Mit dem Noether-Theorem sind wir also in der Lage, allein aus der angenommenen Homogenität von Raum und Zeit, die wichtigsten Naturgesetze abzuleiten. Deshalb sollten wir doch noch einmal genauer hinschauen, ob und inwieweit denn diese Symmetrien in unserer Welt wirklich vorliegen. Wie oben schon gesagt, ist das Noether-Theorem in beide Richtungen formuliert. Es sagt einerseits, dass der Impulserhaltungssatz strikt gelten muss, wo der Raum homogen ist, und andererseits, dass der Raum strikt homogen sein muss, wo der Impuls erhalten bleibt. Wenn wir also herausfinden sollten, dass der Raum nicht strikt homogen ist, dann kann auch der Impulserhaltungssatz nicht strikt gelten. Dasselbe gilt natürlich für die Homogenität der Zeit und die Gültigkeit des Energieerhaltungssatzes.

Wenn Symmetrien verschwinden, dann spricht man von Symmetriebrüchen. Solche Symmetriebrüche kommen immer wieder in der Natur vor. Wenn etwa Wasser zu einer Schneeflocke kristallisiert, dann ist aus einem isotropen Wassertropfen, in dem alle Richtungen gleichwertig sind (er sieht ja auch von allen Seiten gleich aus), durch Entzug von Wärme und Entropie ein Kristall geworden, der nur noch aus sechs um je 60 Grad verdrehten Richtungen identisch aussieht. In diesem Fall wurde die kontinuierliche Symmetrie gebrochen und durch eine schwächere, diskrete ersetzt. Der Symmetriebruch hat dabei aus einem langweiligen Wassertropfen eine höchst komplexe und schöne Struktur werden lassen. Heute geht man in der Kosmologie von der, allerdings noch nicht vollständig bewiesenen Hypothese aus, dass am Anfang der Welt bei den damals herrschenden extrem hohen Temperaturen nur eine einzige Kraft das Geschehen bestimmte. Von Symmetrie spricht man hier, weil alles Geschehen von der gleichen Kraft gesteuert wurde. Während des Ausdehnungsprozesses und der damit verbundenen Abkühlung des Universums haben sich dann, der Hypothese zufolge, mehrere Brüche dieser Symmetrie ereignet, durch welche zuerst die Gravitationskraft und danach auch die starke Kernkraft und die elektroschwache Kraft aus der Urkraft abgespaltet, man kann auch sagen „ausgefroren“ wurden. Die elektroschwache Kraft zerfiel schließlich auch noch in die schwache Kernkraft und die elektromagnetische Kraft. Mit jedem dieser Symmetriebrüche ist die Entstehung von materiellen Strukturen und Teilchen einhergegangen. Heute wird sogar die Ruhmasse von Elementarteilchen über den Bruch einer (Eich-) Symmetrie erklärt (siehe [104] und Kapitel 15.9). Generell kann man sagen, dass materielle Strukturen durch Symmetriebrüche entstehen, oder auch anders herum, dass diese Strukturen *Unsymmetrien verkörpern* (siehe dazu auch das Kapitel Symmetrie und Symmetriebrechung in [30]). Vollständige Symmetrie ist daher nur in einer völlig unstrukturierten Raumzeit denkbar. Nun finden wir

aber in unserer Welt das Gegenteil vor, nämlich eine äußerst komplex strukturierte inhomogene Verteilung von Massen und Energien. Über das Werden in der Welt hat sich diese räumliche Struktur auch mit der Zeit ständig verändert. Wir finden also nicht nur zu jedem Zeitpunkt materielle Strukturen im Raum, sondern auch an vielen Stellen im Raum zeitliche Veränderungen, und damit Strukturen über der Zeit vor. Wir können deshalb schon vermuten, dass die für die Erhaltungssätze von Impuls und Energie erforderlichen Raum- und Zeitsymmetrien in unserer Welt im strikten Sinne vielleicht doch nicht vorliegen. Diese Frage ist schon allein deshalb wichtig, weil wir das Werden vieler der als inhomogen oder anisotrop verteilt beobachteten Eigenschaften der Welt mit Gesetzen beschreiben, die auf Erhaltungssätzen gründen, die die Homogenitäten von Raum und Zeit erfordern würden, die aber zumindest am Ende dieses Werdens (also heute) gar nicht mehr strikt gegeben sind. *Wir wissen deshalb auch nicht, inwieweit wir mit unserer Physik das Werden unserer Welt überhaupt adäquat beschreiben.*

Dem Problem kann man sich auch von der anderen Seite nähern, indem man nach Erscheinungen in unserer Welt Ausschau hält, bei denen die Erhaltungssätze verletzt werden, was ja dann zwingend zu dem Schluss führen würde, dass die zugehörigen Symmetrien nicht vorliegen. Da gibt es z.B. das Phänomen der kosmologischen Rotverschiebung. Durch die andauernde Dehnung des Raumes werden nämlich die Wellenzüge der Photonen (Lichtteilchen) auf ihrem Weg vom Entstehungsort zu uns als Beobachter in die Länge gezogen. Dadurch wird ihre Wellenlänge größer und ihre Frequenz kleiner. Da ihre Energie proportional zur Frequenz ist, bedeutet das, dass Photonen in einem sich ausdehnenden Raum Energie verlieren, was ebenso für ihren Impuls gilt (zur Berechnung von Energie und Impuls bei Photonen siehe Kapitel 15.2). Wenn diese verlorene Energie sich nirgends wiederfinden sollte, dann wäre das ein Fall, bei dem der Energieerhaltungssatz in dramatischer Weise verletzt wäre. Das wäre auch prinzipiell in Einklang mit dem Noether-Theorem, da in einem sich dramatisch ausdehnenden Weltall die Homogenität der Zeit ja expressis verbis nicht gegeben ist. In Kosmologievorlesungen wird auch (z.B. von Dr. Weller an der LMU, München) die Meinung vertreten, dass im Kosmos tatsächlich der Energieerhaltungssatz nicht gilt. Nach Ansicht des Autors kann man den Sachverhalt aber vielleicht auch so deuten, dass sich die verlorene Energie im Gravitationsfeld des Alls wiederfindet, welches nach der Streckung der Photonen weniger negative Feldenergie beinhaltet als vorher (zur Energiedichte der Gravitationsfelder siehe auch Kapitel 20.1). Ein anderer, meines Erachtens aber nicht sehr überzeugender Versuch, in diesem Fall den Energieerhaltungssatz zu retten, wird in [22] gemacht. Etwas Ähnliches passiert bei der Gravitationsrotverschiebung. So kommt ein von einem massiven Himmelskörper ausgehendes Lichtquant mit kleinerer Energie bei einem äußeren Beobachter an, als es beim Start auf dem Himmelskörper besaß. Diesen Effekt hatten wir in Kapitel 6.2.1 bereits kennen gelernt. Auch in diesem Fall ist die Raumzeit nicht homogen, da sie durch die Masse des Himmelskörpers gekrümmt ist, woraus man auch auf eine Verletzung des Erhaltungssatzes schließen könnte. Aber auch hier kann man den Sachverhalt auch so deuten, dass die verlorene Energie dem Gravitationsfeld zugeführt wird, der Energieerhaltungssatz also auch in diesem Fall noch gilt. Wenn man diese Fälle tatsächlich als Verletzungen des Energieerhaltungssatzes auf Grund von Symmetriebrechungen der Raumzeit interpretieren muss, dann wären diese Verletzungen dramatisch aber doch zumindest berechenbar, also deterministisch. Der Autor möchte hier aber festhalten, dass er bei diesen Effekten nicht von Verletzungen der Erhaltungssätze ausgeht.

Anders liegt der Fall in der Mikrophysik, die durch die Quantenmechanik beschrieben wird. Hier gibt es keinen Zweifel daran, dass bei allen Messungen an Elementarteilchen immer wieder die beiden Erhaltungssätze deutlich verletzt werden. Wir werden darüber in späteren Ka-

piteln noch ausführlich sprechen, müssen aber hier die Ergebnisse schon vorwegnehmen. So kann eine elektromagnetische Welle, die ein einzelnes Photon einer bestimmten Energie repräsentiert (solche „schwachen“ Wellen kann man tatsächlich herstellen), bei der Beobachtung in einem eingegrenzten Zeitfenster sich als Photon mit einer ganz anderen, größeren oder kleineren Energie realisieren, als in die Welle hineingesteckt wurde. Anders als bei den oben genannten Beispielen möglicher Verletzung der Erhaltungssätze, kann man hier den Grad der Verletzung grundsätzlich nicht vorhersagen, die realisierten Energiewerte sind vom Zufall gesteuert und die Verletzungen sind nichtdeterministisch. Dasselbe passiert bei der in einem eingegrenzten Ortsfenster beobachteten Welle eines Photons bezüglich seines Impulses. Dasselbe gilt aber auch für Materiewellen, was dazu führt, dass sich auch massive Teilchen in Mess-Einrichtungen mit anderen Impulsen und Energien zeigen können, als sie vorher im freien Raum besaßen. Nachgewiesen wurde dieser Effekt bereits bei Fullerenen (Moleküle aus 60 Kohlenstoffatomen). Im Einzelfall werden die Erhaltungssätze dabei deutlich verletzt, erstaunlicher Weise gelten sie aber wieder für die Erwartungswerte (d.h. die Mittelwerte). Das könnte man auch so deuten, dass sich das Teilchen bei seiner Realisation Energie ausleiht, die dann bei den Realisationen anderer Teilchen fehlt. Diese Deutung ist aber problematisch, da sie eine Abhängigkeit zwischen verschiedenen Realisierungsprozessen (oder den Ergebnissen verschiedener Versuche) suggeriert, die in der Praxis nicht festgestellt wird.

Innerhalb des Mikrokosmos werden die Erhaltungssätze also definitiv verletzt. Nun wissen wir aber, dass die Quantenmechanik streng genommen auf allen Größenskalen gilt, dass sich die Unschärfen des Mikrokosmos oft auch direkt auf größeren Skalen bemerkbar machen, und dass sie sich über mannigfache Instabilitäten aus dem Mikro- in den Meso- und Makrokosmos transformieren (mehr dazu siehe später). Wir müssen also davon ausgehen, dass die Erhaltungssätze auch außerhalb der Mikrophysik nicht strikt gelten.

Fakt ist also, dass die Quantenmechanik aus der Mikrophysik heraus dafür sorgt, dass die Erhaltungssätze bei entsprechenden Beobachtungen verletzt werden. Bei mikrophysikalischen Wechselwirkungen müssen also zwangsläufig auch Unsymmetrien in Raum und Zeit vorliegen. Doch worin bestehen diese? Bei Experimenten kommen sie offenbar dadurch zustande, dass durch den Versuchsaufbau Raum oder Zeit auf Messfenster beschränkt werden, außerhalb derer keine Manifestationen von Ereignissen möglich sind. Wenn man z.B. die Welle eines Photons (oder auch eines Teilchens mit Ruhmasse, wie etwa eines Elektrons) nur in einem begrenzten Zeitbereich beobachtet, dann lässt man Materialisationen der Welle in Form eines Teilchens nur in diesem begrenzten Zeitfenster zu, womit die Homogenität der Zeit verletzt ist. Und wenn man die Welle nur in einem begrenzten Ortsbereich beobachtet (etwa durch eine Blende), dann lässt man Materialisationen als Teilchen nur in einem begrenzten Ortsfenster zu, womit die Homogenität des Raumes verletzt ist. Solche Begrenzungen auf bestimmte Zeit- und Ortsfenster und ähnliche raum-zeitliche Beeinflussungen werden nun nicht nur bei gezielt von menschlichen Beobachtern durchgeführten Experimenten, sondern auch bei jeder anderen Wechselwirkung eines Teils der Welt mit seiner Umwelt wirksam, allein auf Grund der vorhandenen materiellen Strukturen in Raum und Zeit.

***Als Fazit und Zusammenfassung dieses Kapitels können wir Folgendes festhalten:***

- 1.) Allein aus der Kenntnis der strukturbedingten Unsymmetrien von Raum und Zeit müssen wir bei den Beobachtungen in der Welt mit Verletzungen der grundlegenden Erhaltungssätze von Energie und Impuls rechnen. Das ist allein auf Grund der sichtbaren Unsymmetrien in unserer Welt zu erwarten.
- 2.) Oft wird bei der kosmologischen Rotverschiebung und der Gravitationsrotverschiebung auch von einer Verletzung der Erhaltungssätze gesprochen. Die Energie- und Impulsverluste

wären unvorstellbar groß, aber berechenbar und damit deterministisch. Der Autor ist aber der Auffassung, dass sich diese Effekte auch anders deuten lassen, ohne von einer Verletzung der Erhaltungssätze sprechen zu müssen.

3.) Auf dem Gebiet der Mikrophysik sind die Verletzungen bei Einzelbeobachtungen in Allgemeinen anerkannt, sie sind u.U. recht groß, aber zufällig und lediglich statistisch quantifizierbar (siehe auch Kapitel 15.6.1). Die Mittelwerte bzw. Erwartungswerte erfüllen aber die Erhaltungssätze. Die Verletzungen betreffen nicht nur Photonen, bei denen sie am Spalt sogar sichtbar sind, sondern auch massive Teilchen, wie etwa schwere Moleküle, an denen man diese Effekte ebenso bereits beobachtet hat. Über verschiedene Verstärkungsmechanismen werden die quantenmechanischen Unschärfen auch in den Meso- und Makrokosmos sichtbar (siehe dazu auch Kapitel 18) und damit auch die Verletzungen der Erhaltungssätze.

4.) Wir müssen also davon ausgehen, dass die Erhaltungssätze nicht nur im Mikrokosmos, sondern, zumindest leicht, auch auf größeren Skalen unvorhersagbar verletzt werden. Und wenn das der Fall ist, *kann unsere Welt auch nicht deterministisch sein.*

5.) In einer hypothetischen Welt ohne jede Struktur, die in jeder Hinsicht kontinuierlich symmetrisch wäre, könnte man nach Emmy Noether für jede dieser Hinsichten eine Eigenschaft oder Größe finden, die in dieser Welt erhalten bliebe. Man kann sagen, dass in einer solchen Welt alles durch exakt geltende Erhaltungssätze beschreibbar wäre, sie wäre damit auch strikt deterministisch. Allerdings wäre aber auch wiederum nichts vorhanden, worauf man in dieser vollkommen symmetrischen Welt etwa die Erhaltungssätze von Impuls und Energie anwenden könnte. Wenn dann durch Symmetriebrüche Strukturen entstünden, etwa Elementarteilchen, lokalisierbare andere Partikel und größere Massenanhäufungen, könnte man zur Beschreibung des Geschehens diese Erhaltungssätze zwar gut gebrauchen, doch gerade wegen der Existenz dieser Strukturen wären sie dann leider nicht mehr unbedingt strikt gültig, womit der strikte Determinismus wieder verloren ginge. Oder: Nur eine strukturlose Welt könnte strikt deterministisch sein.

### **6.3 Von der subjektiven Relativität der Zeit**

Wir hatten die Betrachtungen zu Raum und Zeit in Kapitel 6.1 mit der Feststellung begonnen, dass Raum und Zeit für uns Menschen apriorische, subjektiv empfundene, notwendige Hilfsmittel für die Wahrnehmung unserer Lebensumgebung darstellen. In Kapitel 6.2 hatten wir dann versucht, aus physikalischem Blickwinkel von den Begriffen Raum und Zeit ein objektives Bild zu zeichnen. Bei diesem Streifzug durch die Physik von Raum und Zeit haben wir abermals Indizien für eine nichtdeterministische immanente Welt gefunden. Hier am Ende des Kapitels 6 wollen wir noch einmal auf den subjektiven Charakter der Zeit zurückkommen und einige interessante Aspekte unseres subjektiven Zeitempfindens beleuchten. Zu dieser Frage findet sich auch etwas in dem bereits oben erwähnten Buch von Kinnebeck [95].

Zeit wird von allen Menschen unterschiedlich empfunden. Wir erklären uns das damit, dass wir sagen, die Menschen haben ihre eigenen inneren Uhren, die alle etwas verschieden laufen und vom offiziellen Lauf unserer mechanischen und elektronischen Uhren mehr oder weniger stark abweichen. Mancher hat ständig das Gefühl, die (offizielle) Zeit laufe ihm davon, anderen bleibt ständig Zeit übrig, mit der sie dann manchmal gar nichts anzufangen wissen. Auch kann das subjektive Zeitempfinden eines Menschen sich mit der Zeit verändern; so vergeht einem so mancher Tag langsam und manch anderer schnell. Die Ursachen für diese Differenzen und Schwankungen sind sicher vielfältig (siehe auch [52]). Eine Einflussgröße für das subjektive Zeitempfinden eines Individuums (das kann ein Mensch oder auch ein Tier sein) ist sicher die zeitliche Dichte und Bedeutung der bewusst oder vielleicht auch der unbewusst wahr-

genommenen Erscheinungen und Ereignisse. Ob die Ereignisdichte das Zeitempfinden in Form einer Dehnung oder einer Stauchung beeinflusst, ist individuell verschieden und hängt auch von der Tagesform ab. Im Mittel dürfte aber doch zutreffen, was man zum Zeitgefühl z.B. im Wikipedia-Internetlexikon findet, dass nämlich ein Vorgang, der eine hohe geistige Tätigkeit erregt, zumindest im Rückblick als länger andauernd empfunden wird, als einer, der eine geringere geistige Tätigkeit auslöst. Daraus kann man auch direkt ableiten, dass Kindern, denen ja sehr viel Neues begegnet, was sie geistig zu verarbeiten haben, vergangene Zeitabschnitte im Durchschnitt langsamer verstrichen zu sein scheinen, als älteren Menschen, denen meist viel mehr Altbekanntes als Neues begegnet. Gegenüber dem Empfinden eines Erwachsenen erscheint einem Kind die Zeit also gedehnt. Ein schönes Beispiel dafür findet man in der Literatur bei A. A. Milne in seinem Kinderbuch *The Christopher Robin Story Book* (das ist das englische Originalwerk über Pu den Bären), indem er schreibt: "Once upon a time, a very long time ago now, about last Friday, Winnie-the-Pooh lived in a forest ..." (siehe [43], Seite 12). Alten Menschen scheint dagegen die letzte Woche oder das vergangene Jahr wie im Fluge vergangen zu sein. Offenbar hängt die subjektiv empfundene Dauer eines jüngst vergangenen Zeitabschnitts auch von seinem relativen Alter, d.h. vom Alter gemessen an seiner Gesamtlebenszeit ab; und zwar so, dass jüngst Vergangenes von ihm um so mehr gedehnt empfunden wird, je kleiner dieser Quotient ist. Dies ist sicherlich im Durchschnitt auch richtig, trifft aber, wie die weiter unten angestellten Überlegungen zeigen, wohl nicht mehr für die letzten Sekunden oder Minuten im Lebens eines Menschen zu.

Wenn alten Menschen die vergangenen Jahre als schnell verfliegen erscheinen, dann heißt das aber nicht unbedingt, dass sie dabei „Kurzweil“ empfunden hätten, oder dass es, auf der anderen Seite, Kindern, denen die vergangene Woche als eine Ewigkeit erscheint, dabei „langweilig“ gewesen wäre. Die Empfindung von Kurzweil oder Langeweile kann man als „Innensicht“ oder Momentanempfindung auffassen, die sich von der „Nachsicht“ oder „Außensicht“ auf einen vergangenen Zeitabschnitt meist unterscheidet. Denn im Allgemeinen (Ausnahmen gibt es hier sicher) empfinden Kinder ihr dynamisches Leben, in dem sie unreflektiert mit-schwimmen, kurzweiliger als alte Menschen, die sich in einem im Nachhinein von ihnen als im Fluge vergangen empfundenen Jahr durchaus gelangweilt haben können.

Dann gibt es noch den Effekt, dass auch die aus der Außensicht empfundene Dauer eines Zeitabschnittes davon abhängt, wie lange er zurückliegt, oder wie weit er in der Zukunft liegt. Meist erscheint uns ein Zeitabschnitt umso kürzer, je weiter er von der Gegenwart entfernt ist. Bei Wartezeiten ist es in der Regel so, dass wir diese in der Innensicht wie der Außensicht als besonders lang empfinden, wenn wir etwas für uns Bedeutsames erwarten bzw. erwartet haben. Wenn wir hingegen auf einen Termin hinarbeiten oder hinstreben, vergeht uns die Zeit wiederum oft zu schnell, etwa wenn wir Sorge haben, eine anstehende Aufgabe nicht rechtzeitig erledigen zu können, oder befürchten müssen, den Zug zu verpassen.

Zum Schluss des Kapitels wollen wir uns noch anschauen, wie sich vermutlich unser Zeitempfinden während unseres Lebens entwickelt, insbesondere wie es sich am Anfang aufbaut und wie es damit am Ende unseres Lebens aussieht. Dazu müssen wir erst einmal festlegen, was wir unter der Lebensspanne eines Menschen eigentlich verstehen wollen. Auch wenn man sich darüber streiten kann, wann denn ein Leben beginnt, schon bei der Befruchtung, irgendwann im Mutterleib, bei der Geburt oder erst danach, wollen wir es uns hier einfach machen und den Beginn des Lebens mit der Geburt gleichsetzen, einem Ereignis, das ein äußerer Beobachter einwandfrei feststellen kann. Auch über den Todeszeitpunkt eines Menschen kann man streiten (siehe die Diskussionen um Koma-Patienten), aber auch hier wollen wir es uns einfach machen und als Eintritt des Todes den von außen beobachtbaren und medizinisch festgestellten Sterbezeitpunkt hernehmen.

Geburt und Tod sind nun Übergänge, die Geburt der Übergang vom *Noch-nicht-leben* hinüber zum *Leben* und der Tod der Übergang vom *Leben* zum *Nicht-mehr-leben*. Beide Übergänge haben zwei Seiten, die eine liegt im Reich des Todes und die andere im Reich des Lebens. Jeder Mensch kann an einem anderen Menschen diese Übergänge auch vollständig und von beiden Seiten beobachten, er kann sowohl die Geburt als auch den Tod eines anderen erleben und beide Ereignisse eindeutig mit Zeitmarken versehen. Da ein Mensch sein eigenes Leben aber nur von der Innenseite beobachten kann, kann er selbst weder seine Geburt noch seinen Tod vollständig erleben, er sieht beide Übergänge nur von der Innenseite, der Seite des Lebens. Nun können wir uns die Frage stellen, wie denn ein Mensch (oder anderes bewusstes Individuum) diese Innenseiten der Übergänge sieht und was sie für ihn subjektiv bedeuten.

Aus der Erfahrung, dass einem Kind vergangene Zeitabschnitte umso mehr gedehnt erscheinen, je kleiner sein bisher erreichtes Lebensalter ist, kann man vermuten, dass ihm zu Beginn der Herausbildung seines Bewusstseins die Zeit sogar unendlich gedehnt erscheinen müsste. Diese Hypothese wird gestützt von der Tatsache, dass wir uns nicht an unsere eigene Geburt erinnern können. Den Zeitpunkt unserer Geburt empfinden wir als unendlich weit in die Vergangenheit entrückt, und wir haben das Gefühl, schon immer gelebt zu haben. Man kann sich diesen Effekt über den Prozess der allmählichen Herausbildung unseres Bewusstseins in den ersten Lebensmonaten erklären. Bewusstsein ist eine Selbstwahrnehmung, die auch die Wahrnehmung des eigenen Bewusstseins beinhaltet; man kann sagen, das Bewusstsein wird sich auch seiner selbst bewusst. Es beobachtet also auch sein eigenes Werden, was ihm aber bei den ersten infinitesimalen, noch sehr langsamen Schritten des Entstehungsprozesses am Anfang des Lebens noch nicht oder nur kaum gelingt, weil es ja selbst noch nicht oder nur kaum vorhanden ist. Den allerersten zaghaften Schritt seines Werdens kann das Bewusstsein im Rückblick gar nicht erkennen, sein Anfang erscheint ihm im Nebel der unendlichen Vergangenheit verborgen. Am Ende des Lebens, in den letzten Sekunden oder Minuten, dürfte ein ähnlicher Prozess in umgekehrter Richtung ablaufen, bei dem das Bewusstsein allmählich wieder verschwindet. Auch bei diesem Vorgang versucht das Bewusstsein sich selbst zu beobachten, was ihm bei den letzten, immer langsamer werdenden Schritten hinab ins Tal des Nichts aber immer weniger gelingt, weil es ja selbst immer weniger vorhanden ist. Den letzten Schritt seines Verschwindens kann das Bewusstsein gar nicht mehr wahrnehmen, sein eigenes Ende erscheint ihm in den Nebel der unendlichen Zukunft entflohen. Das bedeutet, dass auch der Zeitpunkt seines Todes für das Individuum ins Unendliche entrückt, diesmal in die unendlich weit entfernte Zukunft. Der Moment des Übergangs vom Leben zum Tod dehnt sich für den Sterbenden damit zur Ewigkeit. Nach seinem subjektiven Empfinden ist der Mensch also unsterblich und wurde auch nie geboren; er kommt aus der Ewigkeit und kehrt in sie zurück, wie das auch von vielen Religionen postuliert wird. Natürlich weiß jeder erwachsene Mensch, dass er einmal geboren wurde und einmal wieder sterben wird. Das weiß er aber nicht aus eigener Erfahrung oder Empfindung, sondern nur, weil man es ihm gesagt oder er es an anderen Menschen als äußerer Beobachter erlebt hat (siehe auch [25] Kapitel 9.2.2).

Wir hatten gesehen, dass nach der speziellen Relativitätstheorie die Zeit auf einer gegenüber dem Beobachter bewegten Uhr abhängig von der Geschwindigkeit  $v$  gemessen an der Lichtgeschwindigkeit  $c$  nach der Formel  $\gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$  gedehnt und bei  $v/c = -1$  sowie bei  $v/c = +1$  sogar ins Unendliche gestreckt erscheint. Für die subjektive Zeitempfung eines Menschen könnte man vielleicht eine analoge Formel der Form

$$\gamma_s = [1 - (x/L)^2]^{-1/2} \quad \text{mit } x = 2a - L \quad \text{und } 0 \leq a \leq L \quad (6-4)$$

verwenden, nach der die subjektiv empfundene Zeit einer Person abhängig von seinem Alter  $a$  gemessen an seiner gesamten Lebenszeit  $L$  gedehnt und bei seiner Geburt ( $a=0$ ) sowie seinem

Tod ( $a=L$ ) sogar ins Unendliche gestreckt erscheint. Die Gleichung würde zwar qualitativ die obigen Überlegungen stützen, ist aber lediglich eine Spekulation des Autors.

Unabhängig von unserer vielleicht empfundenen Unsterblichkeit, ist unser Leben aber doch in der Außensicht de facto ein abgeschlossenes System, über dessen Grenzen wir nicht hinausschauen und nicht hinaustreten können, wir können es eben nur von innen betrachten. Da man aber nichts allein aus der Innensicht gänzlich verstehen kann (siehe die Kapitel 3, 5.2 und 5.3), sind wir Menschen auch nicht in der Lage, unser eigenes Leben vollständig und widerspruchsfrei zu erklären oder zu begründen. Das dürfte auch ein Grund sein, warum sich die Menschen so schwer tun, aus dem Diesseits heraus für ihr Leben einen Sinn zu finden, und sie deshalb gerne auf die transzendenten Erklärungen der Religionen zurückgreifen.

## 7. Über Erscheinungen, das Ding an sich, Mögliches und Faktisches

In Kapitel 1 hatten wir uns schon die Frage gestellt, was wir eigentlich in dieser Welt in Erfahrung bringen können, oder was das eigentlich heißt, wenn wir sagen, wir wüssten etwas über etwas. Das, worüber wir etwas in Erfahrung bringen, nennen wir oft einen „Gegenstand“ im direkten oder übertragenen Sinne, in der Physik einen „Körper“ oder ein „Teilchen“, oder wir sprechen ganz allgemein von einem „Ding“, wobei wir uns gar nicht festlegen, was wir darunter eigentlich genau verstehen wollen. In unserer Vorstellung verbinden wir diese Begriffe immer mit einem Bündel (d.h. einer Menge) von Eigenschaften. Zu diesen Eigenschaften gehören z.B. Masse oder Energie, Ladung, Spin, Polarisation und Frequenz (etwa bei einem Photon), Impuls, Geschwindigkeit, Positions- und andere geometrische Daten, Zeitdaten, Farbe, Festigkeit, Temperatur, Geschmack, Lebensstatus (tot oder lebendig), oder auch subjektive Eigenschaften wie Schönheit und Attraktivität, sowie auch relationale Attribute wie die Nützlichkeit oder Brauchbarkeit für jemanden, und vieles andere mehr. Die Worte Ding, Gegenstand, Körper, Gebilde und Ähnliches sind damit eigentlich nur abstrakte Bezeichnungen von etwas, das sich uns nur durch Eigenschaftsbündel repräsentiert. Vielleicht kann man sie auch Universalien nennen (siehe Kapitel 6.1), die man der transzendenten platonischen Ideenwelt zuordnen könnte. Was wir praktisch erfahren können, sind aber immer nur Eigenschaften, sonst nichts. Und erfahren können wir Eigenschaften nur dadurch, dass wir Beobachtungen mit Instrumenten anstellen, die darauf ausgelegt sind, genau die in Frage stehenden Eigenschaften auch zum Vorschein zu bringen. Wenn man etwa eine Abmessung feststellen (d.h. „hervorbringen“) will, so verwendet man als Beobachtungsinstrument ein Metermaß und keine Uhr, und wenn man die Masse eines Körpers bestimmen will, so benutzt man dazu eine Waage und nicht etwa ein Fernrohr. Wir leben also in einer Welt von Eigenschaften, die wir, mit Orts- und Zeitmarken versehen und eventuell auch zu mehreren gebündelt, Erscheinungen nennen, die wir uns aber bei den Beobachtungsvorgängen mit passenden Methoden und Instrumenten selbst *erzeugen* oder erzeugt haben.

Hinter einem Bündel von Eigenschaften könnte man zwar ein Ding postulieren, das an sich (oder „per se“) existiert und die Erscheinungen verursacht, oder welches all die Eigenschaften besitzt, die man da beobachtet hat. Das ist allerdings schwer mit der gerade gemachten Feststellung in Einklang zu bringen, dass wir uns unsere Erscheinungen zumindest zu einem gewissen Teil durch die Art der Beobachtung und die Wahl der Beobachtungseinrichtung selbst erzeugen. Ferner tut sich das Problem auf, bei mehreren beobachteten Eigenschaften zu entscheiden, ob alle diese Eigenschaften einem einzigen oder mehreren verschiedenen Dingen zuzuordnen wären. Das ist nicht unbedingt einfach. Denn nach welchen Kriterien sollte man da vorgehen? Sollte man etwa nur Eigenschaften mit nahe beieinander liegenden Orts- und Zeitmarken zum gleichen Ding zählen, oder auch solche, deren Orte und/oder Zeiten weiter auseinander liegen? Diese Probleme tun sich besonders in der Mikrophysik auf, etwa bei ver-

schränkten Elementarteilchen (siehe später). Aber auch im Alltagsleben gibt's da Probleme. Denn wer sagt uns eigentlich, dass die wahrgenommene rote Farbe und eine quadratische Figur in dem Gebilde „rotes Quadrat“ überhaupt zusammen gehören? Im Alltagsleben spricht man vom Problem der Gestalt- oder Objektwahrnehmung. Entsprechende, im täglichen Leben brauchbare Standards zur Bündelung von wahrgenommenen Eigenschaften zu hypothetischen Objekten haben sich in der Evolution entwickelt und sie werden von kleinen Kindern auch schon recht früh eingeübt. Es handelt sich dabei aber immer um eine Synthese, bei der durch Zuordnungen oder Bündelung von Eigenschaften erst ein Objekt definiert wird, von dessen apriorischer Existenz man aber nicht unbedingt reden kann.

Immanuel Kant hatte als *Ding an sich* etwas bezeichnet, das „unabhängig von der Tatsache existiert, dass es durch ein Subjekt wahrgenommen wird und somit für dieses zum Objekt würde“ (siehe [44]). Wahrnehmen bedeutet aber beobachten und beobachten bedeutet eine Wechselwirkung. Damit wäre dieses Kant'sche *Ding an sich* etwas, das unabhängig von jedweder Wechselwirkung an sich existiert, an sich geschieht oder an sich abläuft. Und dann müsste es auch die von uns beobachteten Erscheinungen verursachen. Dieses Ding wäre also nicht etwas, das erst durch eine Synthese in Form einer Bündelung von Eigenschaften entstünde, sondern das schon a priori da wäre und für die beobachteten Erscheinungen verantwortlich wäre. Kant betonte aber auch, dass man das *Ding an sich*, wenn es existierte, prinzipiell nicht nachweisen könne. Denn wenn man es mal wahrnähme, wüsste man immer noch nicht, ob es auch ohne diese Wahrnehmung da wäre. Ebenso wenig ist man in der Lage, seine Existenz zu widerlegen. Nach Karl Poppers Wissenschaftstheorie [45] sind Behauptungen über unsere immanente Welt wenig brauchbar, die man weder beweisen, noch widerlegen kann. Das Konzept eines *Dinges an sich* könnte man deshalb bestenfalls im Transzendenten ansiedeln (oder, wie Kant meinte, nur im *transzendentalen* Sinne gebrauchen).

Auch wenn man nach Popper die Idee vom *Ding an sich* in der immanenten Welt besser verwerfen sollte, können wir dennoch eine Konsequenz für *den* Fall ausmachen, dass es das *Ding an sich* gäbe. Wenn nämlich *alle* Erscheinungen von dahinter liegenden *Dingen an sich* regiert würden, dann würde eben alles „an sich“ oder „per se“ ablaufen und der Weltlauf wäre insgesamt unbeeinflussbar und damit determiniert. In Kapitel 4 hatten wir schon gesehen, dass in einer (gemäßigt) deterministischen Welt die Gesamtheit aller Ereignisse als Lösung eines großen homogenen Systems von Differentialgleichungen in der durch die Anfangsbedingungen festgelegten Weise immer „an sich“ und unbeeinflussbar abläuft. Wir können damit eine deterministische Welt auch als ein einziges großes *Ding an sich* ansehen. Interessanterweise hat Immanuel Kant in seinem Werk *Kritik der reinen Vernunft* in einer Welt, in der alle Erscheinungen Dinge an sich selbst sind, also in einer deterministischen Welt, die Existenz menschlicher Freiheit ausgeschlossen. Mehr dazu später.

Nach Popper dürfte man wenigstens noch an das *Ding an sich* glauben. Mit der Quantenmechanik können wir heute beweisen, dass es keine verborgenen Variablen gibt, die in der physikalischen Diskussion die Rolle des *Dinges an sich* spielen; darauf werden wir später noch zurückkommen. Bei einer mikrophysikalischen Beobachtung oder Wechselwirkung bestimmen nämlich allein die Art der Wechselwirkung und der Zufall den sich bei der Beobachtung faktisch einstellenden Wert der betreffenden Eigenschaft, wobei der Zufall auch nicht durch verborgene Variable (und damit durch ein transzendentes *Ding an sich*) wegerklärt werden kann. Da auf der Mikrophysik auch die Physik im Meso- und Makrokosmos aufbaut, und darüber hinaus auch quantenmechanische Effekte sich vielfach von mikroskopischen direkt auf größere Skalen transformieren (siehe später), läuft jede Beobachtung, jede Messung, jede gezielt vorbereitete und jede natürliche Wechselwirkung immer nach dem gleichen Schema ab: Die Details der Wechselwirkung legen das Spektrum der möglichen Eigenschaftswerte und

deren Auftrettswahrscheinlichkeiten fest, aus dem dann bei der Beobachtung ein Wert zufällig ausgewählt und zum Faktum wird. Die Streuung der möglichen Werte ist dabei im Meso- und Makrokosmos meist äußerst klein (aber keineswegs immer, wie etwa bei der Lichtbeugung am Spalt), bei mikrophysikalischen Vorgängen ist sie dagegen relativ groß. Das durch eine Wechselwirkung entstandene Faktum hat seinerseits wieder Einfluss auf die Details nachfolgender Wechselwirkungen und damit auch auf die Spektren der dann möglichen Eigenschaftswerte und deren Auftrettswahrscheinlichkeiten.

Fassen wir zusammen: Wir leben in einer Welt von Eigenschaften, die sich uns in Erscheinungen äußern, die wir nicht zwangsläufig auf *Dinge an sich* als deren Inhaber oder Verursacher zurückführen können. In einer deterministischen Welt würden alle Erscheinungen an sich oder per se ablaufen und damit wäre die ganze Welt ein riesiges *Ding an sich*. In unserer Welt dagegen entstehen die Eigenschaften durch Wechselwirkungen (wir nennen diese auch Ereignisse) zwischen verschiedenen Teilen der Welt, bei denen aus einem vorher gegebenen Spektrum möglicher Werte der bei dem Ereignis betroffenen Eigenschaften je ein Wert mit Hilfe des Zufalls ausgewählt und zum Faktum gemacht wird. Bei allen Wechselwirkungen und damit bei allen beliebigen Ereignissen, inklusive aller Messungen, aktiver und passiver Beobachtungen, geht es damit immer um den Übergang vom *Möglichen zum Faktischen*. Ein wesentlicher Unterschied zwischen beiden besteht darin, dass die (i.a. vielen) Möglichkeiten einer Eigenschaft nur a priori und das (eine) Faktum nur a posteriori existieren. Ferner dürfen wir nach den Ausführungen des Kapitels 1 auch nur das Faktische unserer immanenten Welt zuordnen und müssen das Mögliche in die Transzendenz verweisen. Deshalb darf man zwischen Möglichem und Faktischem im philosophischen Sinne auch eine starke Differenz sehen (siehe auch Kapitel 6.2.3). Außerdem unterliegen nach Kapitel 5.2 Mögliches und Aussagen über Faktisches unterschiedlichen Logiken, Mögliches der Modal- und Faktenaussagen der Prädikatenlogik. Durch die vielfältigen und dauernden Wechselwirkungen zwischen den vielen verschiedenen Teilen unserer gesamten Welt im Kleinen und im Großen entstehen permanent immer wieder aus Möglichkeiten Fakten, die ihrerseits wiederum die künftigen Möglichkeiten beeinflussen. Man kann auch sagen, die Welt erhält oder erzeugt sich immer wieder durch permanente Selbstbeobachtung (Ansätze dazu finden sich auch im letzten Teil von [48]). Mit *Möglichem* ist dabei etwas gemeint, das nicht a priori ausgeschlossen werden kann (d.h.  $M = \neg N \neg$ , siehe Kapitel 5.2), wobei man den Grad der Möglichkeit, oder den Grad der Nichtausgeschlossenheit des Ereignisses mit dem Begriff der Wahrscheinlichkeit beschreibt. Mehr zum Konzept der Wahrscheinlichkeit findet sich in Kapitel 10.

Trotz der Erkenntnis, dass wir es in unserer durch wechselseitige Beobachtungen geschaffenen Welt immer nur mit Eigenschaften zu tun haben, werden wir im Folgenden der Einfachheit halber dennoch auch weiterhin Begriffe wie Teilchen, Körper, Gegenstand, Gebilde und Ähnliches verwenden, aber immer nur im synthetischen Verständnis von Eigenschaftsbündeln und nicht im Sinne von, die Erscheinungen verursachenden, apriorischen *Dingen an sich*.

Wir wissen also jetzt etwas genauer, was wir damit meinen, wenn wir sagen, wir wüssten etwas über etwas. Unser primäres Wissen sind Erscheinungen, die sich aus einer oder mehreren mit Orts- und Zeitmarken versehenen Eigenschaften zusammensetzen, die wir bei unseren Beobachtungsvorgängen aktiv gewonnen haben. Aus diesen bilden wir dann Theorien über die Welt, sozusagen als sekundäres Wissen, von denen wir auch gerne wissen würden, inwieweit sie überhaupt zutreffen oder „wahr“ sind. Das führt zu den drei Fragen, was wir unter einer Theorie verstehen wollen, warum wir überhaupt Theorien aufstellen und was wir speziell bei Theorien mit Wahrheit eigentlich meinen oder meinen könnten. Diesen erkenntnistheoretischen Fragen werden wir uns im nächsten Kapitel zuwenden.

## 8. Über Theorien und ihre Wahrheit

### 8.1 Vom Problem zur Theorie

Bei uns Menschen und eingeschränkt auch im Tierreich beginnt der Prozess der Erkenntnis immer mit einem Problem in der Lebenswelt, für das eine Lösung gesucht wird. Wenn wir mit einem Problem konfrontiert werden, das wir schon kennen und für welches wir bereits eine Lösung parat haben, dann werden wir diese anwenden. Wenn wir aber mit einem neuen Problem konfrontiert werden oder wenn die für ein bekanntes Problem bisher adäquate Lösung in einem aktuellen neuen Fall nicht funktioniert, dann müssen wir uns, wie man so schön sagt, etwas Neues einfallen lassen; wir brauchen eine neue Idee, wie wir das bestehende Problem durch eigene Aktivitäten bzw. Eingriffe in die Umwelt lösen könnten (was, wie wir ja wissen, nur in einer nichtdeterministischen Welt möglich ist). Diese Idee werden wir dann in der Praxis überprüfen und werden sie, wenn sie funktioniert, so lange als Theorie in unserem Problemlösungsrepertoire behalten, wie sie sich als brauchbar erweist. In [25], Kapitel 5.1 hat der Autor an zwei einfachen Beispielen diese Theoriebildung beschrieben: einem Spätheimkehrer, bei dem das Licht im Flur nicht brennt und er den Fehler beheben möchte, und einem Kleinkind, das seinen Hunger stillen möchte. Beide gehen zunächst mit ihnen a priori zur Verfügung stehenden Theorien an die Lösung heran. Der Spätheimkehrer könnte nach der Theorie vorgehen, dass die Ursache für die Dunkelheit im Flur in einem Defekt entweder der Glühbirne oder der Sicherung zu suchen ist, und das Baby nach der angeborenen Theorie, dass es die Brust bekommen wird, wenn es schreit. Solange sich bei beiden ihre Theorien bestätigen, werden sie diese weiterhin unverändert anwenden. Der Spätheimkehrer wird in Wiederholungsfällen immer wieder Glühbirne und Sicherung überprüfen und diese ggf. austauschen, und das Baby wird auch das nächste und übernächste Mal schreien, wenn es wieder Hunger bekommt. Wenn der Spätheimkehrer aber feststellt, dass weder die Sicherung noch die Glühbirne defekt ist, dann muss er seine Theorie durch eine neue Idee erweitern; er könnte nun etwa auch einen Leitungsbruch in der Wand als mögliche Fehlerursache in seine Theorie einbeziehen. Und wenn das heranwachsende Kind öfter erlebt, dass es trotz heftigem Schreien keine Nahrung bekommt, wird es das Schreien allmählich aufgeben und sich andere Aktivitäten einfallen lassen, die ihm zu Nahrung verhelfen könnten, etwa die Benutzung der Hände, um Essbares heranzuholen (bei diesem Lernprozess werden seine Eltern ihm natürlich auch helfen). Wenn Theorien allmählich an Brauchbarkeit einbüßen, man sagt auch mehr und mehr „belastet“ werden, dann müssen sie also ergänzt oder erweitert werden, wie im Falle des Spätheimkehrers, oder gar ganz durch andere ersetzt werden, wie bei dem Kleinkind.

Auf diese Weise entwickeln wir Menschen, aus den in unserer Welt beobachteten und für uns problematischen oder zumindest unbefriedigenden Erscheinungen und dem Wunsch, daran etwas zu ändern, Theorien über die Wirkungsweise unserer Welt. Mit Erscheinungen meinen wir hier, wie im vorigen Kapitel definiert, mit Orts- und Zeitmarken versehene Eigenschaften oder Eigenschaftsbündel. In den oben besprochenen Beispielen waren dies beim Spätheimkehrer die Erscheinung der defekten Beleuchtung im Flur und beim Baby die Erscheinung von Hunger in seinem Nervensystem. Von den entwickelten Theorien nehmen wir auch immer an, dass sie nicht nur in den bisher beobachteten Einzelfällen gelten, sondern auch in einem größeren Bereich von Fällen zutreffen und damit auch innerhalb größerer Raum- und Zeitbereiche gültig sind. So wird der Spätheimkehrer davon ausgehen, dass seine Theorie über die Ursachen von Fehlern an der Beleuchtung nicht nur in seinem Flur, wo er sie erprobt hat, brauchbar ist, sondern er wird auch davon ausgehen, dass sie ebenso in allen anderen Räumen seiner eigenen und auch in den Räumen anderer Wohnungen anwendbar ist. Außerdem wird er annehmen, dass die Theorie hier wie dort nicht nur heute, sondern auch in Zu-

kunft gelten wird. Auch das Baby wird bei seiner Theorie zur Nahrungsbeschaffung implizit davon ausgehen, dass diese überall und immer anwendbar ist, wenn es Hunger verspürt. Wir Menschen schließen damit *induktiv* von der in wenigen Fällen nachgewiesenen auf die generelle Gültigkeit einer Theorie obwohl dieser Schluss wie in Kapitel 5.2 schon gesagt, keine Beweiskraft hat, und setzen damit auch die Homogenität von Raum und Zeit voraus (siehe Kapitel 6.2.4). Wir können gar nicht anders. Einfache physikalische Theorien sind z.B. das bereits erwähnte Grundgesetz der Mechanik, *Kraft gleich Masse mal Beschleunigung* ( $F = m \cdot a$ ), das uns erlaubt zu berechnen, welche Kraft  $F$  (gemessen in Newton) wir aufbringen müssen, um einem Körper mit der Masse  $m$  (in kg) die Beschleunigung  $a$  (in Meter pro Sekunde pro Sekunde, also  $m/s^2$ ), oder das ohmsche Gesetz, *Spannung gleich Widerstand mal Stromstärke* ( $U = R \cdot I$ ), mit dem wir die elektrische Spannung  $U$  (in Volt) ausrechnen können, die wir anlegen müssen, um einen bestimmten Strom  $I$  (in Ampere) durch einen gegebenen Widerstand  $R$  (in Ohm) fließen zu lassen. Auch bei diesen Theorien schließen wir induktiv, dass sie wohl für alle denkbaren Wertekombinationen der Parameter und auch sehr wahrscheinlich immer und überall gelten werden. Gut bestätigte Theorien, wie die beiden eben genannten, nennt man in den empirischen Wissenschaften auch (Natur-) *Gesetze*. Diesen Begriff hatten wir ja in den ersten Kapiteln schon vielfach verwendet. Aber selbst bei derartigen gut bestätigten Naturgesetzen sind wir im Allgemeinen dennoch nicht in der Lage, sie für alle Fälle ihres behaupteten oder angenommenen Anwendungsbereichs explizit zu überprüfen. Um sie zu widerlegen, würden ein oder wenige Fälle reichen, bei denen sie sich als falsch erweisen. Um sie jedoch vollständig zu beweisen, würde man im Allgemeinen unendlich viele Experimente durchführen müssen, was auch unendlich viel Zeit erfordern würde. Das heißt, dass sich in den empirischen Wissenschaften Theorien im Allgemeinen zwar widerlegen aber nicht vollständig beweisen lassen.

Wo vollständige Beweise nicht möglich sind, bleiben uns nur Induktionsschlüsse, d.h. Schlüsse vom Speziellen zum Allgemeinen, bei denen Fehlschlüsse vorkommen können. Solche induktiven Fehlschlüsse kann man zwar nicht ausschließen, man kann aber an Hand gemachter Erfahrungen die bestehende Theorie korrigieren oder erweitern, um sie den Erfahrungen anzupassen, wie eben auch der Spätheimkehrer seine Theorie über die möglichen Ursachen einer ausgefallenen Beleuchtung korrigieren musste. Ein anderes Beispiel sind die Newton'schen Gesetze der Dynamik, dazu zählt auch die schon mehrfach erwähnte Gleichung *Kraft gleich Masse mal Beschleunigung*, denen man früher universelle Gültigkeit zugesprochen hatte. Die Erkenntnisse aus der Relativitätstheorie erforderten jedoch eine Korrektur der Gleichungen, um auch Situationen mit hohen Relativgeschwindigkeiten oder mit hohen Gravitationspotentialen korrekt zu erfassen. In der normalen Alltagsphysik sind die alten Gleichungen aber als sehr gute Näherungen immer noch gültig. Auch war man bisher immer davon ausgegangen, dass Raum und Zeit exakt homogen seien, weswegen dann alle Naturgesetze, die sich auf eine dieser Symmetrieanahmen stützen, überall bzw. immer in gleicher Weise gelten müssten. Wie wir in Kapitel 6.2.4 diskutiert hatten, kann man davon heute aber nicht mehr unbedingt ausgehen und muss deshalb auch die exakte Gültigkeit der auf den Erhaltungssätzen von Energie und Impuls basierenden Naturgesetze in Zweifel ziehen.

Im Gegensatz zu den empirischen Wissenschaften, deren Theorien man im Allgemeinen nicht vollständig beweisen kann, sind in der Logik und der Mathematik, die Theorien oder Sätze in aller Regel sehr wohl vollständig beweisbar. Diese logischen wenn-dann-Aussagen – in der Philosophie spricht man auch von analytischen Aussagen – hatten wir in Kapitel 5.2 schon als logische Denkgesetze ausführlich behandelt. Sie bedürfen keiner empirischen Überprüfung, denn ihre Richtigkeit lässt sich allein durch logisches Denken nachweisen. Zu ihnen gehören auch die in Kapitel 5.2 schon angesprochenen Syllogismen, wie etwa der fraglos richtige Satz

wenn alle Deutschen weiße Hautfarbe haben und kein weißer Mensch in Taiwan lebt, dann lebt auch kein Deutscher in Taiwan. Solche Sätze sind richtig, wenn der zweite Teil der Aussage (das *Dann*) eindeutig aus dem ersten (dem *Wenn*) folgt. Das bedeutet aber, dass das *Dann* bereits im *Wenn* enthalten sein muss, weshalb man bei allen logischen und mathematischen Aussagen auch von (verallgemeinerten) Tautologien reden kann. Von Tautologien hatten wir in Kapitel 4 bereits gesprochen und dort jeden Zustand einer deterministischen Welt als eine tautologische Umformulierung des Anfangszustands bezeichnet.

Noch etwas Interessantes haben die vollständig beweisbaren Sätze gemeinsam, in ihnen spielt nämlich die Zeit keine Rolle. Sie reden nur von der Gegenwart, sind also in aller Regel allzeit gültige Aussagen. Da nur diese vollständig beweisbar sind, kann man vermuten, dass grundsätzlich nur rein gegenwartsbezogene Sätze vollständig beweisbar sind. Diese Vermutung wird auch gestützt durch Überlegungen in Kapitel 6.2.3, wo wir festgestellt hatten, dass Zukunft und Vergangenheit dem transzendenten Bereich zuzuordnen sind, über den wir aus der Immanenz heraus niemals sichere, beweiskräftige Aussagen machen können.

Wenn wir im Folgenden von Theorien sprechen, so werden darunter, wenn nicht ausdrücklich anders gesagt, immer Wirkzusammenhänge über unsere (immanente) Welt verstanden, die einer empirischen Überprüfung bedürfen, und nicht auch ebenso die angesprochenen logischen und mathematischen Aussagen. Wir Menschen haben solche Theorien entwickelt, um Probleme zu lösen, die sich uns in der Welt stellen. Sie beschreiben Zusammenhänge, die wir aus den Beobachtungen der Welt abgeleitet haben und die uns helfen, die Welt zu begreifen und durch gezieltes Einwirken in den Ablauf der Welt für uns wünschenswerte Zustände herzustellen. Theorien müssen also in diesem Sinne für uns brauchbar sein. Ob sie in dem ganzen angenommenen Wirkbereich gelten, können wir bei Aussagen der empirischen Wissenschaften nicht beweisen. In Bereichen, in denen eine bestehende Theorie sich als falsch oder von unzulänglicher Brauchbarkeit erweist, muss sie korrigiert oder erweitert werden. Empirische Theorien kann man damit solange „wahr“ nennen, solange sie brauchbar sind. Mit dem Begriff der Wahrheit werden wir uns im übernächsten Kapitel noch näher beschäftigen. Im nächsten Kapitel wird es zunächst um zwei Forderungen gehen, die man an Theorien stellen muss, und um die in Theorien repräsentierten Wirkzusammenhänge und Wirkprinzipien.

## 8.2 Was uns Theorien sagen

Wir hatten gesehen, dass – zumindest in den empirischen Wissenschaften – Theorien (Wirk-) Zusammenhänge zwischen Erscheinungen beschreiben, und damit Zusammenhänge herstellen zwischen beobachtbaren oder messbaren, mit Orts- und/oder Zeitmarken versehenen Eigenschaften oder Eigenschaftsbündeln. Das geschieht oft in Form mathematischer Gleichungen, als chemische Reaktionsformeln oder in anderer formalisierter oder verbalisierter Form. Sie dienen uns primär als Mittel, in der Welt etwas aktiv zu bewirken. Natürlich bedeuten Theorien immer auch ein Wissen im Sinne von Verstehen unserer immanenten Welt, denn nur wenn man die Welt ein wenig begreift, kann man in ihr etwas bewirken. Das Wissen selbst oder das *Wissen an sich* ist dabei zunächst nur ein sekundärer Nebeneffekt ohne eigenen Wert. Das kann man gut an Tieren beobachten, die meist ein äußerst kluges Verhalten an den Tag legen, dieses aber nicht als bewusstes Wissen reflektieren. Erst über die abstrakten Denkprozesse in seinem Gehirn hat der Mensch dem *Wissen an sich* einen eigenständigen Wert beigemessen.

Theorien sind also primär zweckorientiert, sie dienen uns zum Begreifen der Welt zwecks gezielter Beeinflussung der Abläufe in ihr. Und wenn es mehrere Theorien für denselben Sachverhalt gibt, so dient die einfachste unter Ihnen dem Zweck am besten, ist also die Brauchbarste und somit den anderen vorzuziehen. Das ist das Prinzip der Sparsamkeit. Die Frage da-

nach, welche von diesen Theorien in einem höheren Sinne die „wahre“ ist, ist unerheblich. Und wenn zwei den gleichen Sachverhalt beschreibende Theorien gleich brauchbar und gleich einfach sein sollten, dann kann man auch noch andere subjektive Kriterien zur Auswahl heranziehen wie etwa „Eleganz“ oder „Schönheit“. Das Prinzip der Sparsamkeit wird in der Wissenschaftstheorie auch als Ockhams Rasiermesser bezeichnet (siehe Internetlexikon Wikipedia). Ein gutes Beispiel liefern die Theorien über die Bewegung der Planeten im Sonnensystem: Im alten geozentrischen Weltbild ließen sich die Bahnen der Planeten nur mit einer komplizierten Epizykeltheorie beschreiben, während sie sich im heliozentrischen Weltbild als einfache Ellipsen darstellen. Allein aus diesem Grunde ist das heliozentrische Weltbild dem geozentrischen schon vorzuziehen. Ähnlich ging es der Phlogiston-Theorie, mit der die Alchemisten noch im 18. Jahrhundert Verbrennungsvorgänge durch Entweichen der Substanz Phlogiston (mit einer negativen Masse) erklären wollten. Auch diese Theorie hat schließlich der einfacheren Theorie der Oxidation weichen müssen, mit der Verbrennungsvorgänge als Verbindung der verbrennenden Substanz mit Sauerstoff erklärt werden.

Wir hatten bereits davon gesprochen, dass Theorien immer einen Gültigkeitsbereich haben. Man kann die in ihnen beschriebenen Wirkzusammenhänge damit auch als Verdichtungen vieler Einzelercheinungen verstehen oder als Ersatz der Einzelercheinungen durch eine Methode, all diese Einzelercheinungen zu generieren oder zu berechnen. Auch aus diesem Blickwinkel leuchtet es ein, dass immer diejenige Theorie vorzuziehen ist, die mit der einfachsten Formel die höchste Verdichtung liefert. Im Ockham'schen Sinne ist die Grundgleichung der Dynamik *Kraft gleich Masse mal Beschleunigung* ( $F = m \cdot a$ ) eine hervorragende Theorie, da sie mit ihrer kaum zu überbietenden Einfachheit ein riesiges Feld von Erscheinungen in der Natur beschreibt.

Von einer Theorie ist also zu fordern, dass sie so einfach wie möglich sein sollte. Nun gibt es aber noch eine zweite Eigenschaft, die man nach Karl Popper [45] von einer Theorie verlangen muss. Sie sollte nämlich entweder im Prinzip vollständig beweisbar oder, wenn das – wie bei allen empirischen Theorien – nicht möglich ist, im Prinzip aber wenigstens widerlegbar, man sagt auch falsifizierbar sein. Letzteres heißt, es müssen sich Ergebnisse von Experimenten formulieren lassen, die die Theorie widerlegen würden. Wenn bei einer vermeintlichen Theorie weder das eine noch das andere gegeben ist, man sie also prinzipiell weder beweisen noch widerlegen kann, dann ist sie nach Popper als wissenschaftliche Theorie nicht viel wert. Wir hatten schon in früheren Kapiteln von Theorien gesprochen, die sich außerhalb der immanenten Welt bewegen, wie etwa die Stringtheorie, die von einer Vielzahl von Raumdimensionen ausgeht, oder die komplexe Wechselstromrechnung, die sich in der transzendenten Welt der komplexen Zahlen bewegt. Letzteres gilt auch für wesentliche Teile der Quantenmechanik, die ebenso die komplexen Zahlen bemüht und auch noch mit dem abstrakten Begriff von Wahrscheinlichkeiten operiert, die ebenso in der immanenten Welt nicht direkt vorkommen, sondern nur in Form relativer Häufigkeiten real angenähert werden können (siehe Kapitel 10). Was solche Theorien über ihre transzendenten Welten oder über Wahrscheinlichkeiten aussagen, lässt sich im strengen Sinne weder beweisen noch widerlegen, wäre also im Popper'schen Sinne wissenschaftlich nicht viel wert. Gegen eine pauschale Abwertung kann man aber anführen, dass sich mit diesen Theorien, auch wenn sie sich auf Begriffe oder Berechnungen in einer transzendenten Welt berufen, letztlich aber doch Aussagen über unsere immanente, reale Welt machen lassen, die man dann doch wieder exakt oder zumindest asymptotisch angenähert überprüfen kann; etwa über Projektionen komplexer Zahlen auf die reelle Zahlengerade, über Projektionen aus einer elf-dimensionalen Welt in unsere vierdimensionale oder über Annäherungen an Wahrscheinlichkeiten durch relative Häufigkeiten. Das ist bei der Theorie der Wechselstromrechnung exakt und bei der Quantenmechanik sehr gut asymptotisch

erfüllt, weniger noch bei der Stringtheorie [40]. Das gilt auch für den in den letzten Jahren viel diskutierten Higgs-Mechanismus (siehe Kapitel 15.9), bei dem man im Vakuum freie Teilchen imaginärer Energie annimmt, um die (Ruh-)Masse gewisser Elementarteilchen zu erklären. Theorien, die zur Gewinnung von immanenten Aussagen einen Umweg über die Transzendenz machen, sind also, zumindest in einem großzügigen Verständnis, auch im Popper'schen Sinne noch akzeptabel. Ein allzu strenges Beharren auf der Falsifizierbarkeitsforderung würde auch die vielbearbeitete Stringtheorie und ihre Protagonisten, die erfolgreiche Higgs-Theorie sowie auch die Quantenmechanik, die als die am besten bestätigten Theorien gilt (siehe unten), doch zu Unrecht diskreditieren. Deshalb wird heute von Fachleuten die Notwendigkeit der Forderung nach Falsifizierbarkeit einer Theorie, zumindest im strikten Sinne, auch schon wieder in Frage gestellt.

Wenn man im Laufe der Zeit bei einer bereits vielfach bestätigten Theorie Bereiche findet, in denen sie widerlegt ist, wenn sie also belastet ist, dann muss man sie nicht gleich verwerfen, sondern kann sie immer noch in den unbelasteten Bereichen weiterverwenden oder so modifizieren, dass die Belastungen in den genannten Bereichen wegfallen, wie wir das ja schon im letzten Kapitel angedeutet hatten. Wenn allerdings die Belastungen überhand nehmen, dann sollte man die Theorie auch ganz über Bord werfen und sich eine neue ausdenken (wie es das Kleinkind mit seiner Schreitheorie tun musste). Die Qualität einer Theorie kann man über das Verhältnis aus Belastungen und Bestätigungen definieren. In diesem Sinne schneidet die Quantenmechanik als die beste aller Theorien ab, sie wird in unseren Halbleiterbauelementen permanent und überall bestätigt und wurde auch noch kein einziges Mal widerlegt. Ähnlich gut liegen die Relativitätstheorie und damit auch die relativistisch erweiterten Gleichungen der Kinematik und der Dynamik, die auch noch nie widerlegt, aber bisher nicht ganz so oft betätigt werden konnten wie die Aussagen der Quantenmechanik. Es ist schon interessant, in diesem Licht einmal die Physik mit der Esoterik zu vergleichen: Während eine physikalische Theorie von den Physikern bereits dann in Zweifel gezogen wird, wenn sie auch nur in einem einzigen Fall vermeintlich versagt hat, so wird eine esoterische Theorie bereits dann von den Esoterikern geglaubt, wenn sie nur in einem einzigen Fall vermeintlich zutreffend ist.

Wie oben schon angedeutet, sagen uns Theorien auch, wie verschiedene beobachtete Größen aufeinander einwirken und wie sich diese in Zeit und Raum weiterentwickeln, bzw. verbreiten. Wie wir so oft in der Philosophie und den Wissenschaften feststellen können, haben sich auch bereits die Alten Griechen Gedanken darüber gemacht, welche Arten des „Bewirkens“ oder welche Arten von Gründen es wohl für etwas geben könnte. Aristoteles (384-322 v. Chr.) formulierte die folgenden vier Wirkungsgründe („causa“ ist lateinisch und heißt Grund):

1. Causa Efficiens
2. Causa Materialis
3. Causa Formalis
4. Causa Finalis

Der erste Begriff ist in den wissenschaftlichen Theorien der wichtigste. Er bezeichnet die direkte, im Sinne von Ursächlichkeit gemeinte Beeinflussung. So, wie eben die Ausübung einer Kraft nach der Grundgleichung der Mechanik einen Körper, an dem diese Kraft wirkt, zur Änderung seiner Geschwindigkeit veranlasst. Auch wenn Kant und andere Philosophen von Kausalität sprachen oder sprechen, dann war und ist das auch meist in diesem Sinne gemeint.

In den Naturwissenschaften wird Causa Efficiens häufig lokal verstanden: In der Grundgleichung der Mechanik ist die Kraft gemeint, die an der Stelle des betrachteten Körpers ansetzt und dort und jetzt die Änderung der Geschwindigkeit bewirkt. Diese Lokalität bedeutet, dass

die Veränderungen der Größen an einem bestimmten Ort zu einer bestimmten Zeit für kleine Zeitintervalle und kleine räumliche Verschiebungen, man sagt auch „differenziell“, beschrieben werden. Das führt zu den sogenannten Differentialgleichungen oder zu Systemen von verkoppelten Differentialgleichungen, wie wir sie in Kapitel 4 im Zusammenhang mit der Beschreibung einer deterministischen Welt bereits erwähnt hatten. Die Grundgleichung der Mechanik ist bereits eine einfache Differentialgleichung, denn sie beschreibt die lokale infinitesimale Änderung der Geschwindigkeit pro Zeiteinheit auf Grund der Wirkung einer Kraft auf einen massebehafteten Körper ( $\Delta v/\Delta t = F/m$ ).

Die Begriffe Causa Materialis und Causa Formalis brauchen wir bei der Beschreibung wissenschaftlicher Theorien weniger. Gemeint sind damit Voraussetzungen, die man z.B. braucht, um ein Haus zu bauen: Man braucht Baumaterial (Causa Materialis) und man braucht einen Plan (Causa Formalis), erst dann kann man vermittels Causa Efficiens die physikalische Errichtung des Gebäudes veranlassen.

Den Begriff Causa Finalis kann man in zweifacher Weise verstehen. Einmal derart, dass man, um beim Beispiel des Hausbaus zu bleiben, ja ein Ziel vor Augen hatte, weswegen man das Haus planen und bauen wollte, nämlich die Absicht, darin schließlich einmal zu wohnen. So gesehen kann man sagen, dass das in der Zukunft liegende Ziel rückwirkend die Errichtung des Hauses verursacht habe. Aristoteles hat in dieser Zielgerichtetheit auch eine Hauptursache für alles Werden in der Welt gesehen. Bei dem Beispiel des Hausbaus kann man allerdings dagegen anführen, dass ja genau genommen nicht eine in der Zukunft liegende Tatsache, sondern die Vorstellung davon zur Errichtung des Hauses geführt hat, und diese Vorstellung liegt nicht in der Zukunft, sondern war ja schon vor dem Hausbau da. Auch wenn man bei dem vor-geplanten Bau eines Hauses vielleicht noch mit dem Begriff Causa Finalis operieren kann, so wehrt sich der gesunde Menschenverstand aber dagegen, eine rückwirkende Bewirkung auch im Bereich der vielfältigen anderen physikalischen Erscheinungen anzunehmen. Bei den Überlegungen zu einer deterministischen Welt hatten wir allerdings festgestellt, dass in der newtonschen, mechanistischen Variante (einer Uhrwerk-Welt) exakte Vorhersagen über beliebig lange Zeiträume in beide Zeitrichtungen möglich sind. Somit kann in einer derartigen Welt mit dem gleichen Recht von rückwärtigen Bewirkungen gesprochen werden wie von vorwärts gerichteten; die beiden Kausalbegriffe Finalis und Efficiens sind dann gleichbedeutend. Etwas Ähnliches findet man in der Mikrophysik bei gewissen quantenmechanischen Vorgängen, die nicht mehr in zeitlich nacheinander ablaufende Teilvorgänge zerlegt, sondern nur als zeitliche Ganzheiten betrachtet werden können (diese hatten wir in Kapitel 6.2.3 schon erwähnt). Innerhalb dieser, allerdings im Allgemeinen nur sehr kleinen zeitlichen Entitäten, lassen sich tatsächlich auch rückwärtige Bewirkungen beobachten [49]; man spricht dabei auch von zeitlichen Nichtlokalitäten (siehe dazu auch Kapitel 15.8). Im Allgemeinen müssen wir die beiden Kausalbegriffe aber als verschiedene Konzepte auffassen.

Wenn man die oben genannten lokal formulierten Differentialgleichungen für einen Anfangs- und Endzeitpunkt oder längs eines Weges im Raum löst (man sagt auch integriert), so kommt man in vielen Fällen zu einem Ergebnis, z.B. einer Formel, die dann doch in beide Richtungen verwendet werden kann. Sie erlaubt nicht nur vom Anfang auf das Ende zu schließen, sondern auch vom Ende auf den Anfang; d.h. sie erlaubt „vorherzusagen“, welche Anfangs- und Randbedingungen vorgelegen haben müssen, wenn am Ende eines Weges nach einer bestimmten Zeit ein bestimmtes Endergebnis vorliegt. Man kann also sagen, dass die differentielle Beschreibung von Erscheinungen der Natur (d.h. die Differentialgleichungen) mehr das Prinzip der Causa Efficiens verkörpern, während die integralen Beschreibungen (d.h. die Lösungen der Differentialgleichungen) auch eine finalistische Interpretation erlauben. Dass dies bei vielen Theorien so ist, liegt daran, dass sie ohne die Berücksichtigung thermischer und

auch ohne quantenmechanische Effekte als idealisierte Newton'sche Näherungen formuliert wurden und deshalb auch in ihrer mathematischen Darstellung im Sinne einer Newton'schen, mechanistisch-deterministischen Welt zeitsymmetrisch sind. Darauf hatten wir in Kapitel 6.2.2 bereits hingewiesen.

Die zweite Art des Verständnisses von Causa Finalis mündet in einer finalistischen, man sagt auch „teleologischen“ Interpretation von Naturgesetzen oder Theorien über die Natur. Hier ein Beispiel: Üblicherweise leitet man die Formeln über die Brechung des Lichts an der Wasseroberfläche anhand einer lokalen Beschreibung des Geschehens an der Grenze zwischen Wasser und Luft mit den Gesetzen der Optik her. Im Sinne einer finalistischen oder teleologischen Formulierung kann man aber auch fragen, welchen Weg das Licht gehen würde, wenn es in der kürzest möglichen Zeit von einem Punkt im Raum oberhalb zu einem Punkt unterhalb der Wasseroberfläche gelangen „möchte“. Beide Ansätze sind völlig verschieden, führen aber erstaunlicherweise zu exakt derselben Brechungsformel. Aber auch dieser Symmetrieeffekt ist mit der mechanistischen Basis der angewandten Gesetze der Optik zu erklären und daher eigentlich nicht verwunderlich.

Wenn man es mit Diskontinuitäten und Zufällen zu tun hat, wie wir sie in einer nichtdeterministischen Welt annehmen müssen, dann hilft man sich mit den Begriffen der Wahrscheinlichkeit, der Wahrscheinlichkeitsfunktion, der Dichtefunktion und, speziell in der Quantenmechanik, mit dem Begriff der Wellenfunktion, einer Abwandlung einer Dichtefunktion. In späteren Kapiteln werden wir diese Begriffe noch genauer definieren. Theorien machen dann Aussagen über diese Wahrscheinlichkeitsfunktionen, über Zusammenhänge zwischen ihnen oder zwischen Mittelwerten. Letztere nennt man auch Erwartungswerte. Damit machen sie Aussagen über abstrakte Entitäten und *nicht* mehr über die konkreten (z.B. physikalischen) Größen selbst. Dieses interessante Faktum und die sich daraus ergebenden Konsequenzen werden uns in späteren Kapiteln noch ausführlich beschäftigen.

In diesem Kapitel haben wir die an eine Theorie üblicherweise gestellten Forderungen der Ockham'schen Sparsamkeit oder Einfachheit sowie der Popper'schen Falsifizierbarkeit vorgestellt und diskutiert. Danach haben wir uns die vier klassischen Wirkprinzipien Causa Efficiens, Formalis, Materialis und Finalis angesehen und noch etwas mehr darüber gesprochen, was uns Theorien auch im Hinblick auf diese Wirkprinzipien eigentlich sagen. Im nächsten Kapitel wollen wir das Thema Theorien mit Überlegungen dazu abschließen, was wir zur Wahrheit und Exaktheit von Theorien sagen können.

### 8.3 Über die Wahrheit und Exaktheit von Theorien

Wir wollen uns hier die Frage stellen, inwieweit man bei einer empirischen Theorie von Wahrheit sprechen kann und unter welchen Bedingungen man eine von einer solchen Theorie gemachte Aussage als wahr bezeichnen kann. Wir müssen also zunächst einmal einen Wahrheitsbegriff finden, der auf empirische Theorien passt. Eine erste Antwort darauf hatten wir in Kapitel 8.1 bereits mit der Feststellung gegeben, dass man eine empirische Theorie so lange als wahr bezeichnen darf, als sie brauchbar ist. Welche anderen Wahrheitsbegriffe es noch gibt und was wir unter der Brauchbarkeit empirischer Theorien zu verstehen haben, darum soll es in diesem Kapitel gehen. Beginnen wir mit den Wahrheitsbegriffen.

In Kapitel 5.2 hatten wir bereits zwei Wahrheitsbegriffe unterschieden, die **empirische Wahrheit** und die **logische Wahrheit**. Bei empirischen Wahrheiten geht es um Aussagen über unsere Welt, über deren Wahrheit sich nur durch empirische Beobachtungen entscheiden lässt, wie etwa bei der Aussage *der Eimer ist leer*, deren Richtigkeit man nur durch Nachsehen entscheiden kann. Bei logischen Wahrheiten, dazu zählen auch die Aussagen der Mathematik, geht es

um wenn-dann-Aussagen, deren Richtigkeit oder Wahrheit allein durch Denken zu klären ist. Auf Experimente zur Bestätigung wird verzichtet, weil sie nicht nötig sind, und manchmal wären Experimente auch gar nicht möglich. Da die logischen Wahrheiten aber wichtige Grundlagen unseres menschlichen Denkens sind, hatten wir sie in Kapitel 5.2 auch als Denkgesetze bezeichnet. Wir hatten auch schon darüber gesprochen, dass bei logischen Wahrheiten die Aussage konsistent ist mit den Voraussetzungen, weshalb man auch von **Konsistenzwahrheiten** spricht. Und da das *Dann* in einer solchen wenn-dann-Aussage im *Wenn* bereits vollständig enthalten ist, kann man (siehe letztes Kapitel) bei Konsistenzwahrheiten auch in einem verallgemeinerten Sinne von Tautologien reden.

Der Begriff der Konsistenzwahrheit hilft uns bei empirischen Theorien aber nicht weiter. Unserem intuitiven Verständnis von empirischer Wahrheit kommt der Begriff der **Korrespondenzwahrheit** am nächsten. Eine Aussage über die Welt ist im Sinne der Korrespondenzwahrheit genau dann wahr, wenn sie mit einer „Tatsache“ in der Welt übereinstimmt. Dieser Wahrheitsbegriff setzt aber zweierlei voraus: Erstens, dass es in unserer Welt objektive, von unseren Beobachtungen unabhängige „Tatsachen“, d.h. absolut existierende Dinge mit objektiv vorhandenen Eigenschaften gibt, und zweitens, dass wir auch in der Lage sind, diese objektiv existierenden Eigenschaften oder Tatsachen festzustellen, um damit die gemachte Aussage zu vergleichen. Der Begriff der Korrespondenzwahrheit ließe sich also nur anwenden, wenn es *Dinge-an-sich* mit objektiv vorhandenen Eigenschaften gäbe und wenn wir auch in der Lage wären, letztere in Erfahrung zu bringen. In Kapitel 7 hatten wir aber bereits erkannt, dass wir nicht wissen können, ob es solche Dinge-an-sich überhaupt gibt und dass wir, wenn es sie geben sollte, sie aber niemals beobachten könnten. Bei Theorien über unsere immanente Welt können wir deshalb auch mit dem Begriff der Korrespondenzwahrheit nicht viel anfangen.

Dann gibt es noch den Begriff der **Konsenswahrheit**. Nach diesem Wahrheitsbegriff wird eine Aussage dann als wahr bezeichnet, wenn sie von vielen Meinungsträgern bestätigt wird. Dieser Wahrheitsbegriff hat schon einen sehr pragmatischen Charakter, ist aber in dieser Formulierung mehr im Bereich der Gesellschaften und der Politik zu Hause als anderswo. In menschlichen Gesellschaften, etwa in den Parlamenten demokratischer Staaten, ist der Konsens die übliche Methode der „Wahrheitsfindung“, wo sie sich auch sehr gut bewährt hat. Um Konsenswahrheit geht es letztlich auch in der von dem deutschen Philosophen Jürgen Habermas (geb. 1929) formulierten Diskurstheorie [50].

Konsens bedeutet Übereinstimmung und Bestätigung, und diese spielt auch in den empirischen Theorien eine Rolle. In Kapitel 8.1 hatten wir ja festgehalten, dass eine Theorie solange als brauchbar gelten kann, als sie sich in der Anwendung hinreichend bestätigt. Den Konsens liefern hier nicht Menschen, sondern verschiedene Anwendungen, in denen sich die Theorie als brauchbar erweist. Diese experimentelle Brauchbarkeitsbestätigung nennt man aber besser nicht Konsens, da mit diesem Wort in aller Regel menschliche Meinungen assoziiert werden. Bei Theorien spricht man deshalb besser von **pragmatischer Wahrheit**. Im pragmatischen Sinne ist eine Theorie so lange wahr, als sie sich in der Praxis als hinreichend brauchbar bestätigt. Das impliziert auch, wie wir ja schon in Kapitel 8.1 erkannt hatten, dass pragmatische Wahrheiten nicht unbedingt „ewig leben“. Etwas kann durchaus heute im pragmatischen Sinne als wahr gelten, in einigen Jahren aber bereits den Wahrheitsanspruch ganz oder teilweise verloren haben. Mit der pragmatischen Wahrheit haben wir also einen Wahrheitsbegriff gefunden, der sich für empirische Theorien eignet, oder besser gesagt, auf sie zugeschnitten ist.

Nun gibt es noch eine ganze Reihe anderer Wahrheitsbegriffe, die sich aber alle nicht als Kriterien für empirische Theorien eignen. Dazu zählen z.B. die **intrinsische**, die **autoritative**, die

*prozessuale*, die *personale* und die *produzierte* Wahrheit. Einzelheiten zu diesen Wahrheitsbegriffen finden sich in [25].

**Fazit:** Von den genannten Wahrheitsbegriffen lässt sich nur die pragmatische Wahrheit sinnvoll auf empirische Theorien anwenden. Wir können also eine empirische Theorie so lange als wahr bezeichnen, als sich die mit ihr vorhergesagten Wirkungen von Eingriffen in das Geschehen der Welt praktisch bestätigen, oder die mit ihr vorhergesagten Folgen von Ursachen in der Praxis auch beobachtbar eintreffen. Soweit zu den Wahrheitsbegriffen.

Nun stellt sich aber die wichtige Frage, was wir eigentlich damit meinen, wenn wir sagen, eine Theorie sei in dem Sinne brauchbar, dass die mit ihr vorhergesagte Wirkung sich „bestätigt“ habe oder die vorhergesagten Folgen „eingetroffen“ seien? Wie genau muss die beobachtete Wirkung mit der vorhergesagten übereinstimmen, damit wir sagen können, die Theorie habe sich im pragmatischen Sinne als wahr bestätigt? Die Antwort hängt zunächst einmal davon ab, welche Art von Aussagen die Theorie macht. Wenn es sich wie bei der Wettervorhersage im Wesentlichen um grobe Wahrscheinlichkeitsaussagen (oder Vermutungen) handelt, dann erwarten wir im Einzelfall auch keine große Übereinstimmung zwischen Vorhersage (oder dem vermuteten) und dem sich einstellenden Ergebnis. Wir sind dann schon zufrieden, wenn sich über viele Fälle gemittelt die Vorhersagen ganz grob bestätigen. Wahrscheinlichkeitsaussagen sind deswegen, aber auch grundsätzlich „fehlertolerant“, denn sie sind (wie in Kapitel 8.2 schon angedeutet und später noch gezeigt wird) in der Praxis nicht nur nicht vollständig beweisbar, sondern im Allgemeinen auch nicht einmal sicher widerlegbar. Man kann sie aber in jedem Fall über relative Häufigkeiten zumindest asymptotisch verifizieren.

Dann gibt es auch Theorien, die sehr einfache, man kann sagen binäre Aussagen der Art ja-nein, größer-kleiner, oben-unten, oder in Form von Ungleichungen machen, wie etwa der zweite Hauptsatz der Thermodynamik. Letzterer sagt aus, was in Kapitel 6.2.2 bereits dargelegt wurde, dass in einem abgeschlossenen System die Entropie  $S$  als Maß der Unordnung mit der Zeit stets größer wird; man schreibt das auch als Ungleichung in der Form  $\Delta S > 0$ . In welchem Maße die Entropie mit der Zeit steigen muss, sagt uns die Theorie nicht, und so können wir mit der Theorie so lange zufrieden sein, wie wir keinen Fall finden, in dem in einem abgeschlossenen System  $\Delta S < 0$  wäre.

Die meisten physikalischen Theorien sind aber als konkrete Gleichungen formuliert, wie etwa die Gesetze der Mechanik, bei denen wir auch eine recht genaue Übereinstimmung zwischen Vorhersage und Messergebnis erwarten. Meist kann diese hohe Erwartung aber gar nicht erfüllt werden, weil die Formeln der Physik in aller Regel nur Näherungen sind, die nur dann gelten, wenn bestimmte vereinfachende Bedingungen vorliegen. Wir hatten schon in den Kapiteln 6.2.2 und 8.2 darüber gesprochen, dass in diesen Formeln meist die thermodynamischen Effekte vernachlässigt sind. So gilt z.B. die schon oft zitierte Bewegungsgleichung *Kraft gleich Masse mal Beschleunigung* nur bei Körpern im absoluten Vakuum, das es aber nirgends gibt. Man kann zwar auch den Einfluss des Mediums in die Berechnung einbeziehen, muss dabei aber wieder etwas wissen oder Annahmen machen über die Temperatur- und Druckverteilungen, die Zähigkeit und eventuelle Eigenbewegungen des Mediums in dem betrachteten Volumen über der Zeit, in der das Experiment abläuft. Das wird dann schon ganz schön kompliziert und meist gelingt es auch nicht, alle wirksamen Störeinflüsse korrekt einzubeziehen. Um gewisse vereinfachende Annahmen kommt man niemals ganz herum. Und selbst wenn wir all das richtig berücksichtigt hätten, gibt es ja noch die in Kapitel 6.2.4 diskutierten Zweifel an der strikten Gültigkeit der Erhaltungssätze, die den Gleichungen der Mechanik unterliegen, und natürlich noch die Quantenmechanischen Unschärfen, die auch eine strikte Gültigkeit dieser Gesetze ausschließen. Dann gibt es auch noch die Theorien, die wir

Menschen über das Funktionieren unserer Gesellschaften und das Wirtschaftsleben entwickelt haben. Diese liefern wegen der vielfältigen Einflüsse nur wenig berechenbarer menschlicher Verhaltensweisen naturgemäß nur relativ unscharfe Aussagen.

Wir kommen also zu dem Schluss, dass wir in unserer Welt, außer einiger fehlertoleranter Gesetze, keine Theorien kennen, von denen wir sicher sagen könnten, sie würden exakt gelten. Das ist für die Praxis auch gar nicht erforderlich, denn Theorien brauchen wir ja nur, um unsere Welt soweit zu verstehen, dass wir sie in unserem Sinne beeinflussen können, und dabei kommt es meist nicht auf hohe oder höchste Genauigkeit an. Es hängt vom Einzelfall ab, welchen Exaktheitsgrad wir bei einer Theorie erwarten, um sie als noch brauchbar oder wahr bezeichnen zu können.

Fassen wir zusammen: Als wahr können (empirische) Theorien nur im Sinne der pragmatischen Wahrheit bezeichnet werden. Danach nennen wir eine Theorie wahr, wenn sie sich als Mittel zum Begreifen der Welt mit dem Zweck einer gezielten, willkürlichen Beeinflussung unserer Umwelt in unserem Sinne als hinreichend brauchbar erweist. Diesen pragmatischen Zweck erfüllen die von uns Menschen entwickelten, nur näherungsweise gültigen Theorien und Gesetze. Als Belege für eine deterministische Welt müssten wir aber Gesetze vorweisen können, die ganz exakt gültige Zusammenhänge zwischen physikalischen Größen beschreiben. Die uns bekannten Gesetze erfüllen in Summe diese Bedingung aber nicht.

## 8.4 Über die Absurdität einer deterministischen Welt

Nach den Ausführungen des letzten Kapitels liegt den empirischen Theorien unsere Vorstellung oder unser Glaube zugrunde, dass wir durch willkürliche, gezielte Eingriffe zumindest grob kalkulierbare, für uns wünschenswerte Veränderungen in der physikalischen und unserer gesellschaftlichen Umwelt bewirken könnten. Das ist aber nichts anderes als der Glaube an Handlungsfreiheit. Menschen wie auch Tiere entwickeln in ihren Nervensystemen (bewusst oder unbewusst) Theorien darüber, wie sie sich in ihrer Umwelt durch eigene Aktionen Vorteile verschaffen oder Nachteile vermeiden können (siehe [25] und [47]). Und damit unterliegen den Theorien in den Nervensystemen der irdischen Wesen die Hypothesen von Handlungsfreiheit, von willkürlicher Beeinflussbarkeit der Umwelt und damit die Hypothese einer nichtdeterministischen Welt mit einer offenen Zukunft. Während der Entwicklung unserer Welt hat sich in ihr selbst offenbar die Hypothese oder der Glaube daran verankert, dass sie ein nichtdeterministisches Gebilde sei, in dem es Handlungsspielräume gibt. Diese Hypothese war offensichtlich ein Vorteil und hat sich deshalb auch gehalten (siehe auch die *evolutionäre Erkenntnistheorie* [54] und [100]). Aus diesem weltinhärenten Glauben an eine nichtdeterministische, veränderbare Welt ist ihr offenbar auch die Experimentierfreude und Schöpfungskraft erwachsen, die die wunderbare Vielfalt der Erscheinungen hat werden lassen, die wir in unserer Welt heute bewundern. Wenn sich in der Welt die entgegengesetzte Hypothese verankert und verbreitet hätte, nämlich dass sie selbst nichts weiter sei, als eine deterministisch vorgeprogrammiert ablaufende Maschine, dann hätte ja keine Kreatur jemals Alternativen oder Entwicklungsmöglichkeiten gesehen oder sich eingebildet. Fatalismus hätte sich breit gemacht, denn jeder Aktivismus wäre ja nutzlos in einer Welt, in der man davon ausgehen muss, dass in jedem Fall doch alles so werden würde, wie es von Anfang an schon feststand. Wegen dieser allumfassenden fatalistischen Passivität hätte sich in der Welt nicht viel getan und sie wäre wesentlich unstrukturierter und ärmer geblieben, als sie es heute ist. Die von uns beobachtete Vielfältigkeit und Komplexität der Welt konnte also nur deshalb werden, weil die Welt selbst die Hypothese enthält, man kann auch sagen „von sich selbst glaubt“, ein nichtdeterministisches Gebilde zu sein. Der weltinhärente Glaube an Nichtdeterminiertheit und Handlungsfreiheit war damit notwendig, um unsere hochkomplexe Welt werden zu lassen.

Wenn die Welt dennoch ein deterministisches Gebilde wäre, dann hätte auch das Aufkommen des „Irrglaubens“ an eine nichtdeterministische Welt und an so etwas wie Freiheit auch schon von Anfang an festgestanden. Nun hatten wir aber gesehen, dass dieser Glaube als Voraussetzung dafür anzusehen ist, dass die Welt so komplex wurde, wie sie es heute ist. Das heißt also, dass, wenn unsere Welt doch deterministisch wäre, das Aufkommen eines Irrglaubens bzw. einer Täuschung über die Existenz von Freiheit notwendig war, um die Welt so komplex werden zu lassen, wie es von Anfang an feststand. Oder anders ausgedrückt: Wäre unsere Welt ein deterministisches Gebilde, dann hat sie sich zwangsläufig selbst täuschen müssen, um so werden zu können, wie sie werden sollte. Klingt das nicht höchst absurd?

Wie die Welt auch immer wirklich sein mag, *absurd deterministisch* oder *freiheitlich nichtdeterministisch*, sie zeigt sich uns jedenfalls als ein nichtdeterministisches Gebilde mit einer offenen Zukunft, in der Handlungsfreiheit keine Illusion sein sollte, wie wir das später noch ausführlich behandeln werden.

## Teil III: Von Zufall, Notwendigkeit und Freiheit

### 9. Von Notwendigkeiten und dem Zufall

Als notwendig bezeichnen wir etwas, das aus hinreichenden Gründen nur genau so sein kann oder werden konnte, wie es ist oder wurde. Aus den vorigen Kapiteln wissen wir schon, dass es zumindest in unserer physikalischen Welt eigentlich nichts gibt, von dem wir sicher sagen könnten, dass es zwingend und exakt genau so sein muss, wie es ist, oder genau so hat kommen müssen, wie es gekommen ist. Strikte Zusammenhänge kennen wir nur von den in Kapitel 5.2 behandelten logischen Denkgesetzen. In dem Teil der mathematischen Logik, die sich mit den Modalbegriffen *möglich*, *notwendig* und *kontingent* beschäftigt, wird für den Begriff der Notwendigkeit eine etwas andere Definition verwendet. Nach Leibniz ist hier als notwendig wahr zu verstehen, was in allen möglichen Welten wahr ist. Dabei ist allerdings nicht klar, was man unter einer möglichen Welt verstehen soll. Nach Ansicht des Autors ist deshalb diese Definition auch nicht sehr hilfreich. Wir dürfen uns also auf unsere Welt und unser Denken zurückziehen und alles das als notwendig bezeichnen, was wir nach unserem logischen Denken als unbezweifelbar richtig ansehen.

Den Begriff der Notwendigkeit wollen wir aber dennoch in einem gemäßigten Sinne auch auf die Ereignisse anwenden, die wir mit den uns bekannten Naturgesetzen und Theorien beschreiben, auch wenn diese meist nur näherungsweise gelten. Bei diesen wollen wir im Folgenden von naturgesetzlichen Notwendigkeiten sprechen. Auch Jacques Monod hat in seinem Buch *Zufall und Notwendigkeit* [72] von 1970 Notwendigkeit im Sinne der in der Natur von uns beobachteten Gesetze verstanden.

Soweit zur Notwendigkeit. Mit zufällig bezeichnen wir hingegen etwas, von dem wir nicht wissen, warum es genau so ist oder werden konnte, wie es ist oder wurde. In vielen Fällen gehen wir davon aus, dass es zwar hinreichende Gründe für das betreffende Faktum oder Ereignis gibt, wir diese aber nicht kennen, oder für die gerade angestellte Überlegung auch nicht benötigen. Diese Art *uneigentlichen* Zufalls nennt man auch *relativen*, *subjektiven* oder *epistemischen* Zufall. Ein Beispiel ist die statistische Auswertung von Wahlergebnissen. Dabei wird jede abgegebene Stimme wie ein wirklich zufälliges Ereignis behandelt, obwohl man natürlich weiß, dass jeder Wähler seine triftigen Gründe hatte, einer bestimmten Partei seine Stimme zu geben, Gründe, die aber für die betreffende Auswertung uninteressant sind.

Im Gegensatz zu dem uneigentlichen, relativen Zufall sprechen wir von *absolutem*, *echtem* oder *ontischem* Zufall, wenn es prinzipiell keine Möglichkeit gibt, für ein Faktum oder ein Ereignis in dieser immanenten Welt hinreichende Gründe zu finden. Wenn es sich um ein nicht erklärliches zeitliches, also *spontanes* Ereignis handelt, dann kann man von dynamischem oder von wiederholbarem Zufall sprechen, und wenn es sich um ein (feststehendes) Faktum handelt, für das wir keine Erklärung finden können, dann können wir von statischem oder Einmalzufall sprechen. Beispiele für den statischen Zufall sind Naturgesetze, die wir nicht mehr auf andere zurückführen können, für die sich also in dieser Welt keine Erklärung finden lässt, oder die Werte der fundamentalen Naturkonstanten, für deren Zahlenwerte wir auch in dieser Welt keine Erklärung finden. Ein (echter) dynamischer Zufall ist etwa der bereits erwähnte Zerfall eines radioaktiven Atoms, für dessen individuellen Zerfallszeitpunkt es in dieser Welt keine Begründung gibt, weswegen man diesen auch nicht vorhersagen kann. Das gelingt nur bei größeren Ensembles. Bei diesen weiß man, dass nach Ablauf der Halbwertszeit die Hälfte und nach der doppelten Halbwertszeit drei Viertel des Materials zerfallen sein wird, und dies gilt umso genauer, je größer das Ensemble ist. Ein anderes Beispiel ist die individuelle Entscheidung einer in der Nähe einer Lichtquelle abgesetzten Fruchtfliege, entweder zum

Licht hin oder vom Licht weg zu krabbeln. Bei einer einzelnen Fliege hat man keine Möglichkeit vorherzusagen, für welche Richtung sie sich entscheiden wird, bei einer größeren Gruppe zeigt sich aber, dass sich immer etwa 70% zum Licht und 30% vom Licht wegbewegen. Wie der Biologe Björn Brembs in [47] und [51] beschrieben hat, ergeben sich exakt dieselben Verhältnisse (70:30) auch bei jedem Folgeversuch, bei dem jeweils nur *die* Fliegen vom Vorversuch hergenommen werden, die sich bei diesem zum Licht hinbewegt hatten. Und dasselbe ergibt sich, wenn man bei den Folgeversuchen nur die hernimmt, die sich beim Vorversuch vom Licht wegbewegt hatten. Das belegt eindeutig, dass die einzelne Fliege nicht vorprogrammiert reagiert, sondern jedes Mal nach dem Prinzip des absoluten Zufalls spontan entscheidet.

In der Bezeichnung *absoluter* Zufall wird das Attribut absolut nur zur Abgrenzung vom relativen Zufall verwendet und soll *nicht* bedeuten, dass bei einem absolut zufälligen Ereignis die anstehenden Alternativen gleichhäufig vorkommen müssten (was manchmal behauptet wird). Bei der Fruchtfliege haben wir ja gesehen, dass die beiden Alternativen von ihr zwar absolut zufällig aber nicht gleich häufig, sondern im Verhältnis 70:30 gewählt werden.

Wie sieht es nun mit dem Zufall in den deterministischen Welten aus, die wir in den ersten Kapiteln dieses Buches beschrieben haben? In einer statisch und dynamisch deterministischen Welt gibt es keinen ontischen, sondern nur den uneigentlichen, relativen oder subjektiven Zufall. In Kapitel 4 hatten wir dann als am ehesten vertretbare Determinismusvariante den gemäßigten Determinismus besprochen, den vermutlich bereits Descartes im Auge hatte. In einer solchen Welt gibt es keinen dynamischen Zufall, alles Geschehen ist exakt kausal auf Vergangenes zurückzuführen. Dagegen werden die Naturgesetze als nicht vollständig innerweltlich erklärbar angesehen, sie sind deshalb als statischer Zufall zu werten. Dasselbe gilt für die Anfangsbedingungen, die ebenfalls aus der Welt heraus unerklärlich sind und beim Weltanfang vielleicht (im Sinne einer deistischen Weltauffassung) von einem göttlichen Wesen von außen gesetzt wurden. In einer gemäßigt deterministischen Welt gibt es also lediglich den statischen Zufall, der für das Sosein der Naturgesetze und die Anfangsbedingungen verantwortlich ist, über die von Anfang an festgelegt wurde, wie alles werden sollte.

Den dynamischen Zufall gibt es in Form von Spontaneität nur in einer (dynamisch) nichtdeterministischen Welt, als welche wir unsere immanente Welt nach heutigem Wissen einschätzen müssen. Diese Spontaneität einerseits und die naturgesetzlichen, rationalen Notwendigkeiten andererseits bilden zusammen ein Paar von Wirk- oder Schöpfungsprinzipien, das nach heutiger Auffassung in unserer Welt alles hat werden lassen, was es gibt (diese Auffassung wird nicht von den eingefleischten Deterministen getragen, die man immer noch vor allem unter den Philosophen, aber erstaunlicherweise auch unter Naturwissenschaftlern findet). Und zwar geschieht das immer auf dem Wege, der in Kapitel 7 bereits angedeutet wurde: Vor einer Wechselwirkung bestimmen die Randbedingungen das Spektrum der möglichen Ereignisse, aus dem bei der Wechselwirkung dann per Zufall eine Möglichkeit ausgewählt und zum Faktum wird. So kann z.B. bei einer mikrophysikalischen Wechselwirkung unter Umständen ein bestimmtes Elementarteilchen entstehen. Dieses Faktum, hier das entstandene Elementarteilchen, wird dann zum Bestandteil der bei folgenden Wechselwirkungen wirksamen Randbedingungen und muss sich bei diesen aber auch selbst der bestehenden Umwelt und den naturgesetzlichen Notwendigkeiten stellen. Dabei kann das Faktum überleben oder auch seine Existenz wieder verlieren. So kann ein soeben entstandenes Elementarteilchen sich in der bestehenden Umwelt entweder als stabil erweisen und länger überleben oder über kurz oder lang wieder zerfallen, wobei es Energie und Impuls an etwas anderes, z.B. an Strahlungsquanten abgibt. So gibt es subatomare Teilchen, wie die Mesonen, die in unserer heutigen Welt nur winzigste Bruchteile einer Sekunde überleben können, während man den Protonen eine Lebensdauer von mindestens  $10^{33}$  Jahren zuschreibt.

Bei dem auf diese Weise wirkenden Paar von Prinzipien hat Monod, wie oben schon erwähnt, von *Zufall und Notwendigkeit* gesprochen, man kann aber auch von *Spontaneität und Rationalität*, oder von *Freiheit und Rationalität* sprechen, wie dies der Autor in [25] getan hat, wobei hier Freiheit im Sinne der Kant'schen absoluten Spontaneität (siehe Kapitel 13) zu verstehen ist. Ähnliches bedeuten auch die von dem Philosophen Friedrich Schelling (1775-1854) formulierten Begriffe des *Dionysischen* und des *Apollinischen*. Das Dionysische steht für einen, alle Formen sprengenden, Schöpfungsdrang, bedeutet also so etwas wie ungerichtete Spontaneität, während das Apollinische für Form und Ordnung steht und damit vergleichbar ist mit dem Begriff der naturgesetzlichen Notwendigkeit (siehe [61]). Bereits im Mittelalter haben Theologen und Philosophen von zwei zu unterscheidenden, sich aber auch ergänzenden Mächten Gottes gesprochen, der *potencia dei absoluta* und der *potencia dei ordinata*, die man auch als *freie Schöpfungsmacht* und als *Ordnungsmacht* interpretieren kann (siehe z.B. [63]).

Erwähnenswert ist hier noch die *theistische* Weltauffassung, bei der angenommen wird, dass ein transzendentes göttliches Wesen nicht nur, gemäß der deistischen Auffassung, die Anfangsbedingungen und die Naturgesetze festgelegt hat, sondern auch noch während des Weltlaufs immer wieder von außen steuernd und korrigierend eingreift. Diese Auffassung wird von vielen Religionen vertreten. Sie war bis weit in die Neuzeit hinein ein unverrückbarer Pfeiler des christlich-abendländischen Weltverständnisses und ist auch heute noch im christlichen Denken stark verankert. Viele aufgeklärte Abendländer, unter anderen auch und vielleicht sogar besonders diejenigen, die von der (quantenmechanisch begründeten) Nichtdeterminiertheit unserer Welt überzeugt sind, lehnen heute diesen Glauben strikt ab. Doch warum eigentlich? In einer im dynamischen Sinne nichtdeterministischen Welt stößt man immer wieder auf Erscheinungen oder spontane Ereignisse, die sich aus der Welt heraus nicht hinreichend erklären lassen und man sie deshalb dem echten (dynamischen) Zufall zuschreiben muss. Was sollte uns nun eigentlich darin hindern, diese Erscheinungen auf das Wirken einer externen, transzendenten Instanz zurückzuführen, von der wir aber nicht erfahren können, warum sie in der beobachteten Weise in die Welt einwirkt? Es ist nämlich völlig gleichgültig, ob wir diese Erscheinungen *expressis verbis* dem Zufall oder einer solchen externen Instanz zuschreiben, denn in beiden Fällen erscheint uns das betreffende Ereignis als zufällig im absoluten Sinne. Die theistische Weltauffassung ist auch die Grundlage der Vorstellungen der Vertreter des *Intelligent Design* und der *Kreationisten*. Deren Vorstellungen sind in ihrem Kern also gar nicht weit vom Mainstream des Denkens heutiger Wissenschaftler entfernt. Eine Aussöhnung zwischen beiden verfeindeten Lagern könnte also eigentlich möglich sein; dazu müssten aber die Kreationisten zunächst ihre absurde wortwörtliche Auslegung biblischer Texte aufgeben. Als Fazit können wir festhalten, dass wir eine theistische Weltauffassung durchaus vertreten dürfen. Was wir aber nicht dürfen, ist zu glauben, wir könnten Gottes Beweggründe für sein Einwirken in Erfahrung bringen, mit diesem Wissen sein künftiges Einwirken vorhersagen und damit schließlich den dynamischen Zufall und die Spontaneität in der Welt aufheben.

Wir werden in den folgenden Kapiteln zeigen, dass es den ontischen Zufall in unserer Welt tatsächlich gibt und dass dieser im Sinne des Monod'schen Zusammenspiels von Zufall und Notwendigkeit alles werden lässt, was es in der Welt gibt. In diesem Zusammenhang ist auch ein Büchlein von Georg Brunold erwähnenswert (siehe [96]), in dem sogar von der Notwendigkeit des Zufalls gesprochen wird.

## 10. Von Möglichkeiten und Wahrscheinlichkeiten

*In den vorigen Kapiteln hatten wir schon öfter über den Begriff der Möglichkeit gesprochen und festgehalten, dass wir jede Beobachtung und jede Wechselwirkung in der Natur immer*

als einen Übergang vom Möglichen zum Faktischen verstehen können. Und da wir nur das Faktische in der Immanenz vorfinden, müssen wir das (vorher) Mögliche in die Transzendenz verweisen. Mit etwas Möglichem hatten wir ein Ereignis oder Ergebnis gemeint, das sich bei einer Wechselwirkung ergeben könnte, und das nicht bereits a priori sicher ausgeschlossen werden kann. Auch in der Modallogik wird der Begriff der Möglichkeit in diesem Sinne verstanden. Oft wird etwas Nichtsicheres in der Modallogik und den Wissenschaften auch als kontingent bezeichnet. Kontingent ist ein Ereignis X, wenn es möglich ist, dass X zutrifft, und möglich ist, dass X nicht zutrifft. Kontingenz ist damit eine offene Möglichkeit, die nicht nur das mögliche Zutreffen, sondern auch das mögliche Nichtzutreffen umfasst. Wenn wir vom Übergang vom Möglichen zum Faktischen sprechen, dann verstehen wir das Mögliche auch im Sinne dieser offenen Möglichkeit und können deshalb auch von einem Übergang *von Kontingenten zum Faktischen* reden. Für ein mögliches X entspricht dieser Übergang mathematisch einer Negation der Kontingenz. Diese liefert nach den Regeln der Modallogik die Aussage, dass X notwendigerweise zutrifft *oder* X notwendigerweise nicht zutrifft. So kann auch die Auswahl aus vielen kontingenten Möglichkeiten zu einem einzigen Faktum logisch über eine Reihe von Negationen von Kontingentem interpretiert werden.

Den Grad der Möglichkeit, der Nichtausgeschlossenheit oder der Kontingenz von etwas beschreibt man mit einer diesem Etwas zugeordneten Auftretens-Wahrscheinlichkeit. Wie etwas Mögliches, so ist dann auch diese ihm zugeordnete Wahrscheinlichkeit in der Transzendenz anzusiedeln. Darauf werden wir weiter unten noch zurückkommen.

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist also ein Maß für die Chance, dass bei einem Experiment mit zufälligem Ausgang dieses Ereignis eintritt. Beim wohl bekanntesten Experiment mit zufälligem Ausgang, dem Würfeln, gibt es die sechs sogenannten Elementarereignisse „es fällt eine 1“, „es fällt eine 2“, „es fällt eine 3“, „es fällt eine 4“, „es fällt eine 5“ und „es fällt eine 6“, vereinfacht darstellbar als  $\{1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{3\}$ ,  $\{4\}$ ,  $\{5\}$  und  $\{6\}$ . Die Chance oder die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim Würfeln mit einem idealen Würfel eines dieser Ereignisse eintritt, wird für alle sechs Ziffern gleich  $1/6$  angenommen. Das heißt, dass z.B. die Antwort auf die Frage, wie groß die Wahrscheinlichkeit für das Fallen einer Vier ist,  $1/6$  lautet, oder in Kurzform  $P(\{4\}) = 1/6$ . Der Buchstabe P steht dabei für Probability, dem englischen Wort für Wahrscheinlichkeit. Außer den Fragen nach der Auftretenswahrscheinlichkeit dieser „Elementarereignisse“ kann man aber auch noch andere Fragen an den Ausgang eines Würfelexperimentes stellen, z.B. die Frage nach der Chance, dass eine gerade Zahl fällt. Die konkrete Frage wäre dann: „Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass entweder eine 2 oder eine 4 oder eine 6 fällt?“ Das Ereignis, nach dessen Wahrscheinlichkeit hier gefragt wird, ist dann die disjunktive Zusammenfassung der drei Elementarereignisse  $\{2\}$ ,  $\{4\}$  und  $\{6\}$  zu dem Ereignis  $E = \{2, 4, 6\}$  (die Kommata zwischen den Ziffern lese man als „oder“) und die Antwort ist  $P(E) = P(\{2, 4, 6\}) = 1/2$ . Eine andere mögliche Frage wäre die nach der Chance, dass eine Zahl kleiner als 3 fällt, in Kurzform  $E = \{1, 2\}$ , und die Antwort wäre  $1/3$ . Dann gibt es noch eher pathologische Fragen, wie die nach der Chance, dass nichts passiert, hier wäre das Ereignis E die leere Menge  $\Phi$  und dessen Auftretenswahrscheinlichkeit ist natürlich Null, also  $P(\Phi) = 0$ . Oder die Frage nach der Chance, dass eine beliebige Zahl fällt, hier wäre das Ereignis die Menge aller möglichen Einzelergebnisse  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , man nennt diese Menge auch den Stichprobenraum  $\Omega$ , und die zugehörige Wahrscheinlichkeit ist natürlich Eins, also  $P(\Omega) = 1$ , denn eine der Zahlen wird ja ganz sicher fallen. Wie man sieht, ist jedes mögliche Ereignis eine Teilmenge des Stichprobenraumes, und damit entspricht der Raum der betrachteten Ereignisse (Ereignisraum A) maximal der Menge aller Teilmengen von  $\Omega$ , die man auch Potenzmenge von  $\Omega$  nennt (oft als  $\Omega!$  geschrieben). Das Wahrscheinlichkeitsmaß P ordnet nun jedem Ereignis, d.h. jedem Element E aus der Menge  $\Omega!$  einen

bestimmten Wahrscheinlichkeitswert zu, der immer zwischen 0 und 1 liegt. Man nennt  $P$  auch ein normiertes Maß.

Mit diesen Überlegungen kommen wir zum Begriff des Wahrscheinlichkeitsraumes, der von den Mathematikern in der Wahrscheinlichkeitstheorie verwendet wird. Ein Wahrscheinlichkeitsraum ist nichts weiter als die Zusammenfassung der oben bereits definierten Größen von Stichprobenraum  $\Omega$ , dem Ereignisraum  $A$  (in der Regel die Potenzmenge  $\Omega!$ ) und dem Wahrscheinlichkeitsmaß  $P$  zu dem Tripel  $(\Omega, A, P)$ .  $A$  muss dabei nicht unbedingt immer die Potenzmenge von  $\Omega$  sein; es gibt auch andere Fälle, die uns hier aber nicht interessieren brauchen. Die Konstruktion des Wahrscheinlichkeitsmaßes  $P$  hängt vom Typ des Wahrscheinlichkeitsraumes ab. Der Wahrscheinlichkeitsraum beim Würfeln ist vom Laplace'schen Typ. Bei diesen Wahrscheinlichkeitsräumen ergibt sich die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses  $E$  immer als Quotient der Anzahlen der Elemente der Ereignismenge  $E$  und der des Stichprobenraumes  $\Omega$ . Als spezielles Ergebnis folgt daraus, dass in einem Laplace'schen Wahrscheinlichkeitsraum die Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse alle gleich sind.

Die Konstruktion des Wahrscheinlichkeitsmaßes muss sich an dem praktischen Problem orientieren, das mit diesem Wahrscheinlichkeitsraum beschrieben werden soll. Die Wahl eines Laplace'schen Wahrscheinlichkeitsraumes für das Würfelspiel mit der Folge, dass über das Maß  $P$  jedem Elementarereignis dieselbe Wahrscheinlichkeit von  $1/6$  zugeschrieben wird, ist unter der Annahme eines idealen Würfels vernünftig und intuitiv einleuchtend, ist aber dennoch eine apriorische Vorgabe, die nicht direkt aus der Empirie folgt. In der Wahrscheinlichkeitstheorie geht man so vor, dass man mit Hilfe der Kenntnisse um die empirische Situation und der Intuition ein Wahrscheinlichkeitsmaß postuliert und dann experimentell prüft, ob sich dieses bei vielen Versuchen zumindest asymptotisch bestätigt. Beim Würfeln heißt das, man würfelt über einen längeren Zeitraum und notiert alle gefallenen Zahlen. Wenn sich dann die relativen Häufigkeiten, das sind die Anzahlen der verschiedenen gefallenen Ziffern eins bis sechs dividiert durch die Gesamtzahl der Würfe mit der Zeit immer mehr den durch das Wahrscheinlichkeitsmaß vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse nähern (beim Würfeln war das die Zahl  $1/6$  für alle Ziffern 1 bis 6), dann kann man davon ausgehen, dass die Wahl des Maßes offenbar richtig war. Man sagt auch, dass die relativen Häufigkeiten gegen die Wahrscheinlichkeiten konvergieren. Trifft das nicht zu, dann ist der Würfel nicht ideal; man könnte aber auch sagen, das gewählte Laplace'sche Wahrscheinlichkeitsmaß passe nicht zum Würfel.

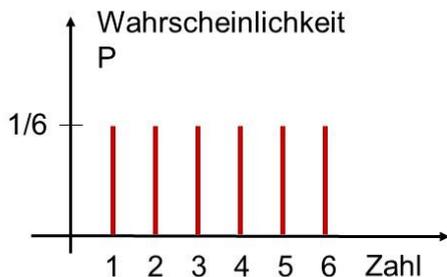
Hier wird auch das in früheren Kapiteln bereits angesprochene Problem mit Wahrscheinlichkeiten wieder deutlich: Man kann Wahrscheinlichkeiten in unserer immanenten Welt nie wirklich bestätigen oder nachweisen, da man dazu unendlich viele Beobachtungen anstellen (oder Experimente machen) müsste. Wahrscheinlichkeiten sind also, wie oben schon gesagt, nicht von dieser Welt, weshalb wir sie in der Transzendenz ansiedeln müssen. Nur relative Häufigkeiten kann man messen, sie liegen im Immanenten. Da aber relative Häufigkeiten im Grenzfall unendlich vieler Beobachtungen in Wahrscheinlichkeiten übergehen (gegen diese konvergieren), kann man sich den Wahrscheinlichkeiten aus der Immanenz heraus aber doch offensichtlich beliebig gut annähern. Man kann also sagen, dass Wahrscheinlichkeiten zwar in der Transzendenz liegen, dort aber genau an der Grenze zur Immanenz angesiedelt sind.

Die Geschwindigkeit, mit der sich die relativen Häufigkeiten den Wahrscheinlichkeiten annähern, man spricht auch von der Konvergenzgeschwindigkeit, lässt sich auch berechnen, darauf soll aber hier nicht näher eingegangen werden. Wie schon in früheren Kapiteln angesprochen und später noch näher erläutert wird, macht die Quantenmechanik im Wesentlichen Wahrscheinlichkeitsaussagen. In den Bereichen unserer Welt, in denen diese Theorie sich perma-

nent auswirkt, wie etwa in der Mikroelektronik, ist die Anzahl der Einzelfälle, die bei einer Wechselwirkung zum Tragen kommen im Allgemeinen bereits so groß, dass die in den Wechselwirkungen realisierten relativen Häufigkeiten den Wahrscheinlichkeiten schon sehr nahekommen und damit die Wahrscheinlichkeiten sehr gut asymptotisch verifiziert werden. Deswegen gilt die Quantenmechanik, trotz des grundsätzlichen Verifizierbarkeitsproblems von Wahrscheinlichkeiten, als die am besten bestätigte physikalische Theorie.

## 11. Von Verteilungsfunktionen und Zufallsvariablen

Die Darstellung der Wahrscheinlichkeiten für alle Elementarereignisse eines Wahrscheinlichkeitsraumes nennt man Verteilungsfunktion oder kurz Verteilung. Abbildung 11.-1 zeigt die (simple) Verteilung der möglichen Werte beim Würfeln.

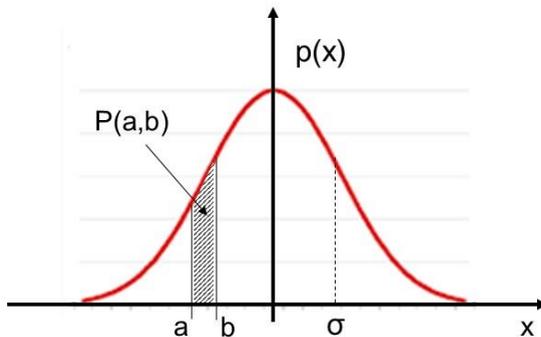


**Abbildung 11.-1:** Verteilungsfunktion beim Würfeln

Nun gibt es aber auch zufällige Ereignisse, bei denen nicht nur endlich viele verschiedene Ergebnisse möglich sind, sondern ein ganzes Kontinuum von Werten. Ein typisches und wichtiges Beispiel ist die thermische Rauschspannung, die man mit einem Voltmeter oder Oszillographen an einem ohmschen Widerstand messen kann. Beim thermischen Rauschen sind zu jedem Messzeitpunkt prinzipiell alle Spannungswerte in Volt zwischen  $-\infty$  und  $+\infty$  (das Zeichen  $\infty$  steht für unendlich) möglich, wobei aber die im Betrag kleinen und sehr kleinen Werte sehr viel häufiger vorkommen als die großen (in der Praxis kommen natürlich die Werte  $-\infty$  und  $+\infty$  gar nicht vor). Wir haben es hier im Gegensatz zum Würfelexperiment mit einem Kontinuum von überabzählbar vielen Elementarereignissen zu tun, und wegen des ungleich häufigen Auftretens derselben ist der zugrundeliegende Wahrscheinlichkeitsraum auch nicht mehr vom laplaceschen Typ. Die Wahrscheinlichkeit eines einzelnen Elementarereignisses kann man bei einem kontinuierlichen Wertebereich nicht angeben, da diese für jeden singulären Wert im Allgemeinen verschwindend klein ist. Eine Verteilung, wie wir sie beim Würfeln definieren konnten, gibt es deshalb hier nicht. Von Null verschiedene Wahrscheinlichkeiten kann man aber immer für Wertebereiche oder -abschnitte angeben, deren Breiten größer als Null sind. Man verwendet deshalb sogenannte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen  $p(x)$ , auch Verteilungsdichtefunktionen oder kurz Dichtefunktionen genannt. Eine Dichtefunktion ist so definiert, dass die Wahrscheinlichkeit  $P(a,b)$  für das Auftreten irgendeines beliebigen Messwerte zwischen  $a$  und  $b$  der Fläche unter der Dichtefunktion  $p(x)$  zwischen diesen beiden Werten  $a$  und  $b$  entspricht.

In Abbildung 11.-2 ist dies für den Fall des thermischen Rauschens dargestellt. Beim thermischen Rauschen ist die Dichtefunktion die gaußsche Normalverteilung oder kurz Gaußverteilung genannt. Mathematisch ist sie von der in Abbildung 11.-1 angegebenen Form. Darin bedeuten  $\exp$  die Exponentialfunktion,  $x$  steht für einen Wert der Rauschspannung,  $\sigma$  ist die Standardabweichung, ihr Quadrat wird auch quadratischer Mittelwert genannt, und  $k$  ist eine Konstante. Der Mittelwert oder Erwartungswert ist Null. Verteilungen mit nichtverschwin-

dendem Mittelwert sind entsprechend auf der x-Achse verschoben. Die gesamte Fläche unter der Dichtefunktion entspricht der Wahrscheinlichkeit des gesamten Stichprobenraumes und ist damit gleich Eins (damit das zutrifft, muss  $k = (2\pi\sigma^2)^{-1/2}$  sein). Man kann die Dichtefunktion anschaulich auch so deuten, dass sie für jeden Wert x angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit Werte in der engen Nachbarschaft von x angenommen werden.



**Abbildung 11.-2:**

Gaußverteilung mit Mittelwert 0:  
 $p(x) = k \cdot \exp[-x^2/(2\sigma^2)]$

In unserer Welt ist es nun oft so, dass sich zufällig verhaltende Größen nicht direkt dem Zufall unterliegen, sondern sich zufällig zeigen, weil sie von einer anderen Zufallsquelle auf genau beschreibbare, also deterministische Weise beeinflusst sind. Sie haben den Zufall sozusagen auf kausale Weise geerbt. Das trifft auch für das gerade besprochene thermische Rauschen zu, denn der zu einem bestimmten Zeitpunkt auftretende Spannungswert ist nicht aus sich heraus zufällig. Der zufällige Charakter ist u.a. auch eine Folge der Unschärferelation (siehe Kapitel 15.6.2), die bei den Stößen der Atome und Elektronen im Widerstandsmaterial immer wieder wirksam wird, und sich durch Überlagerung vieler solcher Ereignisse (deren Rate mit steigender Temperatur zunimmt) an den Enden des Widerstandes als Rauschspannung bemerkbar macht (zum Teil lassen sich diese Wärmebewegungen vermutlich auch kausal erklären, aber sicher nicht ganz). Solche kausalen Transformationen nennt man auch *Zufallsvariable*. Mathematisch handelt es sich bei einer Zufallsvariablen um eine Abbildung, die den Stichprobenraum  $\Omega$  des verursachenden Wahrscheinlichkeitsraumes in eine andere Menge  $\Omega_1$  transformiert oder auf diese abbildet und damit auch aus dem verursachenden Wahrscheinlichkeitsraum einen von diesem abhängigen erzeugt. Einen einzelnen bei einer Messung aufgetretenen Wert nennt man auch eine Realisation dieser Zufallsvariablen. In der Praxis wird der Begriff Zufallsvariable nicht nur für die Transformationsvorschrift, sondern auch für die Ergebnisgröße der Transformation verwendet, und der Einfachheit halber spricht man auch bei allen sich zufällig verhaltenden Größen von Zufallsvariablen, unabhängig davon, ob es sich um den verursachenden oder den erzeugten Wahrscheinlichkeitsraum handelt. Ist also z.B. x eine (erzeugende) Zufallsvariable und y eine über die Transformationsvorschrift f aus x erzeugte zweite Zufallsvariable, dann schreibt man das in der Form  $y=f(x)$ . Oft interessieren nur Erwartungswerte von Zufallsvariablen, mathematisch ergibt sich der Erwartungswert von y als das bestimmte Integral  $E\{y\} = \int f(x)p(x)dx$  über dem ganzen Definitionsbereich von x.

Beim thermischen Rauschen ist der ursprüngliche, erzeugende Wahrscheinlichkeitsraum derjenige, der das Verhalten eines einzelnen Teilchens im Kristallverband beschreibt.  $\Omega$  entspricht dabei einem Bereich winziger möglicher elektrischer Spannungen und damit einem winzig kleinen Abschnitt auf der Achse der reellen Zahlen nahe dem Wert Null. Und die Transformation oder Abbildung besteht aus der Überlagerung sehr, sehr vieler solcher Einzelereignisse im Kristallgitter des Widerstandes. Unabhängig davon, wie die Dichtefunktion beim Einzelereignis aussieht, entsteht nach dem zentralen Grenzwertsatz [77] durch die Überlagerung von sehr vielen (im Grenzfall unendlich vielen) voneinander unabhängigen Einzeler-

eignissen des verursachenden Wahrscheinlichkeitsraumes immer eine Gaußverteilung, mit einem Stichprobenraum, der die ganze reelle Zahlengerade umfasst.

Das thermische Rauschen zeigt damit sehr schön, wie sich quantenmechanische Unschärfen direkt im Mesokosmos bemerkbar machen können. Es gibt viele Philosophen und Wissenschaftler, die den Inteterminismus der Quantenmechanik zwar nicht leugnen, die aber behaupten, dieser würde sich auf dem Wege vom Mikro- zum Mesokosmos herausmitteln, sodass man die Welt oberhalb des Mikrokosmos wieder als deterministisch auffassen dürfe. Dass diese Ansicht falsch ist, zeigt uns bereits das allgegenwärtige thermische Rauschen, das jeder Mensch schon gehört hat, wenn sein analog-Radio neben einen Sender eingestellt war, oder als Schnee auf dem Bildschirm eines analogen Fernsehempfängers auch schon gesehen hat, wenn der Sender ausgefallen war.

Die vielverbreitete Meinung, quantenmechanische Unschärfen würden sich auf dem Wege in den Mesokosmos herausmitteln, rührt vielleicht auch daher, dass bei der Abschätzung von Mittelwerten und Standardabweichungen aus vielen (unabhängigen) Realisationen tatsächlich die Streuungen geringer werden. So kommt man zu einem Schätzwert des Mittelwertes, indem man viele Realisationen aufaddiert und die Summe durch die Anzahl dividiert, und zu einem Schätzwert des quadratischen Mittelwertes, indem man die quadrierten Werte aufaddiert und das Ergebnis durch die Anzahl der Realisationen dividiert. Die Streuung dieser Schätzwerte wird in der Tat mit steigender Anzahl verwendeter Realisationen immer kleiner, wird aber auch nie Null. Das heißt, dass selbst beim Mitteln der Zufall sich zwar deutlich abschwächt, aber dennoch nicht völlig vertilgt werden kann. Außerdem, und das ist hier das Wesentliche, kommen derartige Mittelungsprozesse in aller Regel in der Natur nicht vor. Was vorkommt, sind Überlagerungen, also Summierungen, wobei aber am Ende *nicht* durch die Anzahl der überlagerten Werte dividiert wird, so wie eben auch das thermische Rauschen durch reine Überlagerung entstanden ist. *Grundsätzlich gilt bei solchen Überlagerungen, dass der quadratische Mittelwert des Ergebnisses proportional zur Anzahl der überlagerten Werte anwächst.* Das ist übrigens keine Vermutung, sondern ein unbezweifelbares mathematisches Faktum. Die Überlagerung von Zufallsvariablen führt also *nicht zu einer Glättung*, sondern im Gegenteil immer *zu einer Verstärkung des Zufallscharakters*, man kann auch von einer **stochastischen Verstärkung** reden. Ein anderes Beispiel ist ein Ensemble von Teilchen, etwa ein Atomverband. Jedes einzelne Teilchen möge nach der Unschärferelation eine bestimmte Ortsunschärfe aufweisen. Wegen der Überlagerung der Ortsunschärfen der einzelnen Teilchen ergibt sich für den Gesamtverband nicht etwa eine kleinere, sondern eine viel größere Unschärfe als für jedes einzelne Teilchen.

Darüber hinaus gibt es noch Zufallsvariable, die nicht durch Überlagerung *vieler* Variabler eine stochastische Verstärkung bewirken, sondern die dies mit einer *einzig* Eingangsgröße schaffen. Dabei handelt es sich um Transformationen, die durch instabile Systeme verursacht werden. Mit einem „System“ ist hier eine Einheit gemeint, die einen Zusammenhang zwischen einer oder mehreren Eingangs- und einer oder mehreren Ausgangsgrößen herstellt; und von einem instabilen System spricht man, wenn eine minimale Änderung am Eingang zu einer großen Änderung am Ausgang führt. Wir werden uns später noch verschiedene Beispiele instabiler Systeme anschauen. Sie werden im Rahmen der Chaostheorie beschrieben und machen nach heutiger Sicht den Großteil aller Systeme in der Natur aus; die gutmütigen stabilen Systeme sind eher die Ausnahme. In [96] heißt es auf Seite 176 sogar „In unserem materiellen Universum kommen solche (stabile Systeme) nicht vor, oder wenn doch, so allenfalls als Grenzfälle und auch dann nur näherungsweise“.

Ein simples Beispiel eines instabilen Systems ist der Schwellwertdetektor, der in allen Geräten der Nachrichtentechnik mannigfach Verwendung findet. Auch wirken die 100 Milliarden Neuronen in unserem Gehirn im Wesentlichen als Schwellwertdetektoren. Ein Schwellwertdetektor ist dabei mathematisch gesehen eine Zufallsvariable, die alle Eingangswerte unterhalb einer Schwelle ignoriert, und alle größeren Eingangswerte am Ausgang mit einem a priori festliegenden Response quittiert. Man erkennt leicht, dass bei einem solchen Schwellwertdetektor kleinste, etwa durch Rauschen verursachte Überschreitungen der Schwelle massiv verstärkt als Störsignal am Ausgang erscheinen können. Und das geschieht umso häufiger, je mehr Rauschquellen in Summe am Eingang auftreten. In Kapitel 18 werden wir auf die Funktion der Neuronen noch einmal zurückkommen. Dort werden auch einige andere Beispiele instabiler Systeme vorgestellt, weitere findet man in der Literatur, z.B. auch in [96].

Auch können mehrere instabile Systeme hintereinander geschaltet wirksam werden. Solche Kaskaden instabiler Zufallsvariablen führen zu einer besonders wirksamen Verstärkung des Zufalls, Beispiele dafür findet man besonders in der biologischen Evolution (siehe dazu auch die Kapitel 18 und 19.2).

Die obigen Überlegungen und Beispiele zeigen, dass man mit dem echten, ontischen Zufall, auch wenn er im Mikrokosmos entsteht, nicht nur dort, sondern auch auf größeren Skalen überall rechnen muss. In späteren Kapiteln werden wir diese Einsicht noch vertiefen, können aber jetzt schon konstatieren, *dass der aus dem Mikrokosmos stammende Zufall mit Hilfe des Vehikels der Zufallsvariablen die ganze Welt erobert hat*. Aber auch ohne diese verstärkenden Zufallsvariablen wäre unsere Welt als Ganzes bereits nichtdeterministisch. So sagte schon Max Planck 1938 in einem Vortrag mit dem Thema *Determinismus und Indeterminismus*: „Denn ein Vorgang, in den auch nur eine Spur Indeterminismus hineinspielt, ist als Ganzes indeterminiert“ (siehe [96], Seite 165).

---

### ***Ergänzung zum Begriff der Zufallsvariablen:***

Der Vollständigkeit halber sei noch erwähnt, dass es nicht nur „skalare“ Zufallsvariable gibt, die lediglich aus einer Komponente bestehen, wie das bei der Rauschspannung an einem elektrischen Widerstand der Fall ist. Es gibt auch zufällige gerichtete Größen, wie z.B. die Geschwindigkeit oder den Impuls eines Teilchens. Man spricht dann von einer vektoriellen Zufallsvariablen oder bei den drei Komponenten (in x-, y- und z-Richtung) von drei verbundenen Zufallsvariablen. Die Dichtefunktion einer Geschwindigkeit im Raum hat drei unabhängige Veränderliche (in der Ebene hätte sie nur zwei), man schreibt sie als  $p(x,y,z)$  und nennt sie auch die Verbunddichte der Komponenten der Geschwindigkeit. So wie die Komponenten einer Geschwindigkeit in einem physikalischen Zusammenhang stehen, gibt es auch andere Zufallsvariable, die einen inneren Zusammenhang aufweisen und die man deshalb sinnvollerweise zu einer vektoriellen Zufallsvariablen zusammenfasst oder bündelt. Wenn bei zwei Zufallsvariablen die Werte, die die eine annehmen kann, unabhängig sind vom Wert, den die andere gerade annimmt, dann nennt man die Zufallsvariablen statistisch unabhängig. In diesem Fall lässt sich die Verbunddichte als Produkt der Einzeldichten oder „Randdichten“ schreiben, also  $p(x,y) = p_1(x) p_2(y)$ .

## **12. Vom tautologischen Fluchtversuch in die probabilistische Kausalität**

Seit den Lebzeiten Descartes (1596-1650) und besonders ab der Wende vom 18. zum 19. Jahrhundert bis ins frühe 20. Jahrhundert gab es für die große Mehrheit der Wissenschaftler und Philosophen keinen Zweifel daran, dass unsere Welt deterministisch ist und dass deshalb

in ihr auch alles streng kausal ablaufen müsste. Auch heute noch bezieht sich der in Schulen und Universitäten über unsere Welt dargebotene Stoff vorwiegend auf *die* Bereiche der Welt, die wir mit unseren Theorien doch wenigstens einigermaßen kausal beschreiben können. Bestärkt durch diese Betonung kausaler Zusammenhänge in der Lehre, ist es vielleicht verständlich, dass es vielen Wissenschaftlern und Philosophen auch heute noch schwerfällt, sich von dem über Jahrhunderte als absolut gesichert gegoltenen Glauben an eine im Prinzip vollständig kausale und damit zumindest im Prinzip durchschaubare Welt zu lösen. Die meisten akzeptieren zwar heute die Tatsache, dass die Welt auf der Ebene der Erscheinungen nicht strikt kausal abläuft, manche wollen sich damit aber letztlich nicht abfinden. Sie suchen weiter nach Beschreibungsmöglichkeiten unserer Welt, die es trotz des nicht mehr zu leugnenden Einflusses des ontischen Zufalls dennoch erlauben würden, von durchgehender Kausalität und damit letztlich doch von Determinismus zu reden. Ein solcher Versuch ist der Weg über die sogenannte *probabilistische Kausalität*, den wir im Folgenden kritisch hinterfragen wollen.

Der Wissenschaftsphilosoph Michael Esfeld schreibt in [64]: „Unter Wissenschaftsphilosophen herrscht ... Einverständnis darüber, dass Kausalität ebenso probabilistisch wie deterministisch sein kann“. Danach würden sich die Wissenschaftsphilosophen damit zufrieden geben, wenn sie, statt in den beobachteten Ereignisketten strikte Kausalität vorzufinden, diese wenigstens zwischen *den* Größen finden würden, die in einer probabilistischen Weltbeschreibung verwendet werden. Und das sind nicht die physikalischen Größen selbst, sondern deren Verteilungsdichtefunktionen, über die die Häufigkeit des Auftretens der verschiedenen möglichen Werte von physikalischen Größen beschrieben wird. Auf dieser Beschreibungsebene gibt es nun aber prinzipiell keinen Zufall mehr, er wurde ja durch die stochastische Beschreibung bewusst umgangen. Das führt dazu, dass die Dichtefunktionen an Aus- und Eingang aller denkbaren Systeme aus rein mathematischen Gründen keine andere Wahl haben, als entweder gar nicht oder strikt kausal voneinander abzuhängen. Das heißt: Auf der probabilistischen Ebene ist jede beliebige Welt per definitionem kausal und damit (auf dieser Beschreibungsebene) auch deterministisch. Wenn also jemand sagt, dass die Welt, die wir vorfinden, probabilistisch kausal sei, dann ist das genauso sinnlos, wie wenn jemand sagt, dass der vor ihm stehende Schimmel weiß sei.

In unserer Welt von probabilistischer Kausalität zu reden, ist also nichts weiter als der untaugliche Versuch, über eine Tautologie den Zufall in unserer Welt zu übergehen. Man könnte diesen irrigen Versuch, die Welt mit Tautologien zu erklären, sogar noch weiterführen, und unsere Welt nicht nur im probabilistischen Sinne als kausal, sondern sogar als strikt linear bezeichnen. Das liegt daran, dass bei allen beliebigen Systemen, auf welch komplizierte lineare oder nichtlineare, deterministische oder stochastische Weise sie auch immer die Eingangsgrößen in Ausgangsgrößen transformieren, auf der probabilistischen Beschreibungsebene *immer* (!) das Superpositionsprinzip gilt.

Hier eine kurze Beweisskizze: Nehmen wir an, ein gegebenes System mit der Eingangsgröße  $x$  und der Ausgangsgröße  $y$  reagiere auf zufällige Größen am Eingang, die den Dichtefunktionen  $p_{1a}(x)$  und  $p_{1b}(x)$  gehorchen, mit den zugehörigen Ausgangsdichten  $p_{2a}(y)$  und  $p_{2b}(y)$ .  $x$  und  $y$  können dabei auch Vektoren sein, die sich aus mehreren Zufallsvariablen zusammensetzen, die Dichtefunktionen sind dann Verbunddichten (zu Verbunddichten siehe die Anmerkung am Ende des letzten Kapitels). Nun kann man am Eingang einen Umschalter anbringen, der zu einem Zeitanteil  $a$  ( $a \leq 1$ ) eine (i.a. vektorielle) Eingangsgröße  $x$  zuschaltet, deren Werte der Dichtefunktion  $p_{1a}$  gehorchen und zu einem Zeitanteil  $b = 1 - a$  eine, deren Werte der Dichtefunktion  $p_{1b}$  gehorchen; als mittlere Eingangsdichte wirkt dann die Überlagerung  $p_1(x) = a \cdot p_{1a}(x) + b \cdot p_{1b}(x)$ . Während des Zeitanteils  $a$ , in dem am Eingang die Dichte  $p_{1a}$  wirkt, finden wir am Ausgang natürlich  $p_{2a}$  vor, und während des Zeitanteil  $b$ , in dem am Eingang die Dichte

te  $p_{1b}$  wirkt, die Dichte  $p_{2b}$ . Im Mittel ergibt sich am Ausgang damit die Dichtefunktion  $p_2(y) = a \cdot p_{2a}(y) + b \cdot p_{2b}(y)$ . Da das dieselbe Überlagerung ist wie am Eingang, ist das Superpositionsprinzip erfüllt und der Zusammenhang zwischen  $p_1(x)$  und  $p_2(y)$  ist linear. Das gilt zunächst für gedächtnisfreie Systeme. Mit einer entsprechenden Vergrößerung der Anzahlen der in  $x$  und  $y$  zusammengefassten Zufallsvariablen durch Zeitabstastwerte lässt sich der Beweis aber auch für gedächtnisbehaftete Systeme erbringen. Die Linearität des Zusammenhangs zwischen Ein- und Ausgangsdichten hat zur Folge, dass  $p_1(x)$  und  $p_2(y)$  über eine lineare Differentialgleichung verknüpft sind und dass die Ausgangsdichte immer über ein lineares Integral der Form  $p_2(y) = \int f(x,y) \cdot p_1(x) \cdot dx$  berechnet werden kann. Das Integral erstreckt sich über den gesamten möglichen (i.a. vektoriellen) Wertebereich der Eingangsvariablen  $x$ , und die Systemfunktion  $f(x,y)$  repräsentiert die Art der Transformation der Eingangsgröße  $x$  in die Ausgangsgröße  $y$ .  $f(x_0,y)$  kann man auch als Dichtefunktion am Ausgang deuten, die man erhält, wenn am Eingang immer nur derselbe (i.a. vektorielle) Wert  $x_0$  vorkommt, d.h. wenn die Eingangsdichte der Diracschen Deltafunktion  $p_1(x) = \delta(x-x_0)$  entspricht. In [65] hat der Autor dieses Integral für eine ganze Reihe verschiedener (deterministischer) Transformationen ausgewertet. Mehr zum Begriff der Diracschen Deltafunktion findet sich in Kapitel 15.4 bei der Abbildung 15.-3.

Mit diesem Ergebnis könnte man also sogar die erfreuliche Feststellung machen, dass unsere Welt sogar probabilistisch linear sei. Das ist sie schon, aber auch das ist eben nur eine Tautologie, die nichts über unsere Welt aussagt. Mit demselben Recht oder Unrecht, mit dem die Wissenschaftsphilosophen von probabilistischer Kausalität reden, könnten sie auch von probabilistischer Linearität unserer Welt sprechen – das tun sie aber nicht.

### **Fassen wir zusammen:**

*Jede beliebige Welt ist in probabilistischer Beschreibung mit mathematischer Notwendigkeit vollständig kausal und strikt linear. Die Aussagen, unsere Welt sei probabilistisch kausal oder linear, sind deshalb nichts weiter als Tautologien. Sie sagen über unsere Welt genauso wenig aus, wie die Aussage, der vor einem stehende Schimmel sei weiß. Der Fluchtversuch in die probabilistische Kausalität ist damit gescheitert.*

Soweit zur probabilistischen Kausalität. Auf weitere (vergebliche) Versuche, den Determinismus doch noch irgendwie zu retten, wird in den Kapiteln 14 und 17 noch eingegangen.

## **13. Von Zufall und Freiheit und dem Irrtum des Kompatibilismus**

Vorbemerkung: Bei den Zitaten aus Kants *Kritik der reinen Vernunft* bedeuten die Zahlen, denen ein A bzw. ein B vorangestellt ist, die Seiten in den Originalausgaben von 1781 bzw. der von 1789.

In der Antike war schon Aristoteles davon ausgegangen, dass es den Zufall als Bedingung der menschlichen Willensfreiheit geben müsse (siehe [96], Seite 51). Wenn wir auf die Neuzeit blicken, dann war es wohl der Königsberger Philosoph Immanuel Kant, der als erster abendländischer Denker die menschliche Freiheit explizit mit dem Zufall in Verbindung gebracht hat. Und zwar in seinem Werk *Kritik der reinen Vernunft*, das im ausgehenden 18. Jahrhundert erschienen ist. So spricht er dort (siehe [11], Seite 490 (≅ B474/A446)) von dem gedanklichen Konstrukt einer „absoluten Spontaneität“, die ohne weitere Gründe, aus sich selbst heraus etwas geschehen oder beginnen lassen könne. Kant nennt diese Spontaneität auch *transzendente Freiheit* oder *Freiheit im kosmologischen Verstande* (siehe [11] Seiten 489, 490, 574 (≅ B473/A445-B474/A446, B560/532-B561/A533)). Wörtlich schreibt er auf Seite 488 (≅ B472/A444): „Die Kausalität nach Gesetzen der Natur ist nicht die einzige, aus welcher

die Erscheinungen der Welt insgesamt abgeleitet werden können. Es ist noch eine Kausalität durch Freiheit (d.h. durch absolute Spontaneität) zur Erklärung derselben anzunehmen notwendig.“ (in Klammern Anmerkung des Autors).

Diese These hat Kant zwar im Rahmen einer Antinomie zusammen mit der Antithese, dass es *keiner* Kausalität durch Freiheit bedürfe, diskutiert. Die Antinomie löst sich aber zugunsten der obigen These auf, wenn man mit Kant davon ausgeht, dass Erscheinungen nicht Dinge an sich selbst sind (siehe weiter unten in diesem Kapitel). Diese Interpretation der Kant'schen Aussagen deckt sich mit der Deutung der Texte durch Professor Zöllner von der Ludwig-Maximilians-Universität München [99]. Die Kant'sche absolute Spontaneität entspricht genau dem Begriff des absoluten oder ontischen Zufalls, wie wir ihn in Kapitel 9 definiert hatten, und deshalb beschreibt Kant mit dem zitierten Satz ganz offensichtlich eine nichtdeterministische Welt. Nach Ansicht des Philosophen Martin Heidegger (der seine Gedanken zur menschlichen Freiheit auf den Ideen Immanuel Kants aufgebaut hat) hat Kant diese Spontaneität deshalb als transzendente Freiheit bezeichnet, weil sie außerhalb des uns erfahrungsmäßig Zugänglichen läge (siehe [59], Seite 29). Dass absolute Spontaneität in der Natur tatsächlich anzutreffen ist, konnte Kant damals nicht wissen. Martin Heidegger hätte es zwar schon wissen können, denn zu seiner Zeit (um 1930) war die Theorie der Quantenmechanik schon entwickelt worden, ihm aber offenbar noch nicht zu Ohren gekommen.

Im weiteren Verlauf seiner Ausführungen bringt Kant auch die praktische Freiheit eines Menschen (also seine Handlungsfreiheit) mit der absoluten Spontaneität in Verbindung. So schreibt er in [11] auf Seite 575 (≅ B561/A533-B562/A534): „Es ist überaus merkwürdig, dass auf diese transzendente Idee der Freiheit (also auf die absolute Spontaneität) sich der praktische Begriff derselben gründe.“ Auf Seite 576 oben (≅ B562/A534) schreibt er dann noch, dass „die Aufhebung der transzendentalen Freiheit zugleich alle praktische Freiheit vertilgen“ würde. Kant konnte zu seiner Zeit nicht anders, als den von ihm erkannten Zusammenhang zwischen Spontaneität und Freiheit als *überaus merkwürdig* zu empfinden. Denn es ist ja wirklich merkwürdig, wenn etwas, was es (nach seiner Meinung) in unserer Welt gar nicht gibt, dennoch die Grundlage unserer praktischen Freiheit sein sollte. Diese Merkwürdigkeit löst sich heute aber auf, da wir wissen, dass die absolute Spontaneität nicht nur als transzendente Idee gedacht werden kann, sondern in unserer Welt in Form des quantenmechanisch begründeten, ontischen Zufalls sich auch real auswirkt.

An den beiden gerade zitierten Stellen kommt Kant damit zu dem Schluss, dass unsere menschliche Freiheit auf der absoluten Spontaneität und damit auf dem ontischen Zufall basiert und dass, wenn es diesen nicht gäbe, wir auch keine Freiheit besäßen. ***Der Zufall ist damit nach Kant eine notwendige Bedingung für die praktische Freiheit des Menschen.***

In Kapitel 7 hatten wir herausgefunden, dass wir in unserer Welt nur Eigenschaften beobachten können, die wir nicht a priori existierenden Dingen zuschreiben können, sondern durch Bündelung erst zu dem synthetisieren, was wir dann Dinge oder Objekte nennen. Wir hatten dort auch von dem Kant'schen Konzept von *Dingen an sich* gesprochen, die unabhängig von jedweder Wechselwirkung an sich existieren, an sich geschehen oder an sich ablaufen. In diesem Sinne wäre eine deterministische Welt ein einziges großes *Ding an sich*, da in ihr ja auch nichts neu entsteht, sondern alles Geschehen bereits vor aller Zeit feststand und „automatisch“ abläuft. Zu der Frage von Dingen an sich schreibt Kant in [11] auf Seite 537 (≅ B520/A492-B521/A493) „Es sind demnach die Gegenstände der Erfahrung niemals an sich selbst, sondern nur in der Erfahrung gegeben, und existieren außerhalb derselben gar nicht.“ Und das bedeutet im Umkehrschluss, dass Dinge, die an sich selbst existieren, falls es sie überhaupt geben sollte, *nicht* Gegenstand unserer Erfahrung sein können, wir sie also auch nicht in Erfah-

rung bringen können. Man kann nach Kant das *Ding an sich* deshalb bestenfalls im Transzendenten ansiedeln, was wir in Kapitel 7 auch schon herausgefunden hatten. Kant macht damit indirekt die bemerkenswerte Aussage, dass eine deterministische Welt gar nicht von uns erfahrbar, also auch nicht nachweisbar wäre.

Bemerkenswert ist dann noch Kants einfache und klare Aussage in [11] auf Seite 577 (≅B563/A535-B565/ A537) „**Denn, sind Erscheinungen Dinge an sich selbst, so ist Freiheit nicht zu retten.**“ Er postuliert damit, dass in einer Welt, in der alle Erscheinungen Dinge an sich wären, was ja in einer deterministischen Welt zuträfe, Freiheit nicht möglich sei. Und da sich eine deterministische Welt nur durch die Abwesenheit des ontischen Zufalls von einer nichtdeterministischen unterscheidet, folgt daraus wieder, dass der Zufall eine notwendige Bedingung für Freiheit ist.

Gemessen an dem, was wir heute über unsere Welt wissen, dachte Kant sehr fortschrittlich. Umso erstaunlicher ist es, wie wenig Wissenschaftler und auch Philosophen von diesen Gedanken Kants wissen. Die meisten Philosophen sind sogar der Meinung, Kant habe Freiheit nur mit Gesetzmäßigkeit in Verbindung gebracht, weil er an anderer Stelle seiner Werke tatsächlich auch von *Gesetzen der Freiheit* spricht. Nach dem Verständnis des Autors hat Kant dies aber ganz anders gemeint und auch in keinem seiner Werke dem von ihm in der *Kritik der reinen Vernunft* postulierten zwingenden Zusammenhang von menschlicher Freiheit und Spontaneität und damit von Freiheit und Zufall widersprochen. Soweit zu Immanuel Kant.

Es ist recht schwierig, für den Begriff der praktischen menschlichen Freiheit eine allseits befriedigende Definition zu finden. Man könnte sich mit der Kant'schen *Freiheit im kosmologischen Verstande* begnügen, wie das das der Autor in [25] auch getan hat. Dieser Freiheitsbegriff findet aber bei den meisten Menschen wenig Resonanz, da er Freiheit *ausschließlich* mit der absoluten Spontaneität, d.h. mit dem ontischen Zufall begründet. Einen Ausweg aus dieser unbefriedigenden Situation kann der Begriff der schöpferischen Freiheit liefern, wie sie der Autor in [25] schon beschrieben hat. Im letzten Teil des Buches werden wir diesen Gedanken wieder aufgreifen, um zu einem akzeptablen und mit den Eigenschaften unserer Welt konsistenten Freiheitsbegriff zu kommen. Dabei wird der Zufall als notwendige Bedingung für die menschliche Freiheit wie bei Immanuel Kant zwar eine wichtige Rolle spielen, aber nicht nur der Zufall. Außerdem werden wir zwischen Innen- und Außensicht, sowie zwischen subjektiver und objektiver Freiheit unterscheiden. Solche Unterscheidungen sind nach Ansicht des Autors erforderlich, auch wenn diese in den Traktaten zur Freiheit oft nicht gemacht werden.

Ohne spätere Ausführungen vorwegzunehmen, können wir uns hier aber schon die Frage stellen, welche Eigenschaften eine Entscheidung haben müsste, damit wir sie als *nicht frei* bezeichnen würden. Solche Eigenschaften sind sicher Zwangsläufigkeit und Vorhersagbarkeit. Denn wenn eine Entscheidung zwangsläufig nur so getroffen werden können, wie sie getroffen wurde, wenn sie also anhand aller prinzipiell zugänglicher Informationen oder aus der Vergangenheit sicher (also mit 100% Sicherheit) hätte vorhergesagt werden können, dann wird man sich schwer tun, diese Entscheidung noch frei zu nennen. In einer deterministischen Welt, auch in der in Kapitel 4 formulierten gemäßigten Variante, gibt es aber nun überhaupt nichts, was nicht schon a priori, seit dem ersten Anfang aller Dinge sicher festgestanden hätte. Und das trifft natürlich auch für alle menschlichen Entscheidungen zu. Der gesunde Menschenverstand sagt uns also in Übereinstimmung mit Immanuel Kant, dass Freiheit, zumindest als objektiv vorhandene Größe, in einer deterministischen Welt unmöglich ist.

Nun gibt es eine Reihe von Philosophen, die immer noch an eine deterministische Welt glauben (wollen), aber dennoch den Glauben an ihre und anderer Menschen Freiheit nicht aufgeben möchten, und deshalb die Verträglichkeit oder die Kompatibilität von Determinismus und

Freiheit postulieren. Vorab zur Klarstellung: Bei der Diskussion um den Kompatibilismus geht es *nicht* um die Frage nach der Verträglichkeit oder der Koexistenz von naturgesetzlichen Determinierungen und der menschlichen Freiheit. Diese Koexistenz wird von *niemanden* bezweifelt. An dieser Stelle beginnen nun schon die Missverständnisse. In [36] schreibt z.B. Michael Pauen wörtlich „Freiheit bedeutet nicht das Fehlen von Determination“. Und in ihrem Büchlein zur Freiheit (siehe [60], auf Seite 14) schreiben Pauen und Roth, traditionelle Freiheitstheorien würden „die prinzipielle Unvereinbarkeit von Freiheit und Determination behaupten“. Nach Wissen des Autors dieses Buches ist eine Unvereinbarkeit von Freiheit mit den vielen in unserer Welt beobachteten naturgesetzlichen Determinierungen noch nie ernsthaft von jemandem behauptet worden. Auch an anderen Stellen von [60] findet man diese Meinung der Autoren, die sie aber leider durch keinen Literaturhinweis belegen. Nach Wissen des Autors dieses Buches besteht unter Wissenschaftlern und Philosophen vielmehr weitgehend Einigkeit darüber, dass eine Welt ohne naturgesetzliche Determinationen ein einziges Chaos wäre, in dem der Begriff Freiheit auch keinen Sinn machen würde. Bei der Diskussion um den Kompatibilismus geht es auch um etwas anderes, nämlich um die Frage nach der prinzipiellen Vereinbarkeit oder Unvereinbarkeit von Freiheit und *Determinismus* (nicht nur einzelner Determinationen), sprich um die Möglichkeit oder Unmöglichkeit in einer Welt so etwas wie Freiheit zu verorten, in der – und das ist wichtig – *alles* determiniert ist und war, nicht nur vieles.

Im Folgenden wollen wir uns die Argumentationen der Kompatibilisten anschauen und werden dabei schnell erkennen, dass es sich beim Kompatibilismus um nichts weiter als einen großen Irrtum handelt. Zur Rettung der Freiheit benutzen die Kompatibilisten eine Reihe von Begriffen, auf die sie die menschliche Handlungs- oder Willensfreiheit auch in einer deterministischen Welt glauben stützen zu können. Dazu zählen sie Begriffe wie Urheberschaft, Autonomie, Selbstbestimmung, Selbstdeterminierung, Abwesenheit von inneren und äußeren Zwängen, und den Begriff Verantwortung. Wenn man aber in einer deterministischen Welt Freiheit auf diese Begriffe stützen will, dann geht das doch sicher nur, wenn es die Größen, die mit den Begriffen gemeint sind, in einer solchen Welt auch wirklich gibt.

Schauen wir uns die genannten Begriffe daraufhin einmal an und beginnen mit der Urheberschaft. Kann man einem Menschen wirklich die Urheberschaft für eine Handlung in einer Welt zuschreiben, in der nicht nur seine Existenz, sondern auch sein Handeln bis ins kleinste Detail bereits von allem Anfang an (etwa beim Urknall) feststand? Ein Urheber von etwas sollte auch in der Lage sein, einen Anfang von diesem Etwas zu setzen. Wie soll das aber gehen in einer Welt, in der aller Anfang bereits mit den Anfangsbedingungen gesetzt wurde? In einer deterministischen Welt gibt es also keine Urheberschaft. Autonomie kann ein Mensch in einer deterministischen Welt auch nicht besitzen, denn alles, was er tut, geschieht ja zwanghaft genau so, wie es von Anfang an vorgesehen war. Selbstbestimmung und Selbstdeterminierung gibt es auch nicht, denn bestimmen oder determinieren tut in einer deterministischen Welt nicht das Selbst, sondern der zwangsläufige Ablauf der Dinge. Von der Abwesenheit von Zwängen kann man auch nicht reden, denn alles geschieht ja zwanghaft und damit auch jegliche Entscheidung und jedes Handeln eines Menschen. Auswege aus dem Netzwerk der vorgeschriebenen Pfade gibt es nicht und kann es in einer deterministischen Welt auch *per definitionem* nicht geben. Und wie sollte man in einer Welt von Verantwortung reden, in der niemand und nichts jemals die Möglichkeit hatte, etwas zu verändern, also anders ablaufen zu lassen, als es mit den Anfangsbedingungen der Welt bereits feststand? Wie sollte in einer solchen Welt irgendjemand für irgend etwas verantwortlich sein? Nein, in einer deterministischen Welt gibt es auch keine Verantwortung. All die schönen, von den Kompatibilisten bemühten Begriffe sind in einer deterministischen Welt nur sinnlose Worte, womit bewiesen

wäre, dass Kompatibilismus nichts weiter ist als ein großer Irrtum.

Es verwundert daher schon sehr, dass Pauen und Roth in [59] auf Seite 13 immer noch behaupten, Willensfreiheit und Determinismus bildeten keinen Widerspruch. Den ersten Satz auf der genannten Seite kann man auch so lesen, dass die Autoren sogar dem Glauben anhängen, Determinismus sei gar eine *Voraussetzung* für die Existenz von Freiheit. Die Existenz von Determinierungen im Sinne von Kausalzusammenhängen ist schon eine Voraussetzung für das, was wir intuitiv als Freiheit empfinden, Determinismus aber sicherlich nicht.

***Fassen wir zusammen: Freiheit macht nur in einer Welt Sinn, in der es naturgesetzliche Determinierungen gibt, darüber gibt es keine Diskussion. Die Meinung, Determinismus (d.h. eine Welt, in der alles determiniert abläuft und ablieft) sei mit Freiheit kompatibel, ist ein großer Irrtum. Und die Behauptung, Determinismus sei sogar eine Voraussetzung für Freiheit, wäre Unsinn.***

Zum Schluss sei noch ergänzt, dass manche Deterministiker sogar noch weiter gehen und auch den Kompatibilismus für entbehrlich halten, da sie glauben, man könne gänzlich ohne den Begriff Freiheit auskommen. So behauptete z.B. Professor Eibl von der LMU München in einem Vortrag (siehe [66]), dass es zum Füllen von Entscheidungen gar keiner Freiheit bedürfe, sondern dass dazu Verantwortung ausreiche. Was man sich aber unter Verantwortung ohne Freiheit vorstellen soll, ließ er offen. Professor Eibl gehört zu denen, die Freiheit für logisch unmöglich und damit für eine Illusion halten. Ja, in einer deterministischen Welt ist Freiheit logisch unmöglich, Verantwortung aber eben auch.

## Teil IV: Von der Physik des Indeterminismus

### 14. Die Mär vom deterministischen Chaos

Bevor wir uns damit beschäftigen werden, woher der Indeterminismus in unserer Welt rührt, soll hier noch ein Versuch vorgestellt werden, die in unserer Welt beobachteten Indeterminismen über das Konzept des deterministischen Chaos zu erklären, sozusagen als vorerst letzter (vergeblicher) Versuch, den Glauben an eine deterministische Welt doch noch zu rechtfertigen. In Kapitel 17 werden wir aber noch auf zwei neuere Versuche dieser Art eingehen.

In den bisherigen Kapiteln dieses Buches haben wir herausgearbeitet, dass der absolute ontische Zufall dafür sorgt, dass wir eine offene Zukunft vorfinden. Von manchen Wissenschaftlern und Philosophen wird nun die Meinung vertreten, dass es nicht des ontischen Zufalls bedürfe, um eine offene Zukunft in der Welt sicherzustellen, sondern dass es auch in einer deterministischen Welt einen Mechanismus gäbe, dies zu erreichen, und zwar den Mechanismus der *instabilen Systeme*, auch *chaotische Systeme* genannt, die mit der sogenannten *Chaostheorie* oder *Theorie nichtlinearer Systeme* beschrieben werden. In Kapitel 11 hatten wir im Zusammenhang mit den Zufallsvariablen bereits von einem Vertreter dieser Systemklasse, dem Schwellwertdetektor, gesprochen. Das Wesentliche bei diesen Systemen ist ihre Eigenschaft, dass auch winzige Veränderungen am Eingang (bzw. am Anfang) zu großen Veränderungen am Ausgang (bzw. am Ende) führen können. In Kapitel 11 hatten wir auch schon darauf hingewiesen, dass in unserer Welt die große Mehrzahl aller Zusammenhänge zwischen beobachtbaren oder messbaren Größen Systeme dieser Art sind, und dass die gutmütigen stabilen Systeme eher die Ausnahme bilden. Wenn also tatsächlich diese vielen Systeme in unserer Welt in der Lage wären, aus sich heraus auch für den Fall, dass unsere Welt deterministisch wäre, für eine prinzipielle Unvorhersagbarkeit künftiger Ereignisse zu sorgen, so wäre ein Rückgriff auf absolute Spontaneität oder den absoluten Zufall zur Erklärung unserer Welt vielleicht tatsächlich nicht erforderlich. Bei diesen angeblichen deterministischen Unvorhersagbarkeiten oder Nichtreproduzierbarkeiten spricht man auch vom *deterministischen Chaos*. Doch gibt es dieses deterministische Chaos wirklich?

Beim deterministischen Chaos wird vorausgesetzt, dass wir in einer Welt aus lauter deterministischen Gebilden leben. In einer solchen Welt wären alle Zusammenhänge zwischen Größen in stabilen wie in instabilen Systemen streng deterministisch, d.h. eindeutig beschreibbar über mathematische Formeln, Differentialgleichungen, tabellarische oder graphische Repräsentationen, Algorithmen oder Ähnliches, und Zufall käme in diesen Zusammenhängen nirgends vor. Alle Systeme würden immer mit demselben Ergebnis reagieren, wenn sie im selben Zustand mit denselben Eingaben beaufschlagt werden, und würden deshalb von sich aus auch keine chaotischen oder nichtreproduzierbaren Ergebnisse erzeugen. Wieso sollte das auch in einem deterministischen System passieren? Es würde sich ja dabei um ursachelose und prinzipiell unerklärliche Ereignisse handeln, die es in einer deterministischen Welt per definitionem aber gar nicht geben kann.

Betrachten wir als Beispiel einen Computer, von dem man ausgehen kann, dass er (selbst in unserer nichtdeterministischen Welt) in hohem Grade deterministisch reagiert. Ein Computer wird reproduzierbar immer wieder bei gleichen Eingangsgrößen die gleichen Ergebnisse liefern. In bestimmten Situationen verhält er sich aber auch wie ein instabiles System. Wenn man den Computer zum Beispiel die Division durch ein winzige, nur minimal von Null verschiedene Zahl durchführen lässt, sagen wir er soll die Zahl 1 durch den Divisor  $10^{-15} = 0,000000000000001$  teilen, dann wird er als Ergebnis die Zahl  $10^{15}$  ausgeben. Wenn man den

Divisor aber nur minimal von der winzigen Zahl  $10^{-15}$  auf 0 verändert, dann wird der Computer eine textliche Fehlermeldung ausgeben. Die minimale Veränderung der Eingangsgröße hat also zu einer dramatischen Veränderung der Ausgangsgröße geführt und damit reagiert in diesem Fall der Computer nach der obigen Definition wie ein instabiles System. Er wird sich bei Wiederholungen aber immer genau gleich verhalten, wird immer wieder in dem einen Fall die Zahl  $10^{15}$  und im anderen Fall die genannte Fehlermeldung ausgeben. Es könnte auch sein, dass ein Computer mit der Bearbeitung eines Problems niemals fertig wird (siehe das in Kapitel 5.1.2 bereits angesprochene Halteproblem); es gibt also möglicherweise auch nicht berechenbare Probleme. Dennoch würden mehrere parallel die gleiche Aufgabe bearbeitende gleiche Computer in gleicher Weise mit dem Problem nicht zu Ende kommen und dabei alle die gleichen Rechenschritte durchlaufen. Von Chaos kann man hier also nicht reden.

Betrachten wir als nächstes ein höchst instabiles System, das aus zwei fixierten Kugeln besteht, zwischen denen eine dritte kleinere Kugel (in einem luftleeren Raum ohne Gravitationspotential) hin und her pendelt. Wenn beim Start, d.h. beim ersten Stoß die kleine Kugel eine der großen exakt in der Mitte und exakt in Richtung der Verbindungslinie der beiden großen Kugeln trifft, so wird in einer deterministischen Welt die kleine Kugel für alle Ewigkeit zwischen den beiden großen hin und her pendeln. Besteht dagegen ein bekannter Anfangsfehler in nur quantenmechanischer Größenordnung, dann verfehlt die kleine Kugel bereits nach grob 10 Wechseln die großen Kugeln, was man leicht selbst nachrechnen kann. Der Weg der kleinen Kugel ist dabei aber exakt vorausberechenbar und das Geschehen würde sich auch bei einem neuen Versuch mit dem gleichen Anfangsfehler exakt genauso wiederholen. Dieses instabile System eignet sich hervorragend, kleine zufällige Änderungen zu verstärken, aber selbst erzeugen kann es Indeterminismen nicht.

Ein anderes, sehr einfaches instabiles System ist die Kugel auf dem Bergeskamm. Legt man in einer deterministischen Welt die Kugel exakt in der Mitte auf den Bergeskamm, so wird sie dort ewig liegen bleiben. Die kleinste Abweichung von der Mittelposition sorgt aber über kurz oder lang dafür, dass sie auf einer der beiden Seiten herunterrollt. Natürlich geschieht auch das völlig reproduzierbar, denn die Kugel wird immer wieder rechts herunterrollen, wenn sie nach rechts versetzt aufgelegt wurde, und das auch immer in der gleichen Zeit, wenn sie exakt an derselben Stelle abgelegt wurde. Auch dieses instabile System ist ein hervorragender stochastischer Verstärker, Stochastik oder Chaos erzeugen kann es aber auch nicht.

Beispiele von instabilen Systemen sind auch die Planetenbahnen um die Sonne, das Verhalten von Billardkugeln, das Pendel über zwei Magneten, das Wettergeschehen, das Ziehen der Lottozahlen, Fußballspiele und vieles andere mehr (siehe [25], [60] und [96]). Weitere Beispiele finden sich zusammen mit einigen der hier bereits genannten auch in Kapitel 18.

Alle diese Systeme verhalten sich vollständig reproduzierbar. Dennoch erleben wir Menschen die instabilen Systeme wegen ihrer hohen Empfindlichkeit gegenüber Variationen der Eingangsgrößen tatsächlich oft als scheinbar nicht reproduzierbar. Das liegt aber offenbar nicht an den Systemen selbst und ihrem Verhalten, wie wir ja oben gezeigt haben. Die scheinbare Nichtreproduzierbarkeit wird in der Literatur oft auch damit begründet (siehe z.B. [61]), dass die Eingangsgrößen nicht genügend reproduzierbar seien, d.h. nicht genügend exakt wiederholt eingestellt werden könnten. Sicher, einem hypothetischen Experimentator dürfte es tatsächlich oft nicht gelingen, bei der Wiederholung eines Versuchs an einem komplexen System oder Teil einer deterministischen Welt die Anfangsbedingungen/Eingangsgrößen wieder exakt so einzustellen wie beim ersten Mal. Die dadurch entstehende Streuung der Ausgangsgrößen hat aber dann der Experimentator verursacht und nicht das System selbst.

Und wenn ein äußerer Beobachter anhand von Messungen der Abläufe in einem deterministischen System deren Gesetzmäßigkeiten erkennen möchte, um die Abläufe zu reproduzieren, dann wird ihm auch das oft nicht gelingen, u.a. weil er die Daten nicht in der nötigen Genauigkeit erfassen kann. Er mag dann zu dem Schluss kommen, dass das System sich nicht exakt vorausberechenbar und somit chaotisch verhalte. Aber auch dieses scheinbare Chaos hat nichts mit dem System zu tun, sondern zeugt nur von der Unfähigkeit des Experimentators.

**Fazit:** In einer deterministischen Welt ist im Prinzip alles exakt reproduzierbar. Das gilt auch für die sogenannten instabilen Systeme. Wenn es einem hypothetischen Experimentator nicht gelingt, die Eingangsgrößen/Anfangsbedingungen an Teilen einer deterministischen Welt bei einer Wiederholung der Abläufe exakt so einzustellen, wie sie beim ersten Mal waren, dann ist der Experimentator für die dadurch entstehenden Variationen der Ausgangsgrößen verantwortlich, nicht der betrachtete Teil der deterministischen Welt. Und wenn es einem Beobachter nicht gelingt, aus Messdaten in einem deterministischen System die Abläufe exakt zu verstehen und zu erkennen, dass sie tatsächlich vorausberechenbar sind, dann liegt auch das nur an der Unfähigkeit des Beobachters und nicht am System. Deterministische Systeme inklusive der instabilen sind von sich aus nicht in der Lage, Chaos zu erzeugen. Nur eine Welt, in der es den ontischen (absoluten) Zufall gibt, ist dazu von sich aus in der Lage. Etwa dadurch, dass es in den Strukturen und bei den Vorgängen in der Welt immer wieder absolut zufällige und nicht begründbare kleine Störungen gibt, die über instabile Systeme massiv verstärkt werden.

Die Autoren Pauen und Roth schreiben in [57] auf den Seiten 60-61, dass es in einer deterministischen Welt Unvorhersagbarkeiten gäbe. Das ist zwar richtig, wie wir gesehen haben. Es liegt aber eben nicht an der deterministischen Welt, sondern an der Unfähigkeit des hypothetischen externen Beobachters, der die Vorhersage machen möchte. Diese Unfähigkeit eines äußeren Beobachters als nicht determiniert chaotische Eigenschaft des beobachteten Systems zu deuten, ist logisch nicht zulässig. Man kann daraus bestenfalls auf eine vom Beobachter abhängige beschränkte Beobachtbarkeit des Systems schließen, die aber bei keiner Art von Systemen eine ungewöhnliche Eigenschaft wäre. An anderen Stellen begründen Pauen und Roth Unvorhersagbarkeiten auch mit *mathematischen Einschränkungen*. Was die Autoren unter solchen Einschränkungen verstehen und wie dieselben in der Welt der Mathematik aus Determinismus Indeterminismus oder Chaos machen sollten, wird allerdings nicht erklärt.

Nach den bis hierher angestellten Überlegungen bleibt uns als Quelle einer offenen Zukunft unserer Welt nur noch der innerhalb der Welt wirkende absolute (oder ontische) dynamische Zufall. Wie sich dieser Zufall aus der Quantenmechanik begründet und wie er sich in unserer Welt in Wechselwirkung mit den naturgesetzlichen Determinierungen bisher ausgewirkt hat und auch weiterhin wirkt, werden wir in den folgenden Kapiteln noch ausführlich diskutieren.

## 15. Die Quelle des Zufalls in unserer Welt

Die Idee von einer *absoluten Spontaneität* in der Welt, also einer Art absoluten Zufalls, hatte Immanuel Kant bereits Ende des 18. Jahrhunderts in seiner *Kritik der reinen Vernunft* [11] formuliert. Darüber hatten wir schon in Kapitel 13 gesprochen. In die Physik hat der Begriff des absoluten Zufalls dann am Anfang des 20. Jahrhunderts Eingang gefunden, erstaunlicherweise auf dem Wege des Nachdenkens über die uralte Frage, was denn Licht eigentlich sei. Wir müssen uns deshalb zunächst der Frage nach der Natur des Lichtes zuwenden.

### 15.1 Historisches zur Natur des Lichtes

Schon die Denker des antiken Griechenlands haben über die Frage nachgedacht, was denn Licht sein könnte. So war etwa Epikur (341-270 v. Chr.) der Meinung, dass die Quelle des

Lichts in den Augen liege, von wo aus sich Lichtstrahlen zu den äußeren Gegenständen erstrecken würden. Die Bilder würden also sozusagen aus den Augen strömen – eine doch sehr konstruktivistische Sicht. Euklid (360-280 v. Chr.) vertrat dagegen die Auffassung, dass solche Strahlen von den Objekten ausgingen und sich im Raum geradlinig ausbreiteten [67]. Auf die Frage, woraus diese Strahlen bestehen sollten, hatte er allerdings keine Antwort. Die heute in den Schulen gelehrt Strahlenoptik basiert auf Euklids (mathematischen) Überlegungen und reicht auch aus, eine Vielzahl optischer Phänomene zu erklären. In der Neuzeit war der englische Physiker Isaac Newton (1643-1727) der Ansicht, dass Licht aus winzigen Teilchen bestünde, die sich geradlinig ausbreiteten und dabei im Sinne seines mechanistischen Weltbildes Energie und Impuls durch den Raum trügen. Der etwa zur gleichen Zeit lebende holländische Gelehrte Christiaan Huygens (1629-1695) war dagegen davon überzeugt, dass es sich beim Licht um ein Wellenphänomen handelt. Wellenphänomene, wie Schallwellen und Wasserwellen, die ja auch Energie und Impuls transportieren können, waren damals gut bekannt und wurden auch einigermaßen verstanden.

Da sich Wellen (wie eben Schall- und Wasserwellen) offenbar nur in einem Medium ausbreiten konnten, Licht dies aber auch im Vakuum fertig brachte, musste Huygens zur Stützung seiner Theorie die Existenz einer unbekannt Substanz im Vakuum annehmen, die er Äther nannte, und in welcher sich die Lichtwellen ausbreiten sollten. Gegen den bekannteren Newton konnte sich Huygens damals mit seiner Meinung aber nicht durchsetzen, sodass sich die Partikeltheorie Newtons bis ins 19. Jahrhundert als die vorherrschende Sichtweise halten konnte. Newtons Vermutung hatte auch den großen Vorteil, dass kein Äther als Transportmedium angenommen werden musste, denn Partikel können sich ja auch, und sogar am besten, in einem substanzlosen Raum bewegen. Diese Sicht änderte sich erst durch die von dem Engländer James Clark Maxwell (1831-1879) aufgestellte Theorie der Elektrodynamik. Maxwell konnte aus den von ihm aufgestellten, nach ihm benannten und 1864 veröffentlichten Gleichungen ableiten, dass es elektromagnetische Wellen geben müsse.

Dem deutschen Physiker Heinrich Hertz (1857-1894) gelang es dann auch als Erstem, auf der Basis der maxwellschen Wellenhypothese eine Nachricht zwischen einem Funk-Sender und einem Empfänger zu übermitteln. Oft wird dieser Erfolg von Hertz auch als Nachweis der Existenz von elektromagnetischen Wellen bezeichnet. Diese Interpretation wird heute allerdings nicht mehr als ganz korrekt angesehen; darauf werden wir später noch zurückkommen. Mit dem danach folgenden Siegeszug der Funktechnik und der Erkenntnis, dass dem Licht dieselbe Physik zugrunde liegt wie den Funkwellen, bestand für die Wissenschaftler nun kein Zweifel mehr daran, dass es sich beim Licht nur um ein Wellenphänomen und nicht um Partikel handeln konnte. Mit dem nun dominierenden Glauben an den Wellencharakter des Lichts, wurde aber auch die Frage nach dem Medium wieder wichtig, in dem sich diese Lichtwellen ausbreiten sollten, und das Huygens Äther genannt hatte.

Was sagt nun die maxwellsche Theorie zu diesem Äther? In den Wellenlösungen der maxwellschen Gleichungen wird zwar kein Medium vorausgesetzt, dennoch errechnet sich die Geschwindigkeit  $c$ , mit der sich elektromagnetische Wellen und damit auch Lichtwellen im Vakuum ausbreiten aus zwei dem Vakuum zuzuschreibenden Konstanten, der Vakuumpermittivität  $\epsilon_0$  und der Vakuumpermeabilität  $\mu_0$  nach der Formel  $c = (\epsilon_0 \cdot \mu_0)^{1/2}$ . Es liegt also nahe, der Substanz des Huygens'schen Äthers, durch den sich die elektromagnetischen Wellen fortbewegen, diese beiden Konstanten als Eigenschaften zuzuschreiben, so wie eben auch bei Schallwellen sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit aus den Eigenschaften des Materials berechnen lässt, durch das sich der Schall bewegt. So errechnet sich z.B. die Schallgeschwindigkeit  $c_s$  in einem Metallstab aus dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Dichte  $\rho$  des Metalls, aus dem der Stab besteht, zu  $c_s = (E/\rho)^{1/2}$ . Damit schien die Welt zunächst einmal in Ordnung.

Man hatte einen Formalismus zur Beschreibung des Lichtes als elektromagnetische Welle, die sich in einer angenommenen Substanz, dem Äther, fortpflanzt. Diese allgegenwärtige Substanz würde ein Bezugssystem darstellen, gegen das sich alle Bewegungen messen ließen, und würde auch mit zweien seiner speziellen Eigenschaften, der Permittivität und der Permeabilität, die Lichtgeschwindigkeit auf den gemessenen Wert von ca. 300 000 km/Sekunde einstellen. Genauso wie auch die spezifischen Materialeigenschaften eines Mediums, in dem sich Schallwellen ausbreiten, die Schallgeschwindigkeit in diesem Medium festlegen. Allerdings war die Frage offen, ob es denn diesen mysteriösen Äther tatsächlich gibt oder nicht.

Um diese wichtige Frage zu klären, wurde das in Kapitel 6.2.1 bereits erwähnte Michelson-Morley-Experiment durchgeführt. Es handelt sich dabei eigentlich um zwei Versuche, einer wurde von dem deutsch-amerikanischen Physiker Albert Abraham Michelson 1881 in Potsdam und einer von dem amerikanischen Chemiker Edward Morley 1887 in Cleveland (Ohio) durchgeführt. Einzelheiten zu den Versuchen finden sich im Internet, u.a. im Internetlexikon Wikipedia. Beide Versuche, wie auch spätere Wiederholungen, hatten das eindeutige und verblüffende Ergebnis, dass es einen solchen Äther nicht gibt. Dieses Ergebnis war für Albert Einstein der entscheidende Impuls für die Entwicklung seiner speziellen Relativitätstheorie, die er dann 1905 veröffentlichte. In Kapitel 6.2.1 hatten wir bereits über einige Konsequenzen aus den Versuchen bezüglich der Vorstellungen von Raum und Zeit gesprochen.

Darüber hinaus haben die negativen Befunde der Ätherexperimente der Wellentheorie des Lichtes aber auch ein wichtiges Fundament entzogen. Denn wenn Wellen eines Mediums zur Ausbreitung bedürfen, was man bis dahin annahm, man beim Licht aber die Existenz eines solchen Medium verneinen musste, dann dürfte Licht eigentlich kein Wellenphänomen sein. Wegen der großen praktischen Erfolge der Maxwelltheorie auf dem Gebiet der Nachrichtentechnik hätte es aber damals niemand gewagt, die Wellentheorie des Lichtes wieder in Frage zu stellen. Man entschloss sich deshalb zu der Notlösung, den Lichtwellen per Postulat die sonst bei Wellen unübliche Eigenschaft zuzubilligen, sich auch ohne Medium, also auch im puren Nichts, ausbreiten zu können. Soweit zu den Auswirkungen der Michelson-Morley-Experimente.

Als bisher letzte Antwort in der Geschichte auf die Frage nach der Natur des Lichtes liefert uns die Quantenmechanik nun eine konsistente Erklärung, die wir im Folgenden noch ausführlich behandeln werden und die ohne solche Notpostulate auskommt. Dabei wird Licht wieder als Strom von Teilchen angesehen, die aber von einer Welle begleitet werden. In der Literatur wird dabei oft vom sogenannten *Welle-Korpuskel-Dualismus* gesprochen, einer Deutung, die aber streng genommen nicht ganz korrekt ist. Denn nach der Quantenmechanik zeigt sich uns Licht bei Beobachtungen oder Messungen (d.h. in unserer immanenten Welt) immer *nur* als Ansammlung eines oder mehrerer Korpuskeln, wie es schon Newton postuliert hatte. Auch bei einer Feldstärkemessung einer Rundfunkwelle entsteht das reale Messergebnis nur, weil sich nach der neuen Theorie an der Messapparatur solche Lichtteilchen manifestieren. Die begleitende Welle kann man bei diesen Lichtteilchen noch als Maxwell'sche elektromagnetische Welle interpretieren. In ihrer Verallgemeinerung zur Beschreibung auch massiver bewegter Körper oder allgemein der Entwicklung der Eigenschaften von beliebigen „Dingen“ kann man die Wellen nur noch als transzendente Konstrukte zur Vorhersage des Verhaltens dieser „Dinge“ deuten.

Als erster Schritt zur quantenmechanischen Erklärung des Lichtes ist die Entdeckung zu werten, dass die in einem Lichtstrahl enthaltene Energie nur in Vielfachen einer kleinen Mindestportion vorkommt, deren Größe von der Farbe des Lichtes abhängt. Darum soll es im nächsten Kapitel gehen.

## 15.2 Über die Quantelung des Lichtes

Als der später berühmt gewordene Physiker Max Planck (1858-1947) im Jahre 1874 vor Beginn seines Studiums an der Ludwig-Maximilians-Universität in München sich bei Professor Philipp von Jolly nach den Forschungsmöglichkeiten auf dem Gebiet der Physik erkundigte, riet ihm dieser von einem Physikstudium ab. Von Jolly vertrat die Ansicht, dass auf dem Gebiet der Physik, bis auf einige Kleinigkeiten und Randgebiete, eigentlich schon alles Wesentliche erforscht sei; eine Meinung, die damals von den meisten Physikern vertreten wurde. Trotzdem entschied sich Planck für das Studium „Mathematik und Naturwissenschaften“, bei dem sein Schwerpunkt die Physik war.

Als er später Physikprofessor in Berlin war, beschäftigte er sich ab Mitte der 90er Jahre des 19. Jahrhunderts mit einem dieser „kleinen Randprobleme“ der Physik, die noch auf eine Lösung warteten, nämlich der theoretischen Erklärung der gemessenen Strahlungsspektren erhitzter Körper, speziell des sogenannten „schwarzen“ Körpers. Dies ist ein (idealisierte) Körper, der jede auf ihn treffende Strahlung, gleich welcher Wellenlänge vollständig absorbiert, aber auch, wenn er erhitzt wird, elektromagnetische Wellen jeder Wellenlänge ausstrahlt (die Wellenlänge ist der räumliche Abstand zweier gleicher Zustände, etwa der Maxima der Welle, gemessen in Metern oder Bruchteilen davon). In dem Strahlungsspektrum eines solchen Körpers findet man ganz lange Wellen mit Wellenlängen im Meter- oder gar Kilometerbereich (wie bei Rundfunkwellen), Wärmestrahlung mit Wellenlängen im Mikrometerbereich (ein Mikrometer ist ein Tausendstel Millimeter), sichtbares Licht von rot (längere Wellen) bis zum violett (kürzere Wellen) mit Wellenlängen unterhalb von einem Mikrometer und ganz kurze Wellen wie Röntgenstrahlen im und unterhalb des Nanometerbereiches (ein Nanometer ist ein Millionstel eines Millimeters).

Die gemessene Intensitätsverteilung (siehe z.B. Wikipedia-Internetlexikon) dieser Schwarzkörper- oder Hohlraumstrahlung, aufgetragen über der Wellenlänge oder über der Frequenz (das ist die Anzahl der Schwingungsperioden pro Sekunde, gemessen in der Einheit Hertz), hat ein in seiner Lage und Höhe von der Temperatur des Körpers abhängiges Maximum und strebt für beliebig kleine sowie beliebig große Wellenlängen bzw. Frequenzen gegen Null. Bisher hatte man die gemessene Verteilung noch nicht theoretisch begründen können. Man hatte lediglich zwei verschiedene Formeln entwickelt, von denen die eine das Spektrum nur für große und die andere nur für kleine Frequenzen korrekt erklären konnte.

Planck hatte es sich zur Aufgabe gemacht, eine Formel zu entwickeln, die für alle Wellenlängen bzw. Frequenzen richtig war. Er hatte die Idee, die beiden bekannten Formeln für kleine und große Wellenlängen irgendwie miteinander zu verbinden. Dies gelang ihm nur mit dem Trick, dass er bei seinen, über sogenannte Hertz'sche Oszillatoren (um was es sich bei diesen handelt, ist hier unerheblich) durchgeführten Berechnungen bei diesen Oszillatoren nur gequantelte Energiezustände erlaubte, d.h. er ließ für die Energie einer Strahlung mit der Frequenz  $f$  bei der Berechnung nur Vielfache von  $h \cdot f$  zu, wobei  $h$  eine sehr kleine Konstante ist, das später nach ihm benannte plancksche Wirkungsquantum ( $h$  ist ungefähr gleich  $6,6 \cdot 10^{-34}$  Joule Sekunden). Planck betrachtete sein Vorgehen tatsächlich nur als Trick, dem er keine physikalische Bedeutung beimaß, und begriff deshalb auch nicht, welche große Entdeckung er bei seiner Beschäftigung mit diesem noch nicht gelösten „kleinen Randproblem“ der Physik gemacht hatte. Er bestritt auch vehement die von Einstein später vorgenommene Interpretation, dass das Licht tatsächlich aus solchen Einzelquanten, Lichtquanten oder Photonen bestehen sollte. Zu sehr war er wohl von der Wellennatur des Lichtes überzeugt, sodass er die Hypothese von Lichtteilchen nur als Rückschritt in das „überkommene“ newtonsche Denken über das Licht ansehen musste.

Nun gab es aber noch ein anderes (Rand-)Problem in der Physik, man kann auch sagen eine andere Baustelle, an der sich Physiker in der Zeit um 1900 plagten. Und das war der photoelektrische Effekt. Der Effekt besteht darin, dass Licht unter Umständen in der Lage ist, Elektronen aus einer Metallplatte herauszuschlagen. Aus anderen Experimenten wusste man bereits, welche Energie (gemessen in Joule) nötig ist, um ein Elektron aus dem Kristallverband einer Metallplatte herauszulösen; man nennt diese Energie die Austrittsarbeit. Da jedes Licht, gleich welcher Wellenlänge, Energie transportiert, musste man annehmen, dass die Anzahl der pro Zeiteinheit freigesetzten Elektronen bei jeder Wellenlänge des verwendeten Lichtes mit steigender Intensität steigen sollte. In den Experimenten fand man aber, dass Licht unterhalb einer bestimmten Frequenz, d.h. oberhalb einer bestimmten Wellenlänge, auch bei höchster Intensität gar keine Elektronen freisetzte.

Für dieses seltsame Phänomen konnte man mit den bisherigen physikalischen Theorien beim besten Willen keine Erklärung finden. Auch Albert Einstein nahm sich dieses Phänomens an und kam, angeregt durch Plancks Trick zur Erklärung der Schwarzkörperstrahlung, auf die Idee, das Licht könne tatsächlich aus Teilchen bestehen, die im Metall auf die Elektronen trafen und bei ihren Zusammenstößen mit diesen nur dann je ein Elektron herauszuschlagen könnten, wenn ihre Bewegungsenergie oder kinetische Energie mindestens so groß ist wie die oben schon erwähnte Austrittsarbeit. Nimmt man nun an, dass bei diesen Lichtteilchen oder Photonen die Energie gemäß Plancks Rechenrick mit steigender Frequenz  $f$  nach der einfachen Beziehung

$$E = h \cdot f \tag{15-1}$$

wächst, dann würde ab einer bestimmten Frequenz die Energie der Photonen ausreichen, Elektronen freizusetzen, nicht aber bei kleineren Frequenzen, was ja auch bei den Experimenten tatsächlich beobachtet worden war. Mit dieser Annahme über die wahre Natur des Lichtes konnte Einstein im Jahre 1905 den photoelektrischen Effekt vollständig erklären. Er bekam später dafür den Physik-Nobelpreis für das Jahr 1921. Das war übrigens der einzige Nobelpreis, den Einstein in seinem Leben erhielt. Interessanterweise erhielt er keine Preise für seine Hauptarbeiten, die spezielle Relativitätstheorie von 1905 und die allgemeine von 1915.

Wie kommen wir nun aber zu einer Beschreibung der das Photon begleitenden Welle? Elektromagnetische Wellen, zu denen auch Lichtwellen zählen, werden als sinus- oder kosinusförmige Wellen elektrischer oder magnetischer Feldstärken beschrieben, die man auch jedem einzelnen Lichtquant zuordnen kann. Ist  $\Psi_0$  die Amplitude,  $f$  die Frequenz oder Zahl der Schwingungen pro Sekunde,  $\lambda$  die Wellenlänge in Ausbreitungsrichtung (hier als die  $x$ -Achse angenommen) in Metern, dann gilt für eine solche Welle

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 \cdot \cos[2\pi \cdot (f \cdot t - x/\lambda)]. \tag{15-2}$$

Den Lauf einer Welle und damit ihre Laufgeschwindigkeit erkennt man, indem man einen bestimmten Zustand, z.B. einen Wellenberg, fixiert und dann beobachtet, wie sich dieser entlang der Ortskoordinate fortbewegt. Bei Gleichung (15-2) ist das der Zustand, bei dem der Kosinus den Wert Eins hat, und das ist der Fall für alle  $x$  und  $t$ , für die  $f \cdot t - x/\lambda = 0$  bzw.  $x/t = \lambda \cdot f$  gilt. Damit erhalten wir für die Laufgeschwindigkeit der Welle (hier als in  $x$ -Richtung angenommen), man nennt sie auch die Phasengeschwindigkeit in dieser Richtung, die Beziehung

$$v_{ph} = x/t = \lambda \cdot f, \tag{15-2a}$$

Da sich Photonen mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten, gilt für Lichtwellen in Ausbreitungsrichtung  $v_{ph} = c$  und damit  $\lambda \cdot f = c$ . Mit Gleichung (15-1) ergibt sich dann

$$E = h \cdot c/\lambda. \tag{15-2b}$$

Mit der Einsteinformel  $E = m \cdot c^2$  kann man einem Photon gemäß seiner Energie nach (15-2b) formal auch eine Masse der Größe

$$m_{\text{pho}} = E/c^2 = h / (c \cdot \lambda) \quad (15-2c)$$

zuordnen. Der Impuls  $I$  des Photons in Ausbreitungsrichtung ist dann das Produkt aus dieser Masse und der Geschwindigkeit  $c$ , also gilt

$$I = m_{\text{pho}} \cdot c = h/\lambda. \quad (15-2d)$$

Mit der Wellengleichung (15-2) und den Beziehungen  $E = h \cdot f$  und  $I = h/\lambda$  (nach (15-1) und (15-2d)) hat man eine vollständige Beschreibung des Photons gefunden, welche die eine Wellen charakterisierenden Größen Frequenz und Wellenlänge mit den ein Korpuskel beschreibenden Größen Energie und Impuls miteinander verknüpft. Formal erhält man auch  $E = v_{\text{ph}} \cdot I$ . Da aber Impuls und Phasengeschwindigkeit Vektoren sind, gilt das nur für die Beträge, eine generell gültige Energie-Impuls-Beziehung ergibt sich aber über die Quadrate zu

$$E^2 = v_{\text{ph}}^2 \cdot I^2 = c^2 \cdot I^2. \quad (15-2e)$$

Soweit hier zum Wellenkonzept. Mehr dazu findet sich in den folgenden beiden Kapiteln.

Nach Einsteins Arbeit zum photoelektrischen Effekt gab es keinen Zweifel mehr daran, dass Licht, das seit Maxwell als ein reines Wellenphänomen gedeutet wurde, sich zumindest bei Wechselwirkungen mit anderen Teilen der Welt, als Ansammlung einzelner Photonen manifestierte und deshalb auch als Strom von Korpuskeln gedeutet werden konnte. Auch Max Planck schloss sich schließlich der Vorstellung von Lichtquanten an, wenn auch erst viele Jahre nach Einsteins Veröffentlichung im Jahre 1905. Natürlich handelt es sich hier schon um etwas eigentümliche Teilchen. Sie tragen zwar Bewegungsenergie mit Lichtgeschwindigkeit durch den Raum, wenn man ihnen diese aber nimmt, wenn man sie also „anhält“, etwa durch eine Wechselwirkung mit Elektronen in einer Metallplatte, dann geben sie nicht nur diese Energie ab, sondern verschwinden dabei gleich vollständig. Sie bestehen offenbar nur aus Bewegungsenergie, verfügen über keine Ruhenergie  $E_0$  und damit auch über keine „Ruhmasse“, was bei anderen Korpuskeln wie Protonen, Neutronen und Elektronen sowie bei allen meso- und makroskopischen Körpern bekanntlich der Fall ist. Mit der notwendig gewordenen Deutung des Lichts, es auch als aus (wenn auch seltsamen) Teilchen bestehend zu deuten, hatte man sich jetzt aber das Problem eingehandelt, die scheinbar doppelte Natur des Lichtes, einerseits als maxwellsches Wellenphänomen und andererseits als einsteinsches Korpuskel, erklären zu müssen. Diesem Problem werden wir uns später noch widmen. Zunächst müssen wir uns aber das Konzept der Materiewellen ansehen.

### 15.3 Über das Konzept der Materiewellen

Wie wir im letzten Kapitel gesehen hatten, formulieren die Gleichungen (15-1/2) Beziehungen zwischen den mechanischen Größen Energie und Impuls eines ruhmasselosen Lichtteilchens und den Parametern Frequenz und Wellenlänge einer dem Teilchen zuzuordnenden elektromagnetischen Welle. Da nun aber auch Teilchen *mit* Ruhmasse wie z.B. Elektronen ebenso durch Ihre Energie und ihren Impuls mechanisch vollständig beschrieben sind, liegt der Gedanke nahe, Gleichung (15-2) auch für andere als Lichtteilchen anzuwenden und diese dann ebenso als Wellenphänomen zu deuten. Genau diese Idee hatte der französische Physiker Louis-Victor de Broglie (1892-1987), als er im Jahre 1924 sein Konzept von den Materiewellen veröffentlichte. Die Charakteristika der Materiewelle eines massebehafteten Teilchens ergeben sich nach de Broglie aus den Gleichungen  $E = h \cdot f$  und  $I = h/\lambda$ , indem man darin für  $E$  und  $I$  die Einstein'schen relativistischen Beziehungen für die Gesamtenergie und den Impuls des Teilchens (siehe auch die Gleichungen in Kapitel 6.2.1) wie folgt einsetzt:

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 = h \cdot f \quad \text{und} \quad (15-3)$$

$$I = \gamma \cdot m \cdot v = h / \lambda. \quad (15-4)$$

Darin ist  $m$  die Ruhmasse des Teilchens, von den Physikern meist auch nur mit „Masse“ bezeichnet. Mit  $v$  ist hier die Geschwindigkeit des Teilchens gegenüber dem Beobachter gemeint,  $\lambda$  ist die Wellenlänge in Bewegungsrichtung des Teilchens und damit der Welle,  $I$  der Impuls des Teilchens in Richtung von  $v$ ,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $\gamma$  der relativistische Faktor  $[1-(v/c)^2]^{-1/2}$ , den wir schon in Kapitel 6 kennengelernt hatten.  $\gamma$  liegt bei im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit kleinen Teilchengeschwindigkeiten  $v$  sehr nahe bei 1, und kann deshalb in diesen Fällen vernachlässigt werden. (Korrekt ausgedrückt sind  $v$ ,  $I$  und  $c$  natürlich Vektoren, was in der obigen vereinfachten Darstellung nicht deutlich wird). Aus (15-3/4) ergeben sich für Frequenz und Wellenlänge einer Materiewelle die zwei Beziehungen:

$$f = \gamma \cdot m \cdot c^2 / h \quad \text{und} \quad \lambda = h / (\gamma \cdot m \cdot v). \quad (15-5) \text{ und } (15-6)$$

Mit diesen Werten beschreibt dann Gleichung (15-2) auch die de-Broglie-Welle einer bewegten Masse. Aus den obigen Gleichungen ergibt sich ferner analog zu Gleichung (15-2e) die entsprechende Energie-Impuls-Beziehung

$$E^2 = v_{\text{ph}}^2 \cdot I^2 = (m \cdot c^2)^2 + c^2 \cdot I^2. \quad (15-6a)$$

Die Welle breitet sich in Bewegungsrichtung des Teilchens aus, und die Phasengeschwindigkeit in diese Richtung ist mit  $v_{\text{ph}} = f \cdot \lambda = E/I = c^2/v$  bei Materiewellen auch in Ausbreitungsrichtung immer größer als die Lichtgeschwindigkeit. Bei Photonenwellen ist die Phasengeschwindigkeit in Ausbreitungsrichtung gleich der Lichtgeschwindigkeit, nur in Nebenrichtungen ergeben sich größere Werte. Weil Geschwindigkeit und Impuls ja Vektoren sind, was in den obigen Gleichungen nicht zum Ausdruck kommt, sei der mathematischen Korrektheit willen hier noch ergänzt, dass deshalb auch der Kehrwert der Wellenlänge als Vektor aufzufassen ist, dessen Richtung der Bewegungsrichtung  $v$  des Teilchens entspricht. In der Literatur wird deshalb in den Wellengleichungen wie (15-2) meist der mit  $2\pi$  multiplizierte Kehrwert der Wellenlänge als Wellenzahl-Vektor verwendet und dann auch  $x$  als ein dreidimensionaler Vektor eingesetzt. Das Wellenpaket als Ganzes bewegt mit der Gruppengeschwindigkeit  $v_g = dE/dI$ , was nach Gleichung (15-6a) den Wert  $v$  ergibt, und damit gilt  $v_{\text{ph}} \cdot v_g = c^2$ .

Die Deutung von massiven Teilchenströmen als Materiewellen ist auch praktisch nutzbar, z.B. in Elektronenmikroskopen, bei denen Elektronenstrahlen anstelle von Lichtstrahlen verwendet werden. Elektronenmikroskope liefern eine höhere Auflösung und erlauben damit auch höhere Vergrößerungsfaktoren als Lichtmikroskope, weil bewegte Elektronen nach Gleichung (15-6) viel kleinere Wellenlängen haben können als Lichtquanten. Die obigen Gleichungen gelten grundsätzlich für alle Teilchen und Körper, welche Ruhmasse sie auch immer haben. So hat man auch schon bei gegenüber Elektronen ganz erheblich massereicheren Objekten, wie etwa den Fullerenen (das sind Moleküle aus 60 Kohlenstoffatomen), an Beugungsgittern Effekte beobachten können, die das Wellenmodell bestätigen. 1929 erhielt de Broglie zusammen mit O.W. Richardson für die Arbeiten zu Materiewellen den Nobelpreis. Seit deren Arbeiten war nun klar, dass man jedes beliebige Korpuskel, mit oder ohne Ruhmasse mit einem verallgemeinerten Wellenkonzept beschreiben kann. Und zwar mit harmonisch-periodischen Elementarwellen gemäß Gleichung (15-2), für deren Beschreibung man die Amplitude, ihre Frequenz und ihre Wellenlänge (oder genauer: den Wellenzahl-Vektor) braucht. Hinzu kommt noch u.U. der Spin (eine Art „Drehsinn“ der Teilchen), der die Polarisation der Welle festlegt. Etwas mehr zum Spin findet sich in Kapitel 15.5.

Im nächsten Kapitel wird die in der Quantenmechanik übliche komplexe Darstellung von Wellenfunktion eingeführt und diese Funktion als Wahrscheinlichkeitswelle gedeutet.

## 15.4 Das verallgemeinerte komplexe Wellenkonzept und die Kopenhagener Deutung

In den Kapiteln 15.2 und 15.3 hatten wir bereits das Konzept von Wellen eingeführt. Wir wollen hier jetzt etwas mehr in die Tiefe gehen. Unter einer Welle versteht man allgemein ein im Raum ausgedehntes und in diesem mit einer bestimmten Zeitperiode oder Frequenz schwingendes und einer bestimmten Raumperiode oder Wellenlänge fortschreitendes periodisches Muster, so wie etwa eine Wasserwelle auf der Wasseroberfläche. Wenn diese Muster die Form von Sinus- oder Kosinus-Funktionen haben (was bei Wasserwellen allerdings nicht der Fall ist), dann spricht man von harmonischen Schwingungen und Wellen, was wir mit Gleichung (15-2) für Licht- und Materiewellen ja bereits angenommen hatten. Wie wir an Wasserwellen aber gut beobachten können, sind Wellen im Allgemeinen nicht im strengen Sinne periodisch. So schwächen sich ihre Amplituden mit der Ausbreitung durch Ausweitung auf der Oberfläche und durch Dämpfungsverluste ab und sie sind auch meist örtlich begrenzt durch Hindernisse und die Begrenzungen des Gewässers. Man kann aber auch solche nichtperiodischen und auch nicht Sinus- oder Kosinus-förmigen Wellenmuster mit Hilfe der Fourier-Transformation in eine unendliche Summe streng periodischer, in Raum und Zeit unbegrenzter harmonischer Wellen zerlegen. Diese harmonische Zerlegung spielt in der Quantenmechanik eine wichtige Rolle, wir werden deshalb später noch näher darauf eingehen.

In den letzten beiden Kapiteln hatten wir bereits gelernt, dass man sich einen Strom von Licht auch als Bündel aus elementaren Teilen, sogenannten Lichtquanten, vorstellen kann, dass man jedes dieser Korpuskel auch als elementare harmonische Welle nach Gleichung (15-2) mit der der Farbe des Lichtstrahls entsprechenden Frequenz und der zugehörigen Wellenlänge beschreiben kann und dass dasselbe nicht nur für masselose Photonen, sondern auch für massebehaftete bewegte Körper gilt. Je nach Wahl des Orts- und Zeitnullpunktes haben diese Teilchenwellen einen Sinus- oder Kosinus-förmigen Verlauf oder etwas dazwischen (in Kapitel 15.2 hatten wir uns für den Kosinus entschieden). Da die Wahl der Nullpunkte der Orts- und Zeitvariablen mathematisch unerheblich ist, verwendet man in der Physik eine komplexe Wellenformel, deren Realteil einer Kosinuswelle und deren Imaginärteil einer Sinuswelle entsprechen und mit der sich auch eleganter rechnen lässt (was ja auch in der Elektrotechnik auf die komplexe Wechselstromrechnung zutrifft). Der Einfachheit halber wollen wir weiterhin annehmen, dass wir es nur mit einer einzigen Raumkoordinate  $x$  zu tun haben, entlang derer sich das Teilchen und damit auch die zugehörige Welle bewegen möge. Die elementare (komplexe) Welle eines Teilchens (Photon oder bewegte Masse) lässt sich dann schreiben als

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 \cdot \exp[2\pi i \cdot (f \cdot t - x/\lambda)]. \quad (15-7)$$

Mit Hilfe der Gleichungen  $E=h \cdot f$  und  $I=h/\lambda$  kann man die Wellenfunktion auch in der Form

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 \cdot \exp[(2\pi i/h) \cdot (E \cdot t - I \cdot x)] \quad (15-8)$$

schreiben. Darin bedeuten  $\exp[z] = e^z$  die Exponentialfunktion ( $e$  ist die Euler'sche Zahl),  $i$  die imaginäre Einheit (Wurzel aus der negativen Zahl  $-1$ ),  $\pi$  die Kreiszahl,  $h$  das plancksche Wirkungsquantum,  $f$  die Frequenz,  $E$  die Teilchenenergie,  $\lambda$  die Wellenlänge und  $I$  den Teilchenimpuls in Ausbreitungsrichtung der Welle,  $t$  den laufenden Zeitparameter und  $x$  die Orts-Koordinate. Der Term der Exponentialfunktion, man nennt ihn auch Drehterm, ist ein komplexer Zeiger, der sich in der Zahlenebene dreht und für alle  $t$  und  $x$  den Absolutbetrag Eins hat (d.h. die Länge des Zeigers ist Eins).  $\Psi(x,t)$  stellt den Wert der komplexen Wellenfunktion am Ort  $x$  zum Zeitpunkt  $t$  dar und  $\Psi_0$  ist die Amplitude der Welle. Und da  $\exp[i \cdot x] = \cos(x) + i \cdot \sin(x)$  gilt, entspricht der Realteil von (15-7) der Wellendarstellung (15-2) in Kapitel 15.2. Bei drei Raumkoordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  erscheint in Gleichung (15-8) statt des einfachen Pro-

duktes  $I \cdot x$  das Skalarprodukt  $I^x \cdot x + I^y \cdot y + I^z \cdot z$ ; darin sind  $I^x$ ,  $I^y$  und  $I^z$  die drei Koordinaten des Impulses.

Die Funktionen nach (15-7) und (15-8) stellen eine komplexe Wellenbeschreibung dar, die zusammen mit den Gleichungen des Kapitels 15.2 für Photonen und denen des Kapitels 15.3 für massive bewegte Teilchen gilt.

**Anmerkung:** In den obigen Gleichungen wird – wie schon gesagt – der vektorielle Charakter der Größen Geschwindigkeit und Impuls nicht immer deutlich. In (15-7) müsste z.B. korrekterweise statt  $x/\lambda$  das Skalarprodukt aus dem dreidimensionalen Ortsvektor und dem Wellenzahlvektor erscheinen. Diese Unsauberkeiten können zu Ungereimtheiten führen. Der Autor möchte aber dennoch bei der gewählten einfachen Darstellung bleiben. Und wenn sich z.B. aus *formalen* Gründen (etwa bei einer Fourier-Analyse) bei Teilwellen negative Frequenzen und damit über  $E = h \cdot f$  auch formal negative Energien ergeben, ist dem Autor bisher leider nicht wirklich klar geworden, ob und wann das auch tatsächlich *physikalisch* negative Energien bedeutet oder evtl. auch nur als rückwärts laufende Wellen mit positiver Energie interpretiert werden kann oder muss. Wenn die Energie  $E$  freier Teilchen tatsächlich (wie bei manchen virtuellen Teilchen) als physikalisch negativ anzunehmen ist, oder sogar als imaginär (wie bei der Higgs-Theorie, siehe Kapitel 15.9), dann sieht der Autor auch da Spielräume der Interpretation bzgl. Laufrichtung und Impuls der Welle. Wenn solche Spielräume oder Mehrdeutigkeiten bestehen, wird im Folgenden darauf hingewiesen werden.

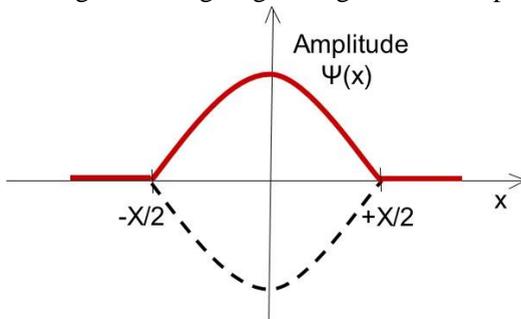
Gleichungen (15-7/8) gelten für sogenannte *freie Teilchen*, von denen man lediglich weiß, dass sie existieren, und denen in Raum und Zeit keinerlei Beschränkungen oder Begrenzungen (wie etwa durch das Ufer bei Wasserwellen, eine Blende oder ähnliches bei Lichtwellen) auferlegt sind. Bei den Größen  $E$  und  $I$  in Gleichung (15-8) spricht man auch von der freien oder der natürlichen Energie und dem freien oder natürlichen Impuls des Teilchens. Sie entsprechen der Energie und dem Impuls, die bei der Entstehung des Teilchens aufgewendet werden mussten. Bei freien Teilchen ist die Amplitude der zugehörigen Welle für alle  $t$  und  $x$  dieselbe. Sind die Teilchen in Raum und/oder Zeit eingegrenzt, dann ergeben sich bei den zugehörigen Wellen über dem Ort und/oder der Zeit variierende Amplituden.

Als Beispiel sei ein verlustloser (eindimensionaler) Hohlraumresonator betrachtet, in dem sich ein Photon (es kann sich prinzipiell auch um ein anderes Teilchen handeln) mit der zugehörigen Wellenlänge  $\lambda$  befindet, aus welchem es nicht entweichen kann und an dessen Wänden es auch nicht absorbiert wird. Der Innenraum des Resonators sei auf den Ortsbereich von  $-X/2$  bis  $+X/2$  begrenzt, wobei die Breite  $X$  gerade der halben Wellenlänge des Teilchens entsprechen möge, also  $X = \lambda/2$ . Da sich das Teilchen nur im Inneren des Resonators befindet, verschwindet seine Welle außerhalb dieses Bereiches. Im Inneren gibt es verschiedene stationäre und instationäre mögliche Lösungen (siehe Kapitel 15.5). Eine der stationären Lösungen kann man sich als Überlagerung einer hinlaufenden Welle  $\Psi_H = (\Psi_0/2) \cdot \exp[2\pi i \cdot (f \cdot t - x/\lambda)]$  und einer rücklaufenden Welle  $\Psi_R = (\Psi_0/2) \cdot \exp[2\pi i \cdot (f \cdot t + x/\lambda)]$  vorstellen, die sich zu einer stehenden, räumlich kosinusförmigen Welle überlagern. Aus der Addition von  $\Psi_H$  und  $\Psi_R$  erhält man mit  $\lambda = 2X$  und der Randbedingung  $\Psi(x,t) = 0$  für alle  $|x| > X/2$  das Ergebnis:

$$\Psi(x,t) = \exp(2\pi i \cdot f \cdot t) \begin{cases} \Psi_0 \cdot \cos(\pi \cdot x/X); & \text{für } -X/2 \leq x \leq +X/2 \\ 0; & \text{sonst} \end{cases} \quad (15-9)$$

Die Amplitude ist jetzt innerhalb des Resonators nicht mehr konstant, sondern variiert kosinusförmig über dem Ort  $x$ . Ihr Verlauf ist in Abbildung 15.-1 dargestellt.

Mit den Größen Impuls und Energie kann man die Wellenfunktion innerhalb des Resonators nach Gleichung (15-9) auch als  $\Psi_0 \cdot \cos[(2\pi/h) \cdot Ix] \cdot \exp[(2\pi i/h) \cdot Et]$  schreiben. Es handelt sich, wie gesagt, um eine stehende Welle, deren Realteil (oder auch den Imaginärteil) man sich wie eine schwingende Saite vorstellen kann, die zwischen den in Abbildung 15.-1 dargestellten Extremwerten (der ausgezogenen und der gestrichelten Linie) hin und her schwingt. Wenn man sich für die zeitliche, in diesem Fall periodische Veränderung nicht interessiert, dann kann man den Drehterm, d.h. die Exponentialfunktion, weglassen. In diesem Fall spricht man auch von der zeitunabhängigen Wellenfunktion  $\Psi(x)$ , sie entspricht in diesem Beispiel dem in Abbildung 15.-1 ausgezogen dargestellten Amplitudenverlauf.



**Abbildung 15.-1:**

Amplitude der Wellenfunktion eines Teilchens im Hohlraumresonator

Durch zeitliche Beschränkungen und andere Auflagen kann die Amplitude der Welle auch zeitabhängig werden. Bei dem Hohlraumresonator könnte das z.B. durch Energieverluste passieren, wodurch die Amplitude der Wellenfunktion nach einer Exponentialfunktion der Form  $\exp(-\sigma \cdot t)$  mit positivem  $\sigma$  mit der Zeit abfallen würde. Über andere zeitliche Entwicklungen der Wellenamplituden werden wir im nächsten Kapitel noch sprechen.

Gleichungen (15-7) bis (15-9) zeigen, dass die in einem einzigen Photon oder anderem Teilchen steckende Energie in seiner Wellendarstellung auf einen mehr oder weniger ausgedehnten Raum- und Zeitbereich verschmiert erscheint, obwohl sich das Teilchen bei einer Wechselwirkung (etwa einer Messung) immer nur an einer bestimmten Stelle und dort nur als Ganzes, und niemals nur in Teilen der Gesamtenergie bemerkbar macht. Bruchteile der Teilchenenergie, die sich in Teilen der Welle repräsentieren könnten, lassen sich grundsätzlich nicht beobachten (sie kann es ja auch bei einer gegebenen Frequenz gar nicht geben, was wir bei den Photonen ja in Kapitel 15.2 gelernt hatten). Und das bedeutet, dass man die elektromagnetische Welle eines Photons oder auch die Materiewelle eines massebehafteten Teilchens niemals im Detail vermessen kann. Dieser merkwürdige Umstand wird uns weiter unten noch beschäftigen. Tritt ein Lichtbündel, das ja in der Regel aus sehr vielen Einzelphotonen besteht, mit seiner Umwelt in Wechselwirkung, dann können sich dabei immer nur (wenn überhaupt etwas passiert) eines oder mehrere ganze Photonen manifestieren und wirksam werden. Bei der Wechselwirkung verliert die Wellenfunktion eines sich auf diese Weise realisierenden Photons seine Bedeutung; man kann auch sagen, sie verschwindet genau in dem Moment, in dem sich in der Wechselwirkung das Photon realisiert. Etwa in dem es mittels des photoelektrischen Effekts entdeckt wird oder ein Luftmolekül aufwärmt, mit dem es – salopp gesprochen – zusammengestoßen ist. Dasselbe gilt analog auch für Ströme ruhmassebehafteter Teilchen, denen man ja ebenso über den obigen Formalismus Wellencharakter zuschreibt. Man spricht deshalb auch bei diesen Wechselwirkungen vom *Kollaps* der Wellenfunktion.

Nun stellt sich aber noch die berechtigte Frage, um welche physikalische Größe es sich bei den Wellenfunktionen handeln könnte. Wenn es sich um Photonen handelt, dann stellt die Wellenfunktion eine elektromagnetische Welle dar, bei der man den Real- und den Imaginärteil von  $\Psi$  als elektrische oder magnetische Feldstärken interpretieren kann. Diese Feldgrößen

sind nach den maxwellschen Gleichungen Vektoren, die senkrecht aufeinander und senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung der Welle stehen. Wenn die Ausbreitungsrichtung, wie oben angenommen, die x-Richtung ist, dann weisen die Feldvektoren in zwei orthogonale (d.h. senkrecht aufeinander stehende) Richtungen in der y-z-Ebene. Man spricht deshalb beim Licht auch von Transversalwellen. Das bedeutet, dass die Größe  $\Psi_0$  in den Wellenfunktionen ein Vektor ist, der senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung steht. Die Richtung des elektrischen Feldvektors ist die oben schon genannte Polarisation der Welle oder des zugehörigen Photons. Im Unterschied zu den transversalen gibt es auch sogenannte Longitudinalwellen, wie man sie beim Schall beobachtet. Bei diesen liegt der Feldvektor parallel zur Ausbreitungsrichtung (wie etwa die *Schallschnelle* in der Akustik).

Wie sieht es nun mit den Materiewellen aus? Als was kann man diese interpretieren? Aus den obigen Gleichungen sehen wir, dass sie einem ähnlichen Formalismus genügen wie die Lichtwellen. Man darf deshalb vermuten, dass Materiewellen vielleicht nicht exakt dasselbe wie elektromagnetische Wellen, aber doch zumindest stark mit ihnen verwandt sind. Ein Indiz in diese Richtung findet sich in [68], außerdem legt dies auch die Funktion von Elektronenmikroskopen nahe. Die Vermutung wird auch durch die Feldgleichungen bestärkt, die wir im nächsten Kapitel besprechen werden. Dort findet sich auch noch etwas mehr zu dieser Frage. Von großem praktischem Nutzen ist eine solche Interpretation der Materiewellen aber wohl auch nicht, denn, wie bei der Wellenfunktion eines Photons, lässt sich auch die Wellenfunktion eines massebehafteten Teilchens niemals im Detail ausmessen, bei einer Beobachtung oder Wechselwirkung manifestiert sich immer nur das ganze Teilchen oder es passiert gar nichts.

Halten wir also fest: Die Wellenfunktionen einzelner Teilchen lassen sich nicht vermessen, weder die von Photonen noch die irgendwelcher anderer, auch massebehafteter Teilchen. Was misst man dann aber, wenn man etwa in dem oben beschriebenen Hohlraumresonator mit einem Feldstärkemessgerät im Wellenbauch in der Mitte des Resonators eine hohe und hin zu den Rändern eine kleinere Feldstärke feststellt? Zunächst muss man wissen, dass in der Praxis, in einem schwingenden Hohlraumresonator sich nicht nur ein einzelnes Photon der betreffenden Frequenz befindet, sondern im Allgemeinen sehr, sehr viele; und jedes davon stellt eine Einzelwelle dar, die alle der Gleichung (15-9) gehorchen (man sagt auch, sie sind kohärent zueinander). Wenn nun das Feldstärkemessgerät einen hohen Messwert anzeigt, wie im Wellenbauch, dann heißt das, dass sich dort pro Zeiteinheit viele dieser Einzelwellen im Messfühler als Photonen realisiert haben. Und wenn es einen kleineren Messwert anzeigt, wie in der Nähe eines Nullpunkts der stehenden Welle, dann haben sich nur wenige dieser Teilchen pro Zeiteinheit als Photonen gezeigt. Damit können wir zweierlei festhalten:

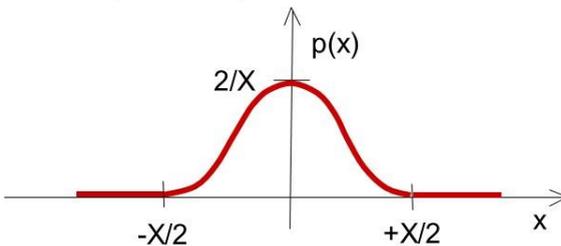
- 1.) Was ein Feldstärkemessgerät anzeigt, ist die Anzahl derjenigen Teilchen, die sich pro Zeiteinheit in der Messspitze manifestiert haben und deren Teilwellen bei diesem Vorgang aus dem Wellenbündel verschwunden sind (was dieses „Verschwinden“ bedeutet, werden wir weiter unten noch diskutieren).
- 2.) Die zeitliche Dichte des Auftretens von Teilchen an einer Stelle im Raum wächst monoton mit der Größe der Amplitude der zugehörigen Wellenfunktion an dieser Stelle.

Die genannte zeitliche Dichte kann man bis auf einen Normierungsfaktor als Wahrscheinlichkeitsdichte für das Auftreten eines Teilchens an dieser Stelle interpretieren. Und der genannte monotone Zusammenhang zwischen Amplitude und Dichte ist, wie man in der Praxis nachweisen kann, ein quadratischer. Das heißt also, dass das Quadrat der Amplitude einer Wellenfunktion und damit das Betragsquadrat der ganzen Wellenfunktion als (im Allgemeinen zeitlich-räumliche) Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion interpretiert werden kann, die uns sagt, mit welchen Wahrscheinlichkeiten bei einer Wechselwirkung an den durch die Welle be-

schriebenen Orten und Zeiten mit dem Auftreten eines Teilchens zu rechnen ist. Das gilt nun nicht nur für Lichtwellen, sondern genauso für Materiewellen, und nicht nur für einen Teilchenstrom aus vielen, sondern auch für den Fall eines einzelnen Teilchens. Es ist übrigens heute kein Problem mehr, auch beim Licht einzelne Teilchen auszusenden, also so kleine Energien zu erzeugen, die einem einzelnen Lichtquant entsprechen, und an denen man dann entsprechende Beobachtungen anstellen kann. Wenn sich also nur ein einzelnes Photon (oder ein anderes Teilchen) in dem oben diskutierten Hohlraumresonator befindet, dann beschreibt das Betragsquadrat der Wellenfunktion nach Gleichung (15-9) die Wahrscheinlichkeiten, mit denen dieses Teilchen an den verschiedenen Stellen innerhalb des Resonators bei einer Messung auftauchen würde. Für den Hohlraumresonator ergibt sich aus Gleichung (15-9) durch Bildung des Betragsquadrats und Normierung die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$p(x) = \begin{cases} (2/X) \cdot \cos^2(\pi \cdot x/X) = (4/\lambda) \cdot \cos^2(2\pi \cdot x/\lambda); & \text{für } -X/2 \leq x \leq +X/2 \\ 0; & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{mit } X = \lambda/2 = h/(2 \cdot I) \quad (15-10)$$

Durch die Normierung wird sichergestellt, dass das Integral von  $p(x)$  über alle  $x$  den bei Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen zu fordernden Wert Eins hat. Gleichung (15-10) ist in Abbildung 15.-2 dargestellt.



**Abbildung 15.-2:**  
Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion über dem Ort für ein Teilchen im Hohlraumresonator

Wichtig ist hier festzuhalten, dass man zwar die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für das Auftreten des Teilchens an einer bestimmten Stelle aus den physikalischen Gegebenheiten exakt berechnen kann, wo das Teilchen sich aber im Einzelfall bei einer Messung zeigt, bleibt zufällig. Bei seiner aktuellen Manifestation, gleich wo sie stattfindet, erscheint das Teilchen an der Messvorrichtung, wobei seine abstrakte Beschreibung als Welle verschwindet, oder korrekter gesagt, zusammenbricht. Bei vielen wiederholten Versuchen mit dem gleichen Hohlraumresonator mit jeweils nur einem Teilchen darin werden sich die Auftrittshäufigkeiten der vorausberechneten Dichtefunktion annähern.

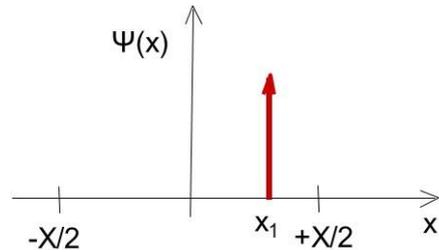
Die mögliche Interpretation der Wellenfunktionen als elektromagnetische Wellen oder Ähnliches, bei denen man die Amplituden als elektrische Feldstärken oder andere physikalische Größen zu verstehen hätte, erscheint in diesem Lichte von untergeordneter Bedeutung. Quantenmechaniker sprechen deshalb bei den Wellenfunktionen auch von Wahrscheinlichkeitswellen, weil sie als komplexe Wurzeln von Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen aufgefasst werden können.

***Diese Interpretation stellt auch den wesentlichen Teil der Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik dar*** [70]. Mit ihr kann man nun den Mess- oder Beobachtungsvorgang auch noch etwas anders deuten. Solange man im Hohlraumresonator keine Messung angestellt hat, weiß man nur, dass man im Falle einer Beobachtung das Teilchen irgendwo innerhalb des Resonators finden kann; mit kleiner Wahrscheinlichkeit am Rand und mit größerer im mittleren Bereich, gemäß der in Abbildung 15.-2 gezeigten Dichtefunktion. Wenn man dann aber das Teilchen an einer Stelle, sagen wir  $x_1$ , entdeckt hat, dann weiß man in diesem Moment sicher (also mit 100% Wahrscheinlichkeit), dass es sich an dieser Stelle und nirgendwo anders

befindet. Die in diesem Moment gültige Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $p(x)$  muss also für alle  $x$ -Werte ungleich  $x_1$  verschwinden, d.h. Null sein. Solche impulsförmigen Dichtefunktionen nennt man Dirac'sche Deltafunktionen, die üblicherweise mit dem Symbol  $\delta$  bezeichnet werden.  $\delta(x)$  bedeutet einen solchen Impuls bei  $x = 0$  und  $\delta(x-x_1)$  einen an der Stelle  $x = x_1$ . Das Integral über der Funktion (d.h. die „Fläche“ unter der Deltafunktion) hat den Wert Eins. Wenn wir also an der Stelle  $x_1$  das Teilchen festgestellt haben, dann gilt für die Wahrscheinlichkeitsdichte über dem Ort  $p(x) = \delta(x-x_1)$ , und damit ist auch in dem Messmoment die (zeitunabhängige) Wellenfunktion selbst auf einen Impuls an der Stelle  $x_1$  zusammengebrochen (siehe Abbildung 15.-3). Deshalb spricht man bei diesem Vorgang auch vom *Kollaps der Wellenfunktion*.

**Abbildung 15.-3:**

Wellenfunktion über dem Ort kurz nach der Entdeckung des Teilchens an der Stelle  $x_1$



Am Anfang des Buches hatten wir alles das in die Transzendenz verwiesen, was wir in der immanenten Welt nicht beobachten können. In diesem Kapitel haben wir nun gesehen, dass man die Wellenfunktion eines Teilchens nicht ausmessen, also nicht im Detail beobachten kann, auch nicht ihren Realteil. Bei einem Versuch, dies zu tun, passiert entweder nichts oder es zeigt sich das ganze Teilchen, niemals ein Stück aus seiner Welle. Und wenn sich das Teilchen zeigt, dann verschwindet die zugehörige Welle. Damit müssen wir die Wellenfunktion als ein transzendentes Konstrukt auffassen. Auch ihre Betragsquadrate, die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen, liegen im Transzendenten, können dort aber an der Grenze zum Immanenten angesiedelt vorgestellt werden, weil man sich (wie in Kapitel 10 besprochen) der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit der in der Immanenz auszählbaren relativen Häufigkeit desselben mit steigender Anzahl von Einzelbeobachtungen beliebig gut annähern kann.

Nach diesen Überlegungen können wir das in Kapitel 15.1 bereits erwähnte Postulat der so genannten dualen Natur des Lichtes relativieren, das als Relikt aus den Anfängen der Quantenmechanik immer noch in der Literatur zu finden ist. Genau genommen muss man es als **Irrtum** bezeichnen. Es besagt, dass Licht, je nachdem wie man es beobachte, sich einmal als Welle und ein anderes Mal als Korpuskel „zeige“. Wie wir oben aber gesehen haben, kann man das einem Photon zugeschriebene transzendente Konstrukt einer Welle **gar nicht vermessen**. Sie „zeigt“ sich uns also gar nicht, wie das aber in dem Postulat behauptet wird. Wenn wir etwas an Licht beobachten oder messen, dann sind es immer eines oder mehrere Photonen, die den Messeffekt verursachen, wobei mit dem Auftreten oder Wirksamwerden eines der betreffenden Photonen an einem bestimmten Ort die ihm vor der Beobachtung zugeordnete (abstrakte-transzendente) Welle verschwindet und zu einer Impulsfunktion an diesem Ort kollabiert. *Licht zeigt sich also bei Beobachtungen (d.h. in der Immanenz) immer nur als Strom von Teilchen, niemals als Welle.* Das wird noch deutlicher bei Strömen von massebehafteten Teilchen, etwa von Elektronen oder auch von sehr viel größeren Gebilden wie den schon erwähnten Riesenmolekülen, den Fullerenen, oder gar von Schrotkugeln, die man ebenso als Welle beschreiben, aber immer nur als Partikel wahrnehmen kann. Dennoch ist das abstrakte, transzendente Konstrukt der Wellenfunktion und seine Interpretation als Wahrscheinlichkeitswelle sehr hilfreich und auch notwendig für die Berechnung der in realen Situationen zu erwartenden Erscheinungen, wie wir das am Beispiel des Hohlraumresonators oben bereits gezeigt hatten und an weiteren Beispielen später noch sehen werden. Das Konzept der Wel-

lenfunktion erlaubt uns dabei (nur) die Berechnung von transzendenten Größen wie Erwartungen, Möglichkeiten und Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten gewisser Fakten, nicht aber – wie mit den Formeln der klassischen Physik – die Vorausberechnung der Fakten selbst.

Vielleicht darf man sogar von einer dualen Natur des Lichtes (und ebenso von Strömen beliebiger anderer Teilchen) sprechen. Dann muss man aber dazusagen, dass sich im Immanenten, also in unserer Welt, bei Beobachtungen letztlich nur die Korpuskelnatur zeigt. Die Wellennatur sollte man besser nur als transzendente Berechnungs- und Erklärungshilfe deuten. Die Deutung von Licht als Teilchen hat auch noch den Vorteil, dass man sich ihre Bewegung im Vakuum problemlos vorstellen kann, nicht aber bei einer Welle. Dennoch gibt es Anwendungen, bei denen es Sinn macht, sich die Wahrscheinlichkeitswellen doch als *reale*, etwa elektrische, Feldstärken zumindest vorzustellen. Das ist z.B. bei den Elektronenmikroskopen sinnvoll und auch bei den Quantencomputern hilfreich, deren Funktion man sich gut als Überlagerungen und Verknüpfungen solcher Felder erklären kann. Mehr dazu findet sich in Kapitel 15.8.

Ein Beispiel, bei dem sich Teilchenmodell und Wellenmodell zumindest für eine einfache anschauliche Erklärung der Beobachtungen gut ergänzen, ist der **Tunneleffekt**.

In bestimmten Situationen gelingt es atomaren Teilchen, Potentialbarrieren zu überwinden, die höher sind als es ihrer freien Energie  $E_0 = h \cdot f_0$  entspricht. Das kann z.B. passieren, wenn ein Teilchen (wie auch seine Welle) senkrecht auf eine ebene Trennwand der Dicke  $D$  aus einem Material trifft, in dem sich Wellen mit der Frequenz  $f_0$  zwar nach (15-10a) ausbreiten können, aber dabei durch den Faktor  $\exp(-x/d)$  gedämpft werden.

$$\psi_d = \psi_0 \cdot \exp[(2\pi i) \cdot (f_0 \cdot t - x/\lambda_m)] \cdot \exp(-x/d), \quad d > 0. \quad (15-10a)$$

Solche Lösungen der Maxwellgleichungen gibt's z.B. in elektrisch leitfähigen Materialien. In der Gleichung ist  $\lambda_m$  die Wellenlänge im Material (sie ist kleiner als im Vakuum) und  $d$  die sogenannte Eindringtiefe. Diese steigt monoton mit dem spezifischen Widerstand des Materials, ist also bei leitenden Materialien sehr klein und damit der Dämpfungsfaktor entsprechend groß. Die am Ende der Wand (bei  $x=D$ ) vorliegende Schwingung mit der Amplitude

$$A = \psi_0 \cdot \exp(-D/d) \quad (15-10b)$$

löst hinter der Wand wieder eine Freiraumwelle von der gleichen Form wie vor der Wand aus, aber mit einer um den Faktor  $\exp(-D/d)$  kleineren Amplitude. Es werden sich deshalb auch hinter der Wand Teilchen mit der Energie  $E_0$  zeigen - da die Amplitude  $A$  kleiner ist als  $\psi_0$ , sind das aber weniger als vor der Wand. Ferner hat die Welle durch die Reduktion ihrer Amplitude beim Durchgang durch die Wand Energie verloren. Wie man sieht, zeigen sich hinter der Wand (solange  $A > 0$  ist) auch dann noch Teilchen, wenn dieser Verlust an Wellenenergie größer ist als die Energie  $E_0$  des Teilchens. Und das ist der Grund, warum man in diesem Fall von einer „Untertunnelung“ der Barriere durch das Teilchen sprechen kann.

Diese Erklärung hat allerdings einen Haken und ist deshalb vielleicht nicht ganz korrekt. Sie unterscheidet nämlich zwischen zwei Energiebegriffen: der Energie des Teilchens  $E_0 = h \cdot f_0$  und der seiner Welle, die mit dem Quadrat der Amplitude steigt und mit der Auftrittswahrscheinlichkeit der Teilchen in Verbindung steht, aber nichts über die Teilchenenergie aussagt. Dem Autor ist nicht klar, wie diese beiden Energiebegriffe zusammenhängen könnten.

## 15.5 Die zeitliche Entwicklung der Wellenfunktionen

Wenn man in einem bestimmten Teil der Natur (etwa an dem im letzten Kapitel als Beispiel betrachteten Hohlraumresonator) eine Wechselwirkung beschreiben und beobachten möchte,

dann interessieren vor der Wechselwirkung die zu diesem Zeitpunkt gültigen Werte der Wellenfunktion für alle in der Anordnung möglichen Orte. Das heißt, es interessiert dann einzig der Schnitt durch die Wellenfunktion  $\Psi(x,t)$  parallel zur Orts-Achse zum Zeitpunkt der aktuellen Wechselwirkung. Dieser Schnitt ist dann nur noch eine Funktion des Ortes, man nennt ihn auch die zeitunabhängige Wellenfunktion. Sie beschreibt mit ihrer Amplitude vollständig die Wahrscheinlichkeiten für alle möglichen Ergebnisse der Wechselwirkung zu dem betrachteten Zeitpunkt, etwa für das Auftreten eines Teilchens an den verschiedenen Orten in einem Hohlraumresonator. Für fortlaufende Zeitpunkte, sagen wir  $t_1, t_2, t_3, t_4, \dots$ , erhält man dann eine Folge von Schnitten durch die Gesamtwellenfunktion, die die Entwicklung der zeitunabhängigen Wellenfunktion beschreibt, solange keine Wechselwirkung stattfindet oder Messung vorgenommen wird. Für den Hohlraumresonator hatten wir im letzten Kapitel mit Gleichung (15-9) eine solche Gesamtwellenfunktion bereits formuliert. Man sieht an der Gleichung, dass sich die Wellenamplitude und damit die örtliche Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für das Auftreten eines Teilchens bei einer Messung mit fortschreitender Zeit nicht mehr verändern. Solche stationären oder „eingeschwungenen“ Zustände lassen sich noch mit recht einfachen Gleichungen beschreiben. Schwieriger wird das bei den Einschwingvorgängen z.B. nach einer Beobachtung oder Wechselwirkung. Diese wollen wir im Folgenden etwas näher beleuchten.

Im letzten Kapitel hatten wir festgestellt, dass man die Entdeckung eines Teilchens (etwa im Hohlraumresonator) als Zusammenbruch der Wellenfunktion auf *den* Ort auffassen kann, an dem das Teilchen entdeckt wurde, und dass man die kollabierte örtliche Wellenfunktion dann als schmalen Impuls (als Delta-Funktion) an diesem Ort beschreiben kann. Nun kann man sich die Frage stellen, was passiert, wenn man das an diesem Ort entdeckte Teilchen nicht aus dem Resonator entfernt, sondern es an der Stelle belässt, an der man es entdeckt hat (oder besser gesagt dort ein neues einbringt) und sich dann vorerst nicht weiter darum kümmert. Die Frage ist also, wie entwickelt sich eine über dem Ort impulsförmige Wellenfunktion in einer gegebenen Umgebung mit der Zeit weiter? Aus dieser Weiterentwicklung könnte man dann ersehen, mit welchen Wahrscheinlichkeiten man das Teilchen bei einer erneuten Beobachtung zu einem späteren Zeitpunkt an den verschiedenen Orten in der gegebenen Anordnung antreffen würde. Es geht also hierbei nicht um einen stationären Fall, sondern darum, nach der „Injektion“ eines Teilchens in eine Anordnung herauszubekommen, wie sich seine anfängliche, in diesem Beispiel über dem Ort impulsförmige Wellenfunktion mit der Zeit verändert.

Um das Ergebnis vorwegzunehmen: Die Impulsfunktion verbreitert sich mit der Zeit. Das bedeutet, dass man das anfänglich an einem bestimmten Ort vorgefundene Teilchen später durchaus auch irgendwo anders wiederfinden kann. Man kann sich das auch so vorstellen, dass das Teilchen sich mit der Zeit über dem Ort „verschmiert“ (diese Vorstellung ist allerdings nicht ganz korrekt, weil nicht das Teilchen selbst verschmiert, sondern seine Wahrscheinlichkeitswelle). Bei Photonen ist das einleuchtend, da man sie nicht an einem Ort festhalten kann. Wenn man sie in einen Resonator injiziert, dann werden sie – hier hilft wieder die klassische Vorstellung einer elektromagnetischen Welle – als Welle darin umherschwirren und dadurch sehr schnell auch an anderen Stellen als dem Injektionspunkt mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit nachweisbar sein. Dass dies aber grundsätzlich auch für ein massives Teilchen gilt, von dem man nach klassischer Vorstellung glaubte, es würde an *der* Stelle ruhend verharren, an die man es einmal gelegt hat, ist schon sehr erstaunlich. Auch massive Teilchen „verschmieren“ offenbar mit der Zeit, sodass man sie aus prinzipiellen Gründen nach einer Zeit der Nichtbeobachtung auch an einer anderen Stelle wiederentdecken kann, als man sie bei der letzten Beobachtung angetroffen hat. Dieser Effekt ist allerdings umso geringer, je massiver die Teilchen sind, und ist für Gegenstände unserer täglichen Lebenswelt auch völlig zu vernachlässigen. So wird ein Felsbrocken, den ich heute hier beobachte, auch nach

100 Jahren an derselben Stelle zu finden sein und nicht etwa aus quantenmechanischen Gründen um einen Meter versetzt. Zur exakten Berechnung dieser Übergänge oder Einschwingvorgänge braucht man die Differentialgleichungen, deren Lösungen die Wellenfunktionen sind. Über diese Gleichungen wollen wir im Folgenden noch etwas ausführlicher sprechen.

Die einem Photon zugeordnete Wahrscheinlichkeitswelle ist, wie wir im letzten Kapitel schon besprochen hatten, als elektromagnetische Welle deutbar. Und elektromagnetische Wellen sind Lösungen der maxwellschen Feldgleichung, einer partiellen Differentialgleichung, die man für den Freiraum (ohne Ladungen und Ströme) aus den zwei maxwellschen Gleichungen sehr einfach ableiten kann. Für den Fall einer nur eindimensionalen räumlichen Abhängigkeit in x-Richtung hat die Feldgleichung die einfache Form

$$c^2 \cdot \Psi_{xx}(x,t) = \Psi_{tt}(x,t). \quad (15-11)$$

Darin bedeutet ein tief gestellter Index die partielle Ableitung nach dem dargestellten Parameter;  $\Psi_{xx}$  bedeutet also die zweimal partiell nach x abgeleitete Wellenfunktion und  $\Psi_{tt}$  die zweimal partiell nach t abgeleitete Wellenfunktion  $\Psi$ . **Bei mehreren Raumvariablen ist in (15-11), wie auch in allen anderen Gleichungen in diesem Buch,  $\Psi_{xx}$  immer durch die Summe der zweifachen Ableitungen von  $\Psi$  nach allen zu berücksichtigenden Raumvariablen zu ersetzen.** Die Wellenfunktionen (15-7/8/9) sind Lösungen dieser Gleichung für Photonen, die keine Ruhmasse haben (d.h.  $m = 0$ ), und bei denen die Beziehung  $\lambda \cdot f = c$  gilt (siehe Kapitel 15.2). Bei Materiewellen gelten die Gleichungen (15-5/6) und damit ergibt sich für das Produkt aus Wellenlänge und Frequenz nicht mehr die Lichtgeschwindigkeit, sondern  $\lambda \cdot f = c^2/v$ , und die Ruhmasse ist nicht mehr Null (d.h.  $m \neq 0$ ). Die Wellenfunktionen (15-7/8/9) sind dann nicht mehr Lösungen der maxwellschen Feldgleichungen, wie man leicht durch Einsetzen zeigen kann. Sie lösen aber (unter Berücksichtigung der Gleichungen (15-3/4)) eine andere Feldgleichung, die sogenannte Klein-Gordon-Gleichung (siehe [68]). Diese Gleichung ist der maxwellschen Feldgleichung ähnlich, enthält aber noch einen zusätzlichen additiven Term, der der Ruhmasse m der Teilchen Rechnung trägt. Die Gleichung lautet (wieder für den Fall nur einer Ortsvariablen x):

$$c^2 \cdot \Psi_{xx}(x,t) = \Psi_{tt}(x,t) + \Psi(x,t) \cdot (2\pi \cdot m \cdot c^2/h)^2. \quad (15-12)$$

(Wie man zu den Gleichungen (15-11) und (15-12) kommt, wird weiter unter noch gezeigt). Wie man sieht, geht die Klein-Gordon-Gleichung im Grenzfall verschwindender Ruhmasse m in die maxwellsche Feldgleichung für den Freiraum über, in welchem Fall man ihre Lösungen als elektromagnetische Felder interpretieren kann. Aus Gründen der Kontinuität darf man dann sicher annehmen, dass man auch zumindest im Falle sehr kleiner Ruhmassen die Lösungen der Gleichung als elektromagnetische Felder interpretieren darf. Die im vorigen Kapitel bereits angesprochene physikalische Verwandtschaft zwischen elektromagnetischen und Materiewellen findet man hier also bestätigt. Es sei ergänzt, dass es im Wesentlichen der Spin (er repräsentiert etwas ähnliches wie eine Eigendrehung) eines Teilchens ist, der zusammen mit der Ruhmasse festlegt, ob es sich bei der zugehörigen Welle um eine transversale wie beim Photon, um eine longitudinale wie beim Schall oder eine Mischform aus beiden handelt, ob also der Faktor  $\Psi_0$  in der Wellengleichung ein Vektor ist, mit oder ohne Komponente in Ausbreitungsrichtung, oder ob es sich um eine skalare Größe handelt. Um welche physikalischen Größen es sich bei den Wellenfunktionen handeln könnte, sagt uns der Spin des Teilchens aber auch nicht. Es sei aber hier nochmals darauf hingewiesen, dass uns diese Interpretation der Materiewellen nicht viel nützt, da man sie ohnehin nicht ausmessen kann. Die einzig vernünftige Interpretation der Wellenfunktionen ist die einer Wahrscheinlichkeitswelle.

In der Literatur (z.B. bei Wikipedia) findet man, die Klein-Gordon-Gleichung gelte nur für Spin 0 Teilchen. Unter den Elementarteilchen wäre das nur das Higgs-Boson und ansonsten

alle größeren Spin-neutralen Gebilde, wie gewisse Atome und Ansammlungen von Atomen. Das ist aber nicht korrekt. Ganz sicher gilt sie auch für Photonen mit dem Spin 1, da sie als Grenzfall für  $m = 0$  auch die maxwellsche Wellengleichung enthält. Und zu den Spin  $\frac{1}{2}$  Teilchen liest man an anderer Stelle bei Wikipedia, dass die Klein-Gordon-Gleichung bei ihnen *doch* eine Rolle spielt. Auf die Gültigkeitsfrage werden wir später nochmal zurückkommen.

Zurück zu den Einschwingvorgängen einer Wahrscheinlichkeitswelle nach einer Beobachtung oder Wechselwirkung, bei der z.B. der Ort eines Teilchens festgelegt wurde. Um diese Einschwingvorgänge zu berechnen, braucht man zunächst die allgemeine Lösung der Klein-Gordon-Gleichung, eine komplizierte Formel, die der Autor dem Leser hier ersparen möchte (siehe [68] und Wikipedia-Internetlexikon <https://de.wikipedia.org/wiki/Klein-Gordon-Gleichung>). Durch Berücksichtigung der aus der Physik der Anordnung gegebenen Randbedingungen (in unserem Beispiel wären das die Abmessungen und Dämpfungseigenschaften des Hohlraumresonators, evtl. vorhandene Potentiale verschiedener Art, Ladungen der Teilchen, etc.) und der Anfangsbedingung, das war in unserem Beispiel die Impulsförmige Orts-Wellenfunktion direkt nach der Beobachtung, lässt sich dann aus der allgemeinen Lösung die sich ab diesem Anfangszeitpunkt entwickelnde Gesamtwellenfunktion  $\Psi(x,t)$  berechnen. Das geht natürlich auch mit anderen als impulsförmigen Wellenfunktionen als Anfangsbedingung, was bei anderen als dem hier betrachteten Resonator-Experiment auch durchaus der Fall ist.

Wenn sich die Physik der Anordnung (z.B. die Abmessungen des Resonators) mit der Zeit nicht verändert, dann strebt die Wellenfunktion mit der Zeit gegen eine stationäre Lösung. Meistens gibt es mehrere verschiedene stationäre Lösungen, die auch überlagert vorkommen können. Welche sich realisiert, hängt unter anderem auch von dem Ort im Resonator ab, an dem das Teilchen injiziert wurde. Eine der möglichen stationären Lösungen ist auch die mit Gleichung (15-9) im vorigen Kapitel beschriebene stehende Welle.

Schnitte durch die Funktion  $\Psi(x,t)$  entlang der Ortsachse zu bestimmten fortlaufenden Zeiten, etwa bei  $t_1, t_2, t_3, \dots$  u.s.w., stellen die zu diesen Zeiten gültigen zeitunabhängigen Wellenfunktionen

$$\Psi_1(x) = \Psi(x,t_1), \quad \Psi_2(x) = \Psi(x,t_2), \quad \Psi_3(x) = \Psi(x,t_3), \quad \text{u.s.w.}$$

dar, aus denen man dann schließen kann, wo bei einer Beobachtung zu einem dieser Zeitpunkte das Teilchen mit welcher Wahrscheinlichkeit entdeckt werden kann. Wichtig ist hier aber, dass die so für einen Zeitpunkt  $t_i$  berechnete Wellenfunktion nur dann gilt, wenn seit dem Anfangszeitpunkt  $t_0$ , d.h. seit der Beobachtung, die als Anfangsbedingung in die Rechnung eingegangen ist, bis zum Zeitpunkt  $t_i$  keine weitere Beobachtung der Szene, d.h. keine weitere Wechselwirkung mit dem Inneren des Hohlraumresonators stattgefunden hat.

Die Klein-Gordon'sche Feldgleichung erlaubt uns also, die Entwicklung der zeitunabhängigen Wellenfunktionen und damit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen zwischen zwei Beobachtungen bzw. Wechselwirkungen a und b zu berechnen. Wenn die erste Beobachtung die Wellenfunktion  $\Psi_a(x)$  hinterlassen hat, dann ergibt sich über die Feldgleichung eine Wellenfunktion  $\Psi_b(x)$  als Grundlage für die zweite Beobachtung. Der Zusammenhang zwischen beiden ist strikt kausal und auch zeitsymmetrisch. Man kann also nicht nur  $\Psi_b$  aus  $\Psi_a$ , sondern auch umgekehrt  $\Psi_a$  aus  $\Psi_b$  berechnen. Wegen der Linearität der Feldgleichungen ist der Übergang von  $\Psi_a$  nach  $\Psi_b$  auch ein linearer Zusammenhang, bei dem das Superpositionsprinzip gilt. In Kapitel 12 hatten wir bereits recht einfach zeigen können, dass bei jeder noch so komplizierten Abbildung von Ein- auf Ausgangsgrößen der Zusammenhang der zugehörigen Verteilungsdichtefunktionen ein lineares System darstellt. Nun sehen wir hier, dass das offenbar nicht nur für die Wahrscheinlichkeitsdichten selbst, sondern auch für deren komplexe Wurzeln, die Wellenfunktionen, gilt.

Wir hatten das Kapitel 12 mit dem Satz beendet: Jede beliebige Welt ist in probabilistischer Beschreibung mit mathematischer Notwendigkeit vollständig kausal und strikt linear. Wir können diese Aussage hier durch die Feststellung bestätigen und ergänzen, dass unsere Welt auf der Ebene der transzendenten Beschreibung mit quantenmechanischen Wellenfunktionen nicht nur strikt kausal und exakt linear, sondern darüber hinaus auch noch reversibel ist. Wie wir früher schon konstatiert hatten, spielt in einer reversiblen Welt die Zeit aber eigentlich keine Rolle, sie ist also eigentlich zeitlos, da in ihr alles bereits a priori wie auch a posteriori feststeht. Wir können also die transzendente Welt der Wellenfunktionen als eine deterministische, lineare und eigentlich auch zeitlose Welt auffassen.

Bleibt nun noch die Frage, wie man die Differentialgleichungen (15-11) und (15-12) herleitet, deren Lösungen die Entwicklung der Wellenfunktionen beschreiben. Einen Ansatz dazu findet man in der Wellengleichung (15-8). Durch partielle Differentiation nach der Zeit  $t$  und dem Ort (oder, korrekt gesagt, nach dem Ortsvektor)  $x$  erhält man die Korrespondenzen

$$\Psi_t(x,t) = E \cdot (2\pi i/h) \cdot \Psi(x,t) \quad \text{oder} \quad E \cdot \Psi = (h/2\pi i) \cdot \Psi_t \quad (15-13a)$$

$$\Psi_x(x,t) = -I \cdot (2\pi i/h) \cdot \Psi(x,t) \quad \text{oder} \quad I \cdot \Psi = - (h/2\pi i) \cdot \Psi_x \quad (15-13b)$$

und für die zweiten Ableitungen

$$\Psi_{tt}(x,t) = -E^2 \cdot (2\pi/h)^2 \cdot \Psi(x,t) \quad \text{oder} \quad E^2 \cdot \Psi = - (h/2\pi)^2 \cdot \Psi_{tt} \quad (15-13c)$$

$$\Psi_{xx}(x,t) = -I^2 \cdot (2\pi/h)^2 \cdot \Psi(x,t) \quad \text{oder} \quad I^2 \cdot \Psi = - (h/2\pi)^2 \cdot \Psi_{xx} \quad (15-13d)$$

Nun braucht man noch eine Energie-Impuls-Beziehung. Für Photonen hatten wir diese in Gleichung (15-2c) schon zu  $E^2 = c^2 \cdot I^2$  berechnet. Multipliziert man  $E^2 = c^2 \cdot I^2$  mit  $\Psi$  und wendet (15-13c) und (15-13d) an, dann ergibt sich daraus die Maxwellgleichung (15-11). Bei Materiewellen braucht man, um die Ruhenergie der Teilchen zu berücksichtigen, die relativistische Energie-Impuls-Beziehung  $E^2 = c^2 \cdot I^2 + (mc^2)^2$ , die wir in (6-2) und (15-6a) schon angegeben hatten. Multiplikation mit  $\Psi$  und Anwendung von (15-13c) und (15-13d) ergibt die Klein-Gordon-Gleichung (15-12):  $c^2 \cdot \Psi_{xx} = \Psi_{tt} + \Psi \cdot (2\pi \cdot m \cdot c^2/h)^2$ . Und damit sollte sie, um auf die Frage ihrer Gültigkeit zurückzukommen, für alle Teilchen gelten, die der Beziehung  $E^2 = c^2 \cdot I^2 + (mc^2)^2$  genügen. Interessanterweise ähnelt die K.G.-Gleichung der sogenannten *Sinus-Gordon-Gleichung* für kompakte, nicht verlaufende Wellenpakete in nichtlinearen Medien (den *Solitonen*), die man auch gelegentlich auf Wasseroberflächen beobachten kann. Nach Wikipedia lautet diese:  $\zeta_{xx} = \zeta_{tt} + \sin(\zeta)$ . - Eine vielleicht nicht ganz verwunderliche Ähnlichkeit, da die K.G.-Gleichung ja auch kompakte, sich im Raum bewegende Teilchen beschreibt.

In der Abhandlung dieses Kapitels wurden die Sachverhalte etwas vereinfacht dargestellt. Auch wurde verschwiegen, dass es noch andere Feldgleichungen gibt, wie etwa die Dirac-Gleichung, die speziell für Teilchen mit dem Spin  $1/2$  entwickelt wurde. Über diese kann der Autor aber auch nicht qualifiziert sprechen. Auf eine besonders bekannte Gleichung, die sogenannte Schrödingergleichung, soll aber hier doch noch kurz eingegangen werden.

Im Jahre 1926 formulierte der österreichische Physiker Erwin Schrödinger (1887-1961) eine Feldgleichung für Materiewellen, die nicht auf den de Broglie'schen relativistischen Gleichungen (15-5/6), sondern auf den entsprechenden nichtrelativistischen Gleichungen

$$E = mv^2/2 = hf \quad \text{oder} \quad f = m \cdot v^2 / (2h) = E/h \quad (15-14a)$$

$$I = mv = h/\lambda \quad \text{oder} \quad \lambda = h / (m \cdot v) = h/I \quad (15-14b)$$

basieren. Energie und Impuls sind hier also auf die klassische Weise verknüpft in der Form

$$E = I^2/(2m) \quad (15-14c)$$

Gleichung (15-14b) für die Wellenlänge entspricht bei gegenüber der Lichtgeschwindigkeit kleinen Teilchengeschwindigkeiten zwar in guter Näherung der von de Broglie verwendeten

Gleichung (15-6), die Gleichung für die Frequenz weicht allerdings *erheblich* vom de Broglie'schen Ansatz ab. In ihr wird nämlich nur die gegenüber der Ruhenergie  $m \cdot c^2$  des Teilchens meist verschwindend kleine Bewegungsenergie  $E = m \cdot v^2/2$  repräsentiert, was zu erheblich kleineren Frequenzen der Materiewellen führt, als nach De Broglie. In vielen Anwendungen, wie etwa beim Elektronenmikroskop, kommt es aber nur auf die korrekte Erfassung der Wellenlänge an, was ja mit Gleichung (15-14b), zumindest bei nicht allzu großen Teilchengeschwindigkeiten, der Fall ist. Mit diesem Ansatz ergibt sich als Phasengeschwindigkeit der Welle  $v_{ph} = f \cdot \lambda = v/2$ , also – seltsamerweise – die halbe Geschwindigkeit des Teilchens, während beim De-Broglie'schen Ansatz die Phasengeschwindigkeit immer größer ist als die Lichtgeschwindigkeit (siehe Kapitel 15.3). Die Gruppengeschwindigkeit  $dE/dI$  stimmt allerdings mit De-Broglie überein. In der Literatur spricht man bei dem Ansatz (15-14a/b) auch von nichtrelativistischen Materiewellen. Diese Bezeichnung ist zumindest *sehr irreführend*, da man nur dann von einem nichtrelativistischen Ansatz sprechen sollte, wenn sich dieser als Grenzfall für kleine Teilchengeschwindigkeiten aus dem relativistischen de Broglie-Ansatz ergäbe; das ist aber offensichtlich nicht der Fall wegen der nicht berücksichtigten Ruhmasse.

Mit der Energie-Impuls-Beziehung (15-14c) und den Korrespondenzen (15-13a) und (15-13d) erhält man dann die Schrödingergleichung:

$$i \cdot \Psi_t(x,t) = \Psi_{xx}(x,t) \cdot h/(4\pi \cdot m). \quad (15-15)$$

$\Psi_t$  bedeutet darin die nur einmal nach der Zeit partiell abgeleitete Wellenfunktion, die anderen Symbole wurden oben bereits erklärt. Mit der Gleichung konnte man die Spektren des Wasserstoffatoms richtig deuten, und sie reicht auch aus, um die Funktion des Elektronenmikroskops zu erklären. Aber auch das nur eingeschränkt, weil in modernen solchen Geräten die Elektronen bereits Geschwindigkeiten von mehr als 2/3 der Lichtgeschwindigkeit erreichen. Oft findet man in der Gleichung links noch ein Minuszeichen. Dieses gilt, wenn die Wellenfunktionen (15-7) bzw. (15-8) mit einem negativen Vorzeichen im Exponenten dargestellt wird.

*Fazit zur Schrödingergleichung:* Neben der Tatsache, dass in ihr die Gesamtenergie der Teilchen nicht berücksichtigt wird, sondern lediglich ein winziger Bruchteil davon, hat sie – wie oben schon gesagt – gegenüber der Klein-Gordon-Gleichung die Nachteile, dass in ihr bei höheren Teilchen-Geschwindigkeiten auch der Impuls nicht korrekt berücksichtigt ist und nicht auch Teilchen ohne Ruhmasse, wie Photonen, formal mitefasst sind. Außerdem spiegelt sich die nahe Verwandtschaft zwischen Licht- und Materiewellen in der Gleichung nicht wider. Wegen dieser Schwächen kann man der Gleichung, jedenfalls nach Ansicht des Autors, nur einen begrenzten Nutzen zuschreiben. - Mehr dazu siehe Wikipedia-Internetlexikon [69].

Eine Differentialgleichung, in der die Ruhenergie berücksichtigt, die kinetische Energie aber auch nur näherungsweise berücksichtigt ist, lässt sich auf Basis der Taylor-Näherung der einsteinschen Energie-Impuls-Beziehung in der Form

$$E = [(mc^2)^2 + (Ic)^2]^{1/2} \approx mc^2 + I^2/(2m); \quad \text{mit } I = mv \quad (15-15a)$$

entwickeln. Hierbei handelt es sich - im Gegensatz zum Ansatz der Schrödingergleichung - um eine echte nichtrelativistische Näherung an die exakte Energieformel. Für  $v \ll c$  ist die sich ergebende Materiewelle charakterisiert durch folgende Werte von Frequenz, Wellenlänge, Phasen- und Gruppengeschwindigkeit:

$$f \approx mc^2/h, \quad \lambda = h/(mv), \quad v_{ph} \approx c^2/v, \quad v_g = v. \quad (15-15b)$$

Mit den Beziehungen nach (15-13) ergäbe sich damit die partielle Differentialgleichung

$$i \cdot \Psi_t(x,t) = \Psi_{xx}(x,t) \cdot h/(4\pi \cdot m) - \Psi(x,t) \cdot (2\pi mc^2/h) \quad (15-15c)$$

In der Literatur ist dem Autor diese Gleichung allerdings noch nicht begegnet.

**Hinweis:** Neben der kinetischen Energie beeinflussen auch potentielle Energien der Teilchen in z.B. Gravitations- oder elektrischen Feldern die zeitliche Entwicklung ihrer Wellenfunktionen. Diese - in diesem Kapitel nicht berücksichtigten - „Ruhenergien“ würden in den obigen Differentialgleichungen als Summanden mit den Potentialen dieser Felder erscheinen.

## 15.6 Von der Freiheit der Teilchen

### 15.6.1 Über die Beobachtung von Teilchen

Beginnen wir mit einem Beispiel und betrachten eine ebene, in x-Richtung fortschreitende (z.B. Licht- oder Rundfunk-) Welle der Frequenz  $f_0$  und der Wellenlänge  $\lambda_0$ . Jedes Photon dieser Welle gehorcht als freies Teilchen gemäß Kapitel 15.4 dann der Wellenfunktion

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 \cdot \exp[2\pi i \cdot (f_0 \cdot t - x/\lambda_0)] = \Psi_0 \cdot \exp[(2\pi i/h) \cdot (E_0 \cdot t - I_0 \cdot x)]. \quad (15-16)$$

Bei den Größen  $E_0$  und  $I_0$  kann man auch von der natürlichen Energie und dem natürlichen Impuls des freien Photons sprechen. Nehmen wir ferner an, dass wir dieses Teilchen mit seiner Welle in einem „Messfenster“ beobachten wollen, welches auf den Ortsbereich  $\Delta x$  und die Zeitdauer  $\Delta t$  begrenzt ist. Wir betrachten also die Welle durch ein Fenster der Breite  $\Delta x$ , an dem diese vorbeiläuft, welches aber nur für die Zeitspanne  $\Delta t$  geöffnet ist. Die für uns als Beobachter gültige Wellenfunktion  $\Psi_B$  ist dann der auf die (räumliche) Breite  $\Delta x$  des Fensters und seine Öffnungsdauer  $\Delta t$  begrenzte Ausschnitt der Funktion (15-16), also das aus dieser herausgeschnittene Orts-Zeit-Rechteck der Abmessungen  $\Delta x$  und  $\Delta t$ . Dieses Herausschneiden kann man mathematisch durch Multiplikation mit rechteckigen Fensterfunktionen beschreiben. Wählt man als Orts-Nullpunkt die Mitte des Fensters und als Zeit-Nullpunkt die Mitte der Öffnungsphase, dann erhält man für die Wellenfunktion  $\Psi_B$  die Gleichung

$$\begin{aligned} \Psi_B(x,t) &= \text{rect}(t/\Delta t) \cdot \text{rect}(x/\Delta x) \cdot \Psi_0 \cdot \exp[2\pi i \cdot (f_0 \cdot t - x/\lambda_0)] \quad \text{oder} \\ \Psi_B(x,t) &= \text{rect}(t/\Delta t) \cdot \text{rect}(x/\Delta x) \cdot \Psi_0 \cdot \exp[(2\pi i/h) \cdot (E_0 \cdot t - I_0 \cdot x)]. \end{aligned} \quad (15-17)$$

Darin steht  $\text{rect}(z)$  für die erwähnte Rechteckfunktion; sie ist Eins für alle  $z$  zwischen  $-1/2$  und  $+1/2$  und Null für alle  $z$  außerhalb dieses Bereiches. Die zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $p(x,t)$  entspricht dem Betragsquadrat der Wellenfunktion  $\Psi_B$  und damit dem Quadrat des Produktes der Fensterfunktionen über Ort und Zeit multipliziert mit  $\Psi_0^2$ . Da die Quadrate von Rechteckfunktionen wieder Rechteckfunktionen sind, ergibt sich in diesem Fall die in Abbildung 15.-4 dargestellte Dichtefunktion. Nach entsprechender Normierung erhält man für die Orts-Zeit-Dichte die Gleichung

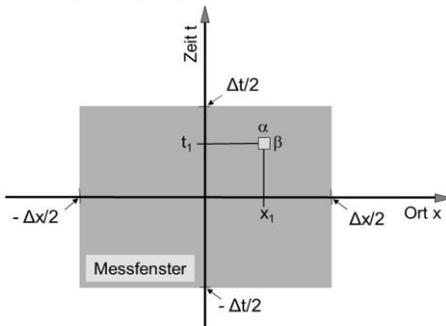
$$p(x,t) = \text{rect}(x/\Delta x) \cdot \text{rect}(t/\Delta t) / (\Delta x \cdot \Delta t). \quad (15-18)$$

Für beliebige Orts-Zeit-Dichtefunktionen  $p(x,t)$  gilt allgemein für die Wellenfunktion der Beobachtung die Gleichung:

$$\begin{aligned} \Psi_B(x,t) &= p^{1/2}(x,t) \cdot \exp[2\pi i \cdot (f_0 \cdot t - x/\lambda_0)] \\ &= p^{1/2}(x,t) \cdot \exp[(2\pi i/h) \cdot (E_0 \cdot t - I_0 \cdot x)]. \end{aligned} \quad (15-19)$$

In Abbildung 15.-4 ist der Wert der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (15-18) als Schwärzungsgrad dargestellt. Dieser Wert, sagen wir an dem Ort  $x_1$  zum Zeitpunkt  $t_1$ , multipliziert mit der Fläche eines Flächenelementes um diese Stelle mit der kleinen räumlichen Ausdehnung  $\alpha$  und der kleinen zeitlichen Dauer  $\beta$  ergibt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in dieser engen Umgebung um den Raum-Zeit-Punkt  $(x_1, t_1)$  ein Teilchen (hier ein Photon) zu erwarten ist. Die Verhältnisse sind in Abbildung 15.-4 angedeutet. Da die Amplitude  $\Psi_0$  der Welle, wie oben angenommen, konstant, also überall im Messfenster die gleiche ist, sind auch der Wert der Wahrscheinlichkeitsdichte und damit auch die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten

eines Photons an den verschiedenen Stellen im Fenster überall gleich, was in der Abbildung durch einen einheitlichen Grauwert dargestellt ist. Außerhalb des Fensters sind für diesen Beobachtungsvorgang die Wellenfunktion und damit auch die Dichtefunktion überall Null.



**Abbildung 15.-4:**

Orts-Zeit- Wahrscheinlichkeitsdichte einer ebenen Welle im Messfenster

Nun lehrt uns die Mathematik, dass man jede Raum-Zeit-Funktion und damit auch unsere Raum-Zeit-Wellenfunktion ein-eindeutig, d.h. fehlerfrei hin und wieder zurück, in eine andere Funktion umrechnen kann, bei der anstelle der Zeit die Frequenz und anstelle des Ortes der reziproke Wert der Wellenlänge als unabhängige Veränderliche auftreten. So wie das Reziproke der Periode einer zeitlichen Schwingung Frequenz genannt wird, so nennt man auch das Reziproke der Wellenlänge einer Raumfunktion die Raumfrequenz, Ortsfrequenz oder auch (i.a. mit  $2\pi$  multipliziert) die Wellenzahl. Die Umrechnung einer Raum-Zeit-Funktion in eine Ortsfrequenz-Zeitfrequenz-Funktion erfolgt über die *Fouriertransformation*, und zwei über diese ein-eindeutig verknüpften Funktionen nennt man ein *Fourierpaar*. Mathematisch lauten die Fouriertransformation und ihre Umkehrung

$$\Phi_B(1/\lambda, f) = \iint \Psi_B(x, t) \cdot \text{Expo}[-2\pi i \cdot (f \cdot t - x/\lambda)] \cdot dx \cdot dt \quad (15-20)$$

$$\Psi_B(x, t) = \iint \Phi_B(1/\lambda, f) \cdot \text{exp}[2\pi i \cdot (f \cdot t - x/\lambda)] \cdot d(1/\lambda) \cdot df. \quad (15-21)$$

Die Integrale erstrecken sich jeweils von  $-\infty$  bis  $+\infty$ .  $\Phi_B$  und  $\Psi_B$  sind Fourierpaare. Die Details dieser Transformation müssen wir hier nicht alle verstehen; zwei Sätze zur Erklärung sollen genügen: Im Falle einer nur zeitabhängigen Funktion (das entspräche dem Verlauf der Wellenfunktion entlang einer Geraden parallel zur Zeitachse) beschreibt die Fouriertransformierte, aus welchen harmonischen Grundschwingungen der verschiedenen Frequenzen (als rotierende komplexe Zeiger oder als deren kosinus- bzw. sinusförmige Real- und Imaginärteile) man sich die Zeitfunktion zusammengesetzt denken kann. Bei einer nur von der Raumkoordinate abhängigen Funktion (das entspräche dem Verlauf der Wellenfunktion entlang einer Geraden parallel zur Ortsachse, d.h. einer zeitunabhängigen Wellenfunktion) beschreibt sie, aus welchen Anteilen derartiger Grund-Ortsfunktionen mit verschiedenen Raumfrequenzen man sich die Ortsfunktion zusammensetzen kann.

Nun wissen wir aber, dass die Zeitfrequenz proportional der Energie eines Partikels und die Ortsfrequenz proportional zu seinem Impuls ist. Durch die Fouriertransformation haben wir also aus unserer Raum-Zeit-Wellenfunktion eine Impuls-Energie-Wellenfunktion gemacht, deren Betragsquadrat jetzt die Wahrscheinlichkeitsdichte von Impuls und Energie  $p(I, E)$  bedeutet. Mit den Beziehungen  $E=h \cdot f$  und  $I=h/\lambda$  kann man Gleichung (15-20) auch in der Form

$$\Phi_B(I, E) = \iint \Psi_B(x, t) \cdot \text{exp}[-(2\pi i/h) \cdot (E \cdot t - I \cdot x)] \cdot dx \cdot dt \quad (15-22)$$

schreiben. Es sei nochmals angemerkt, dass hier in allen Gleichungen eine sich in x-Richtung ausbreitende Welle angenommen wurde und I den Impuls der Welle in genau dieser Richtung bedeutet. Bei beliebigen Richtungen ist I als Vektor einzusetzen, x durch den Ortsvektor  $\mathbf{X} = (x, y, z)$  und  $I \cdot x$  durch das Skalarprodukt  $I \cdot \mathbf{X}$  zu ersetzen. Setzt man in (15-22) für  $\Psi_B$  die rechte Seite der Gleichung (15-19) ein, dann erhält man zunächst das Integral

$$\Phi_B(I,E) = \iint p^{1/2}(x,t) \cdot \exp[-(2\pi i/h) \cdot (E-E_0) \cdot t] \cdot \exp[(2\pi i/h) \cdot (I-I_0) \cdot x] \cdot dx \cdot dt. \quad (15-23)$$

Aus (15-23) ergibt sich dann als Impuls-Energie-Dichte

$$p(I,E) = |\Phi_B(I,E)|^2. \quad (15-24)$$

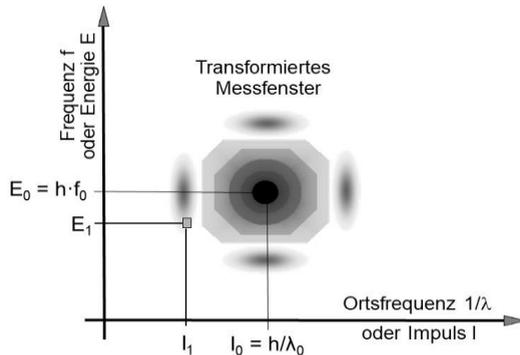
Für den speziellen Fall rechteckförmiger Dichtefunktionen nach Gleichung (15-18) ergibt sich für (15-23) die recht einfach darstellbare Lösung

$$\Phi_B(I,E) = K \cdot \text{si}[\pi \cdot (\Delta t/h) \cdot (E-E_0)] \cdot \text{si}[\pi \cdot (\Delta x/h) \cdot (I-I_0)]. \quad (15-25)$$

Darin steht das Kürzel „si“ für die Funktion  $\text{si}(z) = (1/z) \cdot \sin(z)$ ; K ist eine Konstante. Die Impuls-Frequenz-Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(I,E)$  ist dann das Quadrat der Funktion nach Gleichung (15-25), also

$$p(I,E) \sim \{\text{si}[\pi \cdot (\Delta t/h) \cdot (E-E_0)] \cdot \text{si}[\pi \cdot (\Delta x/h) \cdot (I-I_0)]\}^2. \quad (15-26)$$

Gleichung (15-26) ist in Abbildung 15.-5 grob qualitativ dargestellt. Die ursprüngliche Wahrscheinlichkeitsdichte nach Abbildung 15.-4 sagt uns, mit welchen Wahrscheinlichkeiten wir ein Teilchen zu den verschiedenen Zeiten an den verschiedenen Orten in unserem Messfenster entdecken werden. Die in Abbildung 15.-5 grob dargestellte transformierte Wahrscheinlichkeitsdichte sagt uns, mit welchen Wahrscheinlichkeiten wir Energiewerte sowie Impulswerte in Richtung der Messkoordinate  $x$  an Teilchen messen werden, von denen wir wissen, dass sie sich innerhalb des durch  $\Delta x$  und  $\Delta t$  charakterisierten „Messfensters“ aufgehalten bzw. manifestiert haben müssen, wir sie aber dort *nicht genauer* vermessen haben; d.h. dass wir deren Orts- und Zeitkoordinaten nur mit den Ungenauigkeiten  $\Delta x$  und  $\Delta t$  kennen. Aus der Höhe des „Gebirges“, d.h. aus dem Schwärzungsgrad in der Darstellung in Abbildung 15.-5, etwa an der mit  $I_1$  und  $E_1$  gekennzeichneten Stelle, lässt sich dann, analog zum Vorgehen bei der Orts-Zeit-Dichte die Wahrscheinlichkeit dafür bestimmen, dass man dabei Impuls- und Energie-Werte misst, die in der engeren Umgebung von  $I_1$  und  $E_1$  liegen.



**Abbildung 15.-5:**

Impuls-Frequenz-Wahrscheinlichkeitsdichte einer ebenen Welle im Messfenster  
(die scharfen Grautonübergänge und die Ecken in der Darstellung sind nur dem Zeichentool des Autors zuzuschreiben)

Wie man an Gleichung (15-26) und an Abbildung 15.-5 sieht, kann sich eine durch das beschriebene Fenster beobachtete Welle eines Photons erstaunlicherweise auch mit anderen als ihren natürlichen Energie- und Impulswerten zeigen. Dabei ist das Impuls-Energie-Fenster, im Gegensatz zum Orts-Zeit-Fenster nicht scharf begrenzt und besitzt auch Nebenzipfel. Die Wahrscheinlichkeitswerte konzentrieren sich aber im Wesentlichen auf einen Bereich mit den Abmessungen  $h/\Delta x$  in Impulsrichtung und  $h/\Delta t$  in Energierichtung um das Maximum bei  $I_0=h/\lambda_0$  und  $E_0=h \cdot f_0$ . Das durch  $\Delta x$  und  $\Delta t$  charakterisierte Orts-Zeit-Messfenster transformiert sich also in ein Impuls-Energie-Fenster der groben effektiven Breiten  $h/\Delta x$  und  $h/\Delta t$ . Die Abmessungen dieses transformierten Messfensters sind zwar wegen des kleinen Wertes von  $h$  im Allgemeinen auch recht kleine Zahlen, können aber je nach Wahl von  $\Delta x$  und  $\Delta t$  durchaus in die Größenordnung der Zentralwerte kommen.

Statt der scharf ausschneidenden Fensterfunktionen für den Ort und die Zeit kann man sich

auch andere Fensterfunktionen vorstellen. So könnte das Fenster über dem Ort z.B. nur im mittleren Bereich von  $\Delta x$  ganz transparent sein und zu den Rändern hin gleitend opak werden. Dasselbe könnte man auf der Zeitachse machen. Die Welle würde dann nur in der Mitte des Zeitausschnitts  $\Delta t$  ungetrübt durch das Fenster sichtbar sein, vorher und nachher aber insgesamt gleitend abgedunkelt erscheinen. In diesem Fall wären in Gleichung (15-17) die rect-Funktionen durch andere Funktionen mit gleitenden Übergängen ersetzt. Und das hätte zur Folge, dass das transformierte Messfenster weniger oder gar keine Nebenzipfel aufwiese. Letzteres ist der Fall, wenn die Fensterfunktionen beidseitig unbegrenzte gaußsche Glockenkurven der Form  $\exp[-z^2/(2\sigma^2)]$  sind ( $\sigma$  ist ein Maß der effektiven Breite der Funktion; siehe Kapitel 11, Abbildung 11.-2). Wenn man eine freie Welle nach Gleichung (15-16) ohne irgendwelche eingrenzenden Gewichts- oder Fensterfunktionen betrachtet, dann ergibt deren Fouriertransformation in der Impuls-Energieebene eine diracsche Deltafunktion an der Stelle  $I=I_0$ ,  $E=E_0$ . Eine freie Welle kann sich also, wo immer sie als Teilchen auftaucht, erwartungsgemäß nur mit ihrem natürlichen Impuls  $I_0$  und ihrer natürlichen Energie  $E_0$  zeigen.

An den Ergebnissen fällt als Erstes auf, dass ein schmales Orts- bzw. Zeitfenster zu einem breiten Impuls- bzw. Energiefenster führt und umgekehrt. Diese Eigenschaft ist eine direkte Folge der mathematischen Eigenschaften der Fouriertransformation und deshalb nicht bezweifelbar. Sie stellt auch den Kern der beiden Heisenberg'schen Unschärferelationen dar, die wir uns im nächsten Kapitel ansehen werden.

Als Zweites fällt auf, was wir oben schon angesprochen hatten, dass sich ein durch ein Messfenster betrachtetes Photon offenbar auch mit anderen (auch viel größeren oder viel kleineren) Energien und Impulsen zeigen oder manifestieren kann, als sie in seiner freien Welle als natürliche Größen enthalten sind und die bei seiner Erzeugung auch nur aufgewendet werden mussten. Die Erhaltungssätze der Energie und des Impulses werden also hier eindeutig verletzt. Sie gelten lediglich für die Mittelwerte sehr vieler Experimente, nicht aber im Einzelfall. In Kapitel 6.2.4 hatten wir darüber bereits gesprochen und dieses Faktum darauf zurückgeführt, dass bei derartigen Experimenten die Homogenitäten des Raumes oder der Zeit verletzt werden und damit die nach dem Noether-Theorem nötigen Voraussetzungen für die Erhaltungssätze nicht gegeben sind. In unserem Beispiel werden offenbar beide Voraussetzungen verletzt: Die Homogenität des Raumes durch die Einschränkung der möglichen Erscheinungsorte auf ein Messfenster der Breite  $\Delta x$  und die Homogenität der Zeit durch die Einschränkung der Realisationszeiten auf eine begrenzte Zeitdauer  $\Delta t$ . Allein durch Begrenzungen in Zeit und Raum entstehen also Unschärfen und prinzipielle Ungenauigkeiten, die die Erhaltungssätze verletzen. Brunold beschreibt das in [96] auf Seite 192 sehr schön mit dem Satz: „Endliches kann, da es eben endlich ist, nicht einmal unendlich genau sein.“

Des Weiteren fällt auf: Wenn die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten eines Teilchens an den verschiedenen Orten und Zeiten festliegen (was sich in obigem Beispiel darin äußerte, dass die Orts- und Zeitkoordinaten des Photons mit den Ungenauigkeiten  $\Delta x$  und  $\Delta t$  bekannt waren), dann liegen nach Gleichung (15-23) auch die Wahrscheinlichkeiten für die möglichen Impulse und Energien fest, die sich bei einer Messung an dem Teilchen ergeben können. Die Größen in den Paaren Ort und Impuls einerseits sowie Zeit und Energie andererseits sind also nicht unabhängig voneinander festlegbar oder messbar, man sagt auch, sie sind inkommensurabel; manchmal spricht man auch von verschränkten Eigenschaften. Der Unterschied gegenüber der klassischen Physik ist erheblich und erstaunlich. Denn bisher war man gewohnt, dass ein Objekt unabhängig davon, wieweit sein Aufenthaltsort und sein Erscheinungszeitpunkt bereits festliegen (oder inwieweit man über diese Größen schon etwas weiß), beliebige Impuls- und Energiewerte haben kann. In der Mikrophysik gilt das offenbar nicht mehr.

Wir hatten in diesem Kapitel die Ergebnisse zwar am Beispiel der Beobachtung von Licht, also von Photonen, durch ein Messfenster entwickelt. Sie gelten aber uneingeschränkt auch für alle massiven Teilchen. Das heißt, dass sich auch massive Teilchen je nach Art der Beobachtung mit unterschiedlichen Impulsen und Energien manifestieren können und dass deshalb die Erhaltungssätze des Impulses und der Energie in unserer Welt grundsätzlich nicht strikt gelten (zu dem Thema siehe auch Kapitel 6.2.4), oder zumindest kurzzeitig verletzt werden können. Viele Wissenschaftler versuchen zwar gewisse Unschärfen anders als mit der Verletzung der Erhaltungssätze zu deuten. Das dürfte aber wohl nicht durchgängig gelingen. Einige Gedanken dazu finden sich noch im nächsten Kapitel.

Zum Schluss dieses Kapitels muss noch auf etwas Wesentliches hingewiesen werden. Die Teilchen, die sich nach der Dichtefunktion Abbildung 15.-5 bei Messungen im Orts-Zeitfenster manifestieren können, erfüllen nicht alle die Energie-Impuls-Beziehung  $E^2 = (m \cdot c^2)^2 + c^2 \cdot I^2$  gemäß Gleichung (15-6a). So muss bei realen Teilchen immer  $E^2 \geq c^2 \cdot I^2$  sein. In anderen Fällen müssten die Teilchen, um die Energie-Impuls-Beziehung zu erfüllen, eine imaginäre Masse besitzen. Solche seltsamen Teilchen nennt man virtuell. Man kann auch sagen (siehe Wikipedia), dass virtuelle Teilchen keine definierte Masse besitzen, im Fachjargon heißt das auch: *sie sind nicht auf die Massenschale limitiert*. Man geht davon aus, dass sie bei bestimmten Wechselwirkungen als transiente Teilchen entstehen, aber in sehr kurzer Zeit wieder verschwinden. Beispielsweise lässt sich die elastische Streuung zweier Elektronen mit virtuellen Photonen beschreiben, wobei diese nur Impuls, aber keine Energie übertragen, was bei realen Photonen nicht möglich wäre. Beim Higgs-Mechanismus arbeitet man auch mit einer Art virtueller Teilchen, die eine imaginäre Masse besitzen (siehe Kapitel 15.9).

### 15.6.2 Die Unschärferelationen und ihre Bedeutung

Aus den Ergebnissen des letzten Kapitels kann man nun direkt die beiden separaten Unschärferelationen, die eine zwischen Impuls und Ort und die andere zwischen Energie und Zeit ableiten. Man erhält diese durch Auswertung der im letzten Kapitel behandelten Fourier-Paare in Scheiben, einerseits entlang der Orts- und der Impulsachse und andererseits entlang der Zeit- und der Energieachse. Die Unschärferelationen wurden erstmals 1927 von dem deutschen Physiker Werner Heisenberg (1901-1976) formuliert. In diesen Relationen wird mathematisch zum Ausdruck gebracht, was wir im letzten Kapitel schon verbal formuliert hatten, dass nämlich ein schmales Orts- bzw. Zeitfenster zu einem breiten Impuls- bzw. Energiefenster führt und umgekehrt. Bei einem Ortsfenster der Breite  $\Delta x$  konzentriert sich das Spektrum der an dem Teilchen beobachtbaren Impulse in x-Richtung auf einen Bereich von etwa der Breite  $\Delta I = h/\Delta x$  und bei einem Zeitfenster der Dauer  $\Delta t$  konzentriert sich das Spektrum der Energien, mit denen sich das Teilchen zeigen kann, auf einen Bereich von etwa der Breite  $\Delta E = h/\Delta t$ . Daraus kann man sofort für die effektiven Breiten der Dichtefunktionen von Ort, Zeit, Impuls und Energie die Beziehungen

$$\Delta I \cdot \Delta x \approx h \text{ (mit } \Delta I \text{ in x-Richtung) \quad und \quad (15-27a)}$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx h \quad (15-27b)$$

aufstellen. Sie gelten recht gut bei rechteckförmigen Fensterfunktionen. Im letzten Kapitel hatten wir schon darüber gesprochen, dass gaußförmige Fensterfunktionen Nebenzipfel in den transformierten Fenstern vermeiden. Die Fouriertransformierte einer Gaußfunktion, die ja keine Nebenzipfel besitzt, ist nämlich selbst eine Gaußfunktion. Darüber hinaus weiß man aus den Eigenschaften der Fouriertransformation, dass sich bei gegebener effektiver Breite eines Fensters das effektiv schmalste transformierte Fenster bei einer gaußschen Fensterfunktion ergibt, wodurch dann das Produkt der effektiven Breiten der Dichtefunktionen in den korres-

pondierenden Bereichen um den Faktor  $4\pi$  kleiner ist als das Wirkungsquantum  $h$ . Das führt für gaußsche Fenster zu den Beziehungen

$$\Delta x \cdot \Delta I \approx h/4\pi \quad (\text{mit } \Delta I \text{ in } x\text{-Richtung}) \quad \text{und} \quad (15-28a)$$

$$\Delta t \cdot \Delta E \approx h/4\pi. \quad (15-28b)$$

In der Literatur werden die Unschärferelationen häufig in der Form

$$\Delta x \cdot \Delta I \geq h/4\pi \quad \text{und} \quad (15-29a)$$

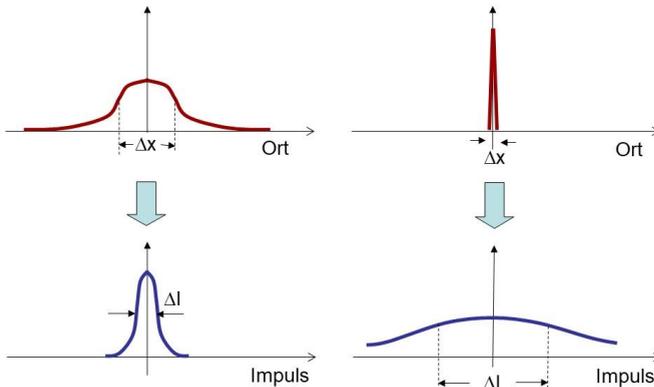
$$\Delta t \cdot \Delta E \geq h/4\pi \quad (15-29b)$$

dargestellt, wobei das Gleichheitszeichen für gaußsche Fensterfunktionen gilt. Diese Ungleichungen können aber leicht missverstanden werden. Das Größer-Gleich-Zeichen gilt nämlich für die Breiten der Dichtefunktionen, **nicht** für die gemessenen Werte selbst (deren Fehlerprodukte meist innerhalb der Schranke  $h/4\pi$  bleiben), was gelegentlich verwechselt wird. Deshalb wollen wir hier lieber bei den Gleichungen (15-28a/b) bleiben. Sie sind als brauchbare Näherungen auch bei anderen als gaußförmigen Fensterfunktionen verwendbar.

### **Zunächst zur Orts-Impuls-Unschärferelation**

nach Gleichung (15-28a). Im vorigen Kapitel hatten wir die Größe  $\Delta x$  als Abmessung des Messfensters in Ortsrichtung definiert. Die durch das Messfenster von uns beobachtete Welle hatte damit die Möglichkeit, man kann auch sagen die Freiheit, sich bei einer entsprechenden Beobachtung oder Wechselwirkung irgendwo innerhalb dieses Ortsfensters (im Beispiel des vorigen Kapitels sogar überall mit gleicher Wahrscheinlichkeit) als Teilchen zu manifestieren. Besteht hinsichtlich des Ortes eine große Freiheit (also bei großem  $\Delta x$ ), dann hat das Teilchen nach der Unschärferelation hinsichtlich des Impulses in dieser Richtung nur eine geringe Wahlfreiheit. Lässt man ihm dagegen wenig Freiheit hinsichtlich des Erscheinungsortes, dann steht ihm viel Freiheit hinsichtlich des Impulses zur Verfügung. Man kann also die effektiven Breiten  $\Delta x$  und  $\Delta I$  als Maße für die Freiheit der Teilchen in den korrespondierenden Bereichen Ort und Impuls auffassen. Dieser Effekt ist auch gut an den Beispielen von Korrespondenzen zu erkennen, die in Abbildung 15-6 qualitativ dargestellt sind (die Darstellungen stammen aus [25]).

Dass durch die Orts-Impuls-Unschärfe der Impulserhaltungssatz als verletzt angesehen werden kann, hatten wir in den letzten Kapiteln schon diskutiert. In der Literatur wird die Beziehung oft so interpretiert, dass man einen Impuls auf einer begrenzten Strecke immer nur ungenau messen könne. Diese Interpretation ist allerdings nicht ganz korrekt, denn es geht hier *nicht* um die mehr oder weniger genaue Messung von etwas absolut bereits Vorhandenem, vielmehr wird der Wert des Impulses erst bei der Beobachtung selbst unter Zuhilfenahme des Zufalls festgelegt bzw. erzeugt. Vor der Beobachtung gibt es nur Wahrscheinlichkeiten.



**Abbildung 15-6:**

Korrespondenzen zwischen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen von Ort und Impuls

Bei einem Teilchen mit der Ruhmasse  $m$ , das sich mit der Geschwindigkeit  $v$  relativ zum Beobachter bewegt, gilt (bei gegenüber der Lichtgeschwindigkeit kleinem  $v$ ) für den Impuls in Bewegungsrichtung  $I = m \cdot v$  und damit auch  $\Delta I = m \cdot \Delta v$ . Die Unschärferelation gilt also auch zwischen Ort und Geschwindigkeit eines Teilchens in der Form

$$\Delta x \cdot \Delta v \approx h/(4\pi m), \quad (15-30)$$

wobei  $\Delta v$  die effektive Breite der Geschwindigkeitsverteilung bedeutet, die auch als Freiheit des Teilchens hinsichtlich der Wahl seiner Geschwindigkeit aufgefasst werden kann. Nehmen wir als Beispiel einmal ein Wasserstoffatom mit einer Masse von  $1,7 \cdot 10^{-27}$  kg, das wir auf einen Ortsbereich von einem Nanometer ( $= 1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ ) fixiert haben; das Atom hat damit einen örtlichen Freiraum von etwa dem Zehnfachen seines Durchmessers. Dann hat die Verteilungsdichtefunktion seiner Geschwindigkeit nach (15-30) bereits eine effektive Breite von ca. 30 m/s (oder  $\pm 15$  m/s). Wenn man ein Wasserstoffatom also nur auf das Zehnfache seiner Größe im Raum eingrenzt, dann hat es hinsichtlich der Wahl seiner Geschwindigkeit bereits den erstaunlich hohen Spielraum von ca.  $\pm 15$  m/s. Das heißt, dass es dem Wasserstoffatom allein aus quantenmechanischen Gründen fast unmöglich ist, auch nur annähernd in Ruhe zu verharren. Nehmen wir dagegen ein sehr viel schwereres Gebilde, z.B. ein Fulleren-Molekül, das aus 60 Kohlenstoffatomen besteht, fixieren es wieder an einen Ort mit der Genauigkeit von 1 nm, was diesmal aber bereits etwa dem Durchmesser des Moleküls entspricht, dann hat die Geschwindigkeitsverteilung, wegen der etwa um den Faktor 1000 größeren Masse des  $C_{60}$  Moleküls, nur noch eine effektive Breite von 3 cm/s. Wie man sieht, kann man solche größeren und schwereren Gebilde schon eher an einem Ort ruhigstellen, aber eben auch niemals ganz. D.h. auch ein Fulleren-Molekül wird sich nur selten in absoluter Ruhe befinden, d.h. sich seine Bewegungsfreiheit nie ganz nehmen lassen. Ein anderes Beispiel wäre ein Gas aus Wasserstoffmolekülen ( $H_2$ ) bei Normalbedingungen (Normaldruck und Raumtemperatur), in dem die Teilchen eine mittlere freie Weglänge von 68 nm haben. Diese freie Weglänge kann man als Wahlfreiheit  $\Delta x$  des Ortes auffassen, womit sich dann nach Gleichung (15-30) eine Wahlfreiheit ihrer Geschwindigkeiten von 25 cm/s ergibt. Wichtig ist hierbei, dass diese quantenmechanischen Bewegungen im absoluten Sinne zufällig sind. Die Versuchsanordnung, hier der Spielraum, der einem Teilchen auf der Ortsachse zur Verfügung steht, bestimmt lediglich die Verteilungsdichtefunktion, anhand derer das Teilchen eine Geschwindigkeit zufällig auswählt. Und erstaunlicherweise wirkt die Versuchsanordnung genau entgegengesetzt zu unserer täglichen Erfahrung: Je mehr man ein Teilchen an eine Stelle in einer Richtung fixieren möchte, desto mehr Freiheit hat es, sich gerade in dieser Richtung zu bewegen. Dieser kurzzeitige, zufällige Zuwachs an Impuls lässt sich nach Ansicht des Autors nicht anders deuten als eine (zumindest kurzzeitige) Verletzung des Impulserhaltungssatzes.

Die genannten zufälligen Bewegungen darf man sich jetzt nicht als gleichförmig denken. Durch die permanenten, in kurzen Abständen, etwa in einem Kristallverband oder einem Gasvolumen, stattfindenden Wechselwirkungen, bei denen sich dauernd Wahrscheinlichkeitswellen als Partikel manifestieren, und bei denen jedes Mal die Unschärferelation in der beschriebenen Weise wirksam wird, handelt es sich vielmehr um eine quantenmechanische Zitterbewegung der Teilchen, oder in einem Gas um einen sogenannten Random Walk, wie auch bei der brownischen Molekularbewegung. Nur dass diese Bewegungen hier unabhängig von der Temperatur des Materials stattfinden. Man spricht deshalb auch von der Nullpunktbewegung, weil diese Bewegungen eben auch am absoluten Temperaturnullpunkt vorhanden sind. Sie sorgen auch durch die permanente Wiederholung und die mit der Temperatur des Materials wachsende Rate der Wechselwirkungsvorgänge für den zufälligen, unvorhersagbaren Verlauf der an einem ohmschen Widerstand gemessenen Rauschspannung. In Kapitel 11 hatten wir schon ausführlich über die Eigenschaften des thermischen Rauschens gesprochen.

Auf schöne Weise wirkt sich die Unschärferelation zwischen Ort und Impuls bei der Beugung von Licht am Spalt aus. Dabei trifft eine, sagen wir sich in y-Richtung ausbreitende ebene Lichtwelle auf eine senkrecht dazu ausgerichtete Wand, in der sich ein Spalt der Breite  $\Delta x$  befindet. Die auf die Wand zulaufenden Wahrscheinlichkeitswellen der freien Photonen gehorchen dann der Beziehung

$$\Psi(y,t) = \Psi_0 \cdot \exp[(2\pi i/h) \cdot (E_0 \cdot t - I_y \cdot y)].$$

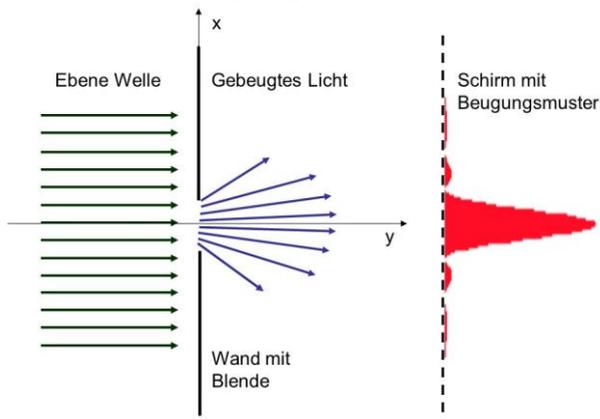
$E_0$  ist die Energie  $h \cdot f_0$  der Photonen und  $I_y$  ihr entlang der y-Achse ausgerichteter Gesamtimpuls, also  $I_y = h/\lambda_0$ . Sie besitzen in der Ausdehnungsrichtung des Spaltes (der x-Achse) keinen Impuls. In der Ebene der Wand werden sie aber gezwungen, sich durch den Spalt der Breite  $\Delta x$  zu „zwängen“, wodurch sie nach der Unschärferelation, dann *doch* (zufällige) Impulskomponenten in positiver oder negativer x-Richtung annehmen. Eine auf diese Art mit einem Impuls in x-Richtung, senkrecht zum Impuls  $I_y$  des freien Photons, versehene Photonenwelle wird dann nicht geradlinig durch den Spalt wandern, sondern unter einem kleinen Winkel abweichend von der y-Achse auf einem hinter dem Spalt aufgespannten Schirm auftreffen und sich dort abseits der Mitte des Schirms als Photon realisieren und sichtbar werden. Da wir es hier mit einer rechteckförmigen Fensterfunktion zu tun haben, gilt für die Wahlfreiheit  $\Delta I_x$  des Impulses in x-Richtung die am Anfang dieses Kapitels genannte Beziehung  $\Delta I_x \cdot \Delta x \approx h$  nach Gleichung (15-27a). Der mittlere Streuwinkel der Photonenstrahlen ergibt sich damit zu

$$\Delta I_x / I_y \approx (h/\Delta x) / (h/\lambda_0) = \lambda_0 / \Delta x, \quad (15-31)$$

(in der exakten Formel ist der Arcustangens davon zu nehmen), und das Beugungsmuster in x-Richtung entspricht dann der im letzten Kapitel mit Hilfe der Fouriertransformation abgeleiteten Dichtefunktion in Form der quadrierten si-Funktion, hier mit verschwindendem Mittelwert, also  $(\text{si}[\pi \cdot (\Delta x/h) \cdot I_x])^2$ . Der Korrektheit willen muss hier noch gesagt werden, dass der Gesamtimpuls (das ist der Impuls in Ausbreitungsrichtung) eines Photons und auch eines jeden anderen Teilchens über Gleichung (15-8b) in Kapitel 15.4 immer über die Phasengeschwindigkeit in Ausbreitungsrichtung mit der Energie des Teilchens verknüpft ist, d.h.  $I_0 = E_0/v_{\text{ph}}$ . Da beim Durchgang durch den Spalt (ohne Eingrenzung auf ein Zeitfenster) sich die Energie des Teilchens nicht verändert, ist auch der Betrag seines Gesamtimpulses derselbe geblieben. Die aus der Senkrechten abgelenkten Photonen (oder andere Teilchen, denn auch für diese gilt die Aussage) haben also in ihrer Ausbreitungsrichtung nach wie vor diesen natürlichen Impuls der einlaufenden Teilchen, d.h. die Unschärferelation äußert sich hier nur in einer Änderung der Richtung des Impulses, nicht seines Betrages. Der Impulserhaltungssatz würde aber die Erhaltung von beidem, von Betrag und Richtung erfordern. Die Freiheit der Teilchen am Spalt besteht also darin, dass sie sich beim Durchgang durch den Spalt eine Richtung aussuchen können. Der Erhaltungssatz wäre in diesem Beispiel nur dann erfüllt, wenn die seitliche Impulskomponente des Photons durch einen von der Blende übernommenen Gegenimpuls kompensiert würde. Davon hat der Autor aber noch nie etwas gehört.

In Abbildung 15.-7 ist die Beugung am Spalt schematisch dargestellt. Um den Effekt nachzuweisen, verwendet man in der Praxis sogenannte Beugungsgitter, bei denen man heute Spalte im Mikrometerbereich realisieren kann. Nehmen wir als Beispiel sichtbares Licht (etwa Grün) mit  $\lambda = 0,5 \mu$  ( $1\mu = 10^{-3} \text{ mm}$ ) und eine Spaltbreite von  $\Delta x = 10 \mu$  ( $= 0,01 \text{ mm}$ ), dann ergibt sich nach Gleichung (15-31) ein Streuwinkel von  $1/20$ , was etwa 3 Grad entspricht. Das bedeutet, dass der Zentralbereich des Beugungsmusters (ohne die Nebenzipfel) auf einem Schirm in 50 cm Abstand hinter dem Spalt etwa 2,5 cm breit wäre. Beugungsmuster dieser Form kann man nicht nur mit Lichtteilchen, sondern auch mit massiven Teilchen, wie etwa Elektronen oder auch den schon mehrfach erwähnten  $C_{60}$  Molekülen, erzeugen.

Die Entstehung der Beugungsmuster erklärt man in der klassischen Physik damit, dass von jeder Stelle innerhalb des Spaltes Kugelwellen ausgehen, die miteinander interferieren und sich am Schirm an manchen Stellen dann positiv überlagern und an anderen gegenseitig abschwächen oder gar auslöschen können. Die Muster entstehen aber nun nachweislich auch dann, wenn man die Teilchen nicht im Bündel, sondern (gemütlich) eins nach dem anderen durch den Spalt schickt. Das bedeutet, dass die Teilchen (bzw. ihre Einzelwellen) mit sich selbst interferieren, und das geht nur, wenn sie den Spalt in seiner gesamten Breite als Tor benutzen, und nicht nur an einer Stelle passieren. Wenn man durch eine Messung feststellen wollte, an welcher Stelle ein Teilchen den Spalt passiert, dann würden durch diese Beobachtung die Teilchenwelle auf einen Punkt auf der x-Achse innerhalb des Spaltes kollabieren, die Selbstinterferenz würde unterbunden und das Beugungsmuster verschwinden. So tragen z.B. auch diejenigen Photonenwellen, die sich im Spaltbereich an Luftmolekülen als Photonen realisieren, nicht zum Beugungsbild bei, sie erscheinen nur als Streulicht. Dasselbe passiert beim Doppelspalt; auch hier verschwindet das (doppelspaltbedingte) Interferenzmuster, wenn man bei jedem einzelnen Photon (etwa durch Abdecken eines der beiden Spalte) dafür sorgt, dass es nur einen der beiden Spalte passieren kann.



**Abbildung 15.-7:**  
Beugung am Spalt

Gleichung (15-31) kann man übrigens auch anwenden, um z.B. herauszufinden, wie genau man eine Empfangsschüssel für Satelliten-Fernsehen ausrichten muss, um möglichst keine Signalverluste zu haben. Bei einer Schüssel von 0,5 m Durchmesser und einer in den Satelliten-Bändern üblichen Wellenlänge von 2,5 cm ergibt sich aus Gleichung (15-31) ein zulässiger Ausrichtfehler von etwa 3 Grad.

### Betrachten wir nun die **Zeit-Energie-Unschärferelation**

nach Gleichung (15-28b). Im vorigen Kapitel hatten wir die Größe  $\Delta t$  als Breite des Messfensters in Zeitrichtung definiert. Die durch dieses Zeitfenster von uns beobachtete Welle hat damit die Freiheit, sich bei einer entsprechenden Beobachtung oder Wechselwirkung irgendwann innerhalb dieser Zeitspanne (im Beispiel des vorigen Kapitels sogar überall mit gleicher Wahrscheinlichkeit) als Teilchen zu manifestieren. Besteht hinsichtlich dieses Zeitpunktes eine große Freiheit (also bei großem  $\Delta t$ ), dann hat das Teilchen nach der Unschärferelation hinsichtlich der Energie nur eine geringe Wahlfreiheit. Lässt man ihm dagegen wenig Freiheit hinsichtlich des Erscheinungszeitpunktes, dann steht ihm viel Freiheit hinsichtlich der Energie zur Verfügung. Man kann also die effektiven Breiten  $\Delta t$  und  $\Delta E$  als Maße für die Freiheit der Teilchen in den korrespondierenden Bereichen Zeit und Energie auffassen. Dass durch die Energie-Zeit-Unschärferelation der Energieerhaltungssatz als verletzt angesehen werden kann, hatten wir in den vorigen Kapiteln bereits angesprochen. In der Literatur wird (15-28b) auch oft so interpretiert, dass man Energie in begrenzter Zeit nur ungenau messen könne und

dass man zur genauen Energiemessung eben unendlich viel Zeit bräuchte (siehe z.B. [72]). Wie die vergleichbare Interpretation der Orts-Impuls-Unschärfe ist aber auch diese Interpretation nicht korrekt. Auch hier geht es *nicht* um die genaue oder ungenaue Messung eines bereits vorhandenen Wertes (diesen gäbe es nur, wenn wir es mit Dingen-an-sich zu tun hätten). Der beobachtete Energiewert wird erst bei der Beobachtung selbst unter Zuhilfenahme des Zufalls festgelegt, d.h. erzeugt. Vorher gab es nur Wahrscheinlichkeiten. Bei der praktischen Messung der Größen Energie, Zeit, Impuls und Ort kommen natürlich noch echte Messfehler hinzu, um diese geht es aber bei den Unschärferelationen nicht.

Interessant ist auch, dass man schon allein aus der Kenntnis der *Breite* des Zeitfensters und damit der Freiheit hinsichtlich des Erscheinungszeitpunkts sagen kann, mit welcher Streubreite sich Energiewerte bzw. Frequenzwerte zeigen werden, auch wenn man noch gar nicht weiß, in welcher Größenordnung die Werte selbst überhaupt liegen werden oder können, und um welche Art von Teilchen es sich dabei handeln könnte. Mathematisch erkennt man das aus Gleichung (15-32), die man durch Weglassen der Ortsabhängigkeit aus (15-23) erhält:

$$\begin{aligned}\Phi_B(E) &= \int p^{1/2}(t) \cdot \exp[-(2\pi i/h) \cdot (E-E_0) \cdot t] \cdot dt \quad \text{oder} \\ \Phi_B(f) &= \int p^{1/2}(t) \cdot \exp[-2\pi i \cdot (f-f_0) \cdot t] \cdot dt.\end{aligned}\tag{15-32}$$

Wie man sieht, haben die Wellenfunktionen  $\Phi_B(E)$  und  $\Phi_B(f)$  für beliebige Zentralwerte  $E_0$  bzw.  $f_0$  immer die gleiche Form. Diese sorgen lediglich für eine Verschiebung der Funktionen entlang der Abszisse. Die Streubreite der Energie- bzw. Frequenzwerte um die Zentralwerte ergibt sich schon allein aus der Fouriertransformierten der Zeit-Wahrscheinlichkeitsamplitude  $p^{1/2}(t)$ . Auf diese Gleichung werden wir weiter unten noch zurückkommen. Dasselbe gilt ja auch für die Streubreiten der Impulswerte um den Zentralwert  $I_0$  (z.B. bei der Beugung am Spalt, sh. oben), die sich bereits aus der Fouriertransformierten der Orts-Wahrscheinlichkeitsamplitude  $p^{1/2}(x)$  ohne Kenntnis der absolut vorkommenden Impulswerte berechnen lässt.

Betrachten wir nun zunächst als Beispiel ein ideales Vakuum, welches wir für eine Zeitspanne  $\Delta t$  beobachten. Der Unschärfebereich  $h/\Delta t$  der Energie liegt dann bei einem idealen Vakuum symmetrisch zum Energienullpunkt. Das bedeutet, dass man bei kurzzeitiger Beobachtung selbst in einem idealen Vakuum durchaus Energiequanten antreffen könnte, mal positive und auch mal formal negative. Nach der Anmerkung in Kapitel 15.4. können diese negativen Werte vermutlich tatsächlich negative Energiepakete bedeuten oder vielleicht auch nur rücklaufende Wellen mit positiver Energie repräsentieren (diesbezüglich ist der Autor aber unsicher). Auch virtuelle Teilchen mit imaginärer Ruhmasse könnten dabei sein. Das Vakuum kann man sich also so vorstellen, dass es sich durchsetzt zeigt von zufälligen Wellenpaketen positiver oder auch negativer Energie, die in unterschiedlichen Richtungen den Bereich der Beobachtung passieren. Die Beträge der sich manifestierenden Energien werden dann im Allgemeinen zwischen 0 und  $h/\Delta t$  liegen, nur in Ausnahmefällen auch einmal größer sein. Bei größerer Beobachtungszeit  $\Delta t$  wird die Energieverteilung aber immer schmaler, was bedeutet, dass immer häufiger der Wert Null, also gar keine Energie gemessen wird. Die Unschärferelation erlaubt also das zufällige Entstehen von Energie und damit auch von Masse aus dem Nichts, begrenzt aber auch wieder die Lebensdauer des spontan Entstandenen auf im Allgemeinen sehr kleine Zeiten. So könnten nach der Beziehung  $\Delta t \approx h/\Delta E$  nicht einmal spontan entstandene Quanten im sichtbaren Bereich des Lichtes länger als winzigste Bruchteile einer Sekunde überleben, und schon gar nicht massive Teilchen. Beliebig lange überleben würde aber dagegen ein Gebilde, das sich aus einem Teil positiver und einem Teil exakt gleich großer negativer Energie zusammensetzt, wie Stephen Hawking das in [35] auf Seite 164 von unserem ganzen Weltall annimmt. Es würde sich also um ein strukturiertes, energetisch polarisiertes Vakuum handeln. Wenn so etwas zufällig entsteht, wäre  $\Delta E = 0$ , womit seine Lebensdauer  $\Delta t$

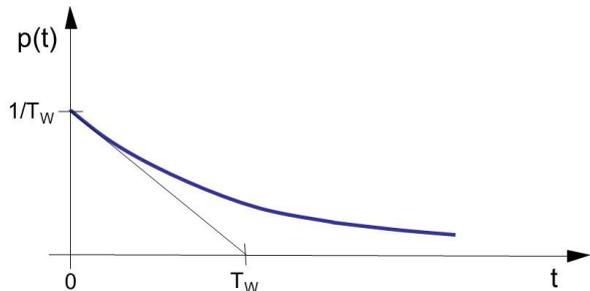
unbegrenzt wäre. Bei der Diskussion über die Entstehung der Welt in Kapitel 20.2 werden wir auf diesen Sachverhalt noch einmal zurückkommen.

Manche Autoren diskutieren die Möglichkeit, dass das Vakuum wegen der Unschärferelation voller Energie stecke, ja möglicherweise sogar unendlich viel Energie beinhalte (z.B. Vilenkin in [103]). Dabei wird wieder der Kategorienfehler gemacht, Mögliches mit Faktischen gleichzusetzen. Denn auch wenn die Möglichkeit besteht, dass sich bei einer Beobachtung des Vakuums etwas (z.B. mal kurzzeitig sehr viel Energie) materialisiert, dann ist dieses Etwas doch aber nicht a priori schon da, sondern entsteht erst durch die Beobachtung.

Ähnlich wie beim Vakuum, kann man die Unschärferelation zwischen Zeit und Energie auch als Beziehung zwischen mittlerer Lebensdauer der Atome und Streuung der freiwerdenden Energiequanten beim radioaktiven Zerfall deuten. Mit diesem Phänomen bezeichnet man die Eigenschaft mancher Isotope chemischer Elemente, dass ihre Atomkerne instabil sind und über kurz oder lang zerfallen oder in andere Zustände übergehen und dabei Energie in Form irgendwelcher Teilchen abstrahlen. Beim Beta-Zerfall handelt es sich dabei z.B. um freigesetzte Elektronen (Beta-Strahlung), beim Gamma-Zerfall um abgestrahlte Photonen (Gamma-Strahlung). Zerfallen können aber auch subatomare Elementarteilchen, die in einer gegebenen Umgebung nicht stabil sind, wie etwa die sehr kurzlebigen Mesonen, die bei Hochenergieexperimenten in Beschleunigern entstehen, aber auch in der Höhenstrahlung vorkommen. Den Zerfall des Materials oder der Teilchen kann man daran feststellen, dass nach einer bestimmten materialspezifischen Zeit, der sogenannten Halbwertszeit  $T$  von einer anfänglich vorhandenen Menge die Hälfte zerfallen ist. Das heißt, dass ein einzelnes Teilchen nach dieser Zeit mit 50% Wahrscheinlichkeit zerfallen sein wird, nach der doppelten Zeit mit 75%, nach der dreifachen Halbwertszeit mit 87,5%, usw. Das führt zu folgender Zerfallswahrscheinlichkeitsdichte  $p$  als Funktion der Zeit:

$$p(t) = (k/T) \cdot \exp(-k \cdot t/T) = (1/T_w) \cdot \exp(-t/T_w) ; \text{ für } t \geq 0. \quad (15-33)$$

Darin ist  $k = \ln(2) \approx 0,7$  der natürliche Logarithmus von 2. Diese Dichtefunktion ist in Abbildung 15.-8 dargestellt. Der Quotient  $T_w = T/k$  stellt die mittlere Wartezeit dar, das ist die Zeit, die man bei einem Teilchen der betreffenden Art im Mittel auf seinen Zerfall warten muss, also seine mittlere Lebenszeit. Durch Integration von (15-33) von Null bis  $T$ ,  $2T$  und  $3T$  ergeben sich die gerade genannten Prozentwerte. Beide Größen, die Halbwertszeit und die mittlere Wartezeit sind gute Maße für die mittlere Lebensdauer der betrachteten Teilchen.



**Abbildung 15.-8:** Dichtefunktion beim Zerfall von Teilchen

Die Halbwertszeiten der radioaktiven Materialien (und damit die mittleren Lebensdauern ihrer Atome), die in Kernreaktoren eine Rolle spielen, sind in der Regel sehr hoch, oft handelt es sich um viele tausend Jahre. Wenn wir ein solches Atom vor uns haben, wissen wir zwar, dass es irgendwann zerfallen wird, das kann schon heute sein, oder morgen, oder in einem Jahr, in 100 Jahren, in 1000 Jahren, aber vielleicht auch erst nach einer Million Jahren. Das Atom besitzt damit eine sehr große Freiheit hinsichtlich des Zeitpunktes seines eigenen Zerfalls. Und

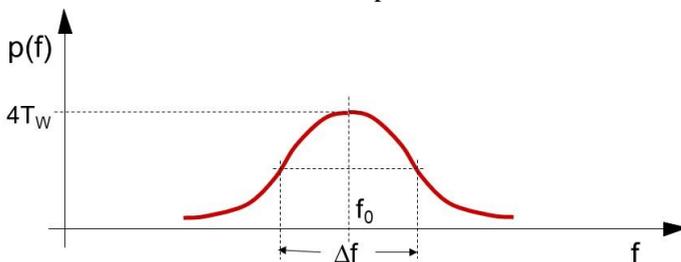
wichtig ist, dass es prinzipiell keine Möglichkeit gibt, den Zerfallszeitpunkt irgendwie genauer einzugrenzen. Und wenn man ein solches bei  $t=0$  noch unzerfallenes Atom bei einer zweiten Beobachtung nach seiner Halbwertszeit von z.B. 1000 Jahren immer noch unzerfallen vorfindet (was ja mit 50% Chance zu erwarten war), dann besteht wieder eine Chance von 50%, es nach abermaligen 1000 Jahren immer noch lebendig vorzufinden. Dies gilt zwar im Prinzip bei jeder Halbwertszeit, wird aber besonders deutlich bei den langlebigen Teilchen. Ganz anders sind die Verhältnisse bei den oben schon erwähnten Mesonen und beim Gammazerfall. Die mittleren Lebensdauern der verschiedenen Varianten der Mesonen liegen bei höchstens 0,01 Mikrosekunden ( $1\mu\text{s} = 10^{-6}\text{ s}$ ) und meist sogar deutlich darunter. Und die Teilchen, die dem Gammazerfall erliegen, haben oft nur Lebensdauern im Bereich von Pikosekunden ( $1\text{ps} = 10^{-12}\text{ s}$ ). Diese Teilchen besitzen fast gar keine Freiheit, sich einen Zerfallszeitpunkt auszusuchen, man kann sagen, sie zerfallen wieder unmittelbar nachdem sie gerade entstanden sind.

Um die Streubreiten der Energie- bzw. Frequenzwerte der Quanten zu berechnen, die bei den Zerfallsprozessen frei werden, muss man nun die Wurzel aus der Dichte  $p(t)$  der Fouriertransformation unterwerfen, d.h. die Dichte nach Gleichung (15-33) in das Integral (15-32) einsetzen und dieses für alle Zeiten von Null bis unendlich lösen. Nach Ausführung der Integration und Bildung des Betragsquadrats erhält man als Dichtefunktion der Frequenzwerte  $f$ :

$$p(f) = 4T_w/[1+(4\pi T_w(f-f_0))^2]. \quad (15-34)$$

Darin ist  $T_w = T / \ln(2)$  die oben schon erwähnte mittlere Wartezeit. Gleichung (15-34) stellt die Wahrscheinlichkeitsdichte der Frequenzen dar, die beim Zerfall eines Teilchens mit der Wartezeit  $T_w$  abgestrahlt werden können. Der Zentralwert hängt von der Art der Teilchen ab, die beim Zerfall der betrachteten radioaktiven Substanz freigesetzt werden. Und wie oben schon angesprochen, ist die Form der Dichtefunktion vom Zentralwert unabhängig. In Abbildung 15.-9 ist Gleichung (15-34) graphisch dargestellt. Die Kurve ähnelt zwar einer Gaußfunktion, besitzt aber bei größeren Abweichungen von der Mitte höhere Funktionswerte als eine Gaußfunktion. Für die Praxis bedeutet das Ergebnis, dass die Frequenz der freiwerdenden Quanten bei jedem Zerfall etwas anders ausfällt und sich dadurch bei vielen Messungen solcher Zerfälle auf der Frequenzachse ein für jedes Material typisches Bündel von Frequenzen ergibt, deren Auftrittswahrscheinlichkeiten durch die Dichtefunktion Gleichung (15-34) beschreiben sind. Die Breite dieser Dichtefunktion, und damit die Breite des materialtypischen Frequenzbündels, nennt man auch Linienbreite.

Dieses Verhalten der Atome eines radioaktiven Materials kann man mit dem Verhalten einer Ansammlung von Menschen vergleichen, die über einen Sachverhalt entscheiden müssen, über den sie alle gleich gut informiert sind. Steht ihnen für die Entscheidungsfindung viel Zeit zur Verfügung, dann werden sich die Entscheidungen der Menschen weniger voneinander unterscheiden, als wenn sie in Eile getroffen werden müssen. Natürlich hinkt dieser Vergleich, hilft aber vielleicht, das Phänomen plausibel zu machen.



**Abbildung 15.-9:** Strahlungsspektrum beim radioaktiven Zerfall

Als Maß für die Breite der Funktion Gleichung (15-34) kann man den Abstand der beiden Punkte auf der Frequenzachse rechts und links neben ihrem Maximum hernehmen, bei denen der Wert der Funktion auf die Hälfte abgesunken ist (ein quadratisches Breitemaß wie bei der Gaußfunktion lässt sich hier nicht angeben, weil das Integral von  $f^2 \cdot p(f)$  über die gesamte Frequenzachse divergiert). Mit diesem Breitemaß ergibt sich für die Linienbreite

$$\Delta f \approx 1/(2\pi T_w), \text{ oder } \Delta f \cdot T_w \approx 1/(2\pi). \quad (15-35)$$

Wegen  $\Delta f = \Delta E/h$  gibt es also auch für den Zerfallsprozess von Atomen oder anderen instabilen Teilchen eine Unschärferelation zwischen Energie und Zeit der Form

$$\Delta t \cdot \Delta E \approx h/2\pi, \quad (15-36)$$

wobei man  $\Delta t$  in diesem Fall als mittlere Wartezeit oder mittlere Lebenszeit der Atome interpretieren muss und die Dichtefunktionen  $p(f)$  und  $p(t)$  auch nicht gaußförmig sind, was bei den Gleichungen (15-28) angenommen wurde.

Bei den riesigen Halbwertszeiten der Materialien, die in Atomreaktoren vorkommen, ist die Aufweitung der Spektrallinien so gering, dass man sie mit keiner Methode praktisch messen kann; es handelt sich lediglich um winzige Bruchteile von einem Hertz. Das heißt, dass die Teilchen dieser Substanzen zwar eine große Freiheit bei der Wahl ihres Zerfallszeitpunktes haben, aber praktisch keine Freiheit mehr bei der Wahl der Energie der abgestrahlten Quanten. Beim Mesonenzerfall und beim Gammazerfall sieht das ganz anders aus. Hier verfügen die Teilchen wegen ihrer geringen Freiheit im Zeitbereich über beachtliche Wahlfreiheit im Frequenzbereich. Die zugehörigen Linienbreiten liegen bei den Mesonen bei mindestens 100 Megahertz ( $1\text{MHz} = 10^6 \text{ Hz}$ ) und beim Gammazerfall im Terahertz-Bereich ( $1\text{THz} = 10^{12} \text{ Hz}$ ). Solche Linienbreiten lassen sich in der Praxis ohne weiteres nachweisen.

Zum Schluss dieses Kapitels sei noch erwähnt, dass die Unschärferelation zwischen Zeit und Energie nach Ungleichung (15-29b) auch in der Nachrichtentechnik eine wichtige Rolle spielt und zwar in der Zeit-Frequenz-Darstellung

$$\Delta t \cdot \Delta f \geq 1/4\pi. \quad (15-37)$$

Man erhält sie durch Einsetzen von  $E=h \cdot f$  in (15-29b). Um über einen Nachrichtenkanal mit gegebener Kapazität in einer gegebenen Zeit möglichst viele Informationseinheiten (in Bit) übertragen zu können, braucht man Elementarsignale, die kürzestmögliche Dauer mit möglichst geringer Bandbreite verbinden. Die Unschärferelation nach Gleichung (15-37) setzt hier eine Grenze, die mit dem Gleichheitszeichen für gaußförmige Elementarsignale gegeben ist.

In diesem Kapitel haben wir die Unschärferelationen zwischen Impuls und Ort, sowie zwischen Energie und Zeit behandelt und dabei auch festgestellt, dass durch sie die Erhaltungssätze von Impuls und Energie verletzt werden (was allerdings von manchen bezweifelt wird). Unschärferelationen sollte es im Grunde aber für alle Größenpaare geben, deren Produkt eine „Wirkung“, also von der Art Energie mal Zeit ist. Und man darf vermuten, dass durch alle diese Unschärferelationen jeweils ein Erhaltungssatz verletzt wird. Bei einem rotierenden Objekt gibt es z.B. die Unschärferelation zwischen Winkelposition und Drehimpuls, durch die der Erhaltungssatz des Drehimpulses verletzt wird. Ebenso müsste es auch eine Unschärferelation zwischen der elektrischen Ladung (mit der Einheit Amperesekunden) und dem magnetischen Fluss (mit der Einheit Voltsekunden) geben, der den Erhaltungssatz der Ladung verletzen würde. Eine entsprechende Formulierung ist dem Autor aber nicht bekannt.

### *Fazit*

Wenn wir in den Naturwissenschaften von einem Objekt sprechen, dann meinen wir damit ein Bündel von Eigenschaften, welche wir als zueinander gehörig wahrnehmen und in ihrer Sum-

me im Sinne einer Synthese als Objekt definieren. Darüber hatten wir ja in Kapitel 7 bereits gesprochen. In der physikalischen Beschreibung der Welt ordnen wir dem, was wir z.B. ein „Teilchen“ nennen, unter anderem die vier Grundeigenschaften des Ortes, der Zeit, des Impulses und der Energie zu. Zwischen zwei Beobachtungen oder, allgemeiner formuliert, zwischen zwei dem Teilchen durch seine Umwelt aufgezwungenen Wechselwirkungen, kann man diese Eigenschaftsbündel nur über eine (transzendente) Wellenfunktion beschreiben. Diese erlaubt uns, die Wahrscheinlichkeitsdichten zu berechnen, mit denen sich dann bei einer Wechselwirkung die möglichen Werte der vier Grundparameter einstellen würden. Diese Dichtefunktionen stellen Wertespektren dar, aus denen dann bei einer tatsächlich stattfindenden Wechselwirkung das Teilchen für jede Eigenschaft einen Wert *zufällig* auswählt. Die Quantenmechanik und speziell die Unschärferelationen lehren uns also, dass die physikalischen Teilchen bei ihnen von der Umwelt aufgezwungenen Wechselwirkungen bezüglich der Wahl der Zahlenwerte zumindest ihrer vier Grundeigenschaften Freiheiten besitzen. Interessant ist in diesem Zusammenhang zu erwähnen, dass der Gedanke von der Freiheit der Teilchen schon bei den alten Griechen existierte. So vertrat z.B. Epikur (341-271 v. Chr.) die Meinung, dass ein Elementarteilchen ohne Ursache, also aus freien Stücken, von seiner Bahn abweichen könne.

Diese Freiheiten sind allerdings über gewisse Gesetzmäßigkeiten oder Notwendigkeiten reglementiert. Besitzt ein Teilchen z.B. große Wahlfreiheit bei einer Eigenschaft (z.B. dem Ort), dann hat es nur geringe Wahlfreiheit bei der zu dieser korrespondierenden Eigenschaft (hier dem Impuls) und umgekehrt. Die Teilchen dürfen ihre Eigenschaftswerte auch generell nur gemäß der über die Wellenfunktionen vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsdichten auswählen, also im Allgemeinen nicht völlig frei. Wir sehen also, dass die beiden Prinzipien der absoluten Spontaneität oder des Zufalls und der Notwendigkeit, wie sie Monod in [72] nannte, oder die Prinzipien Freiheit und Rationalität, wie sie der Autor in [25] bezeichnet hat, bereits im Mikrokosmos zusammenspielen. Auf die universelle Wirkung und Schöpfungskraft dieser beiden Prinzipien werden wir in Kapitel 19.2 noch zu sprechen kommen.

Wir können hier auch gleich mit dem häufig vertretenen Irrtum aufräumen, die in der Mikrophysik vorhandenen Freiheiten seien nur sehr klein, nicht direkt beobachtbar und daher unbedeutend. Davon kann aber eigentlich nicht ernsthaft die Rede sein, wenn bei vielen radioaktiven Substanzen die Atome ihren für uns beobachtbaren Zerfallszeitpunkt innerhalb einer Zeitspanne von vielen Jahren, Jahrhunderten oder gar Jahrtausenden frei wählen können und ein Lichtquant hinter einer Punktblende seine Reise in jeder beliebigen, ebenfalls von uns beobachtbaren, Richtung fortsetzen kann.

### ***Nichtphysikalische Unschärferelationen***

Am Ende dieses Kapitels sei noch darauf hingewiesen, dass es auch in vielen anderen Bereichen der Wissenschaften und der menschlichen Lebenswelt Unentscheidbarkeiten, Unschärfen oder Widersprüche aus prinzipiellen Gründen gibt, die man als Analogon zu den physikalischen Unschärferelationen auffassen kann. Einige davon sollen hier noch kurz vorgestellt werden (ein Teil davon wurden aus [25] entnommen).

Eine Unschärferelation kann man z.B. zwischen der Freiheit eines Individuums und seiner persönlichen Sicherheit in der Gesellschaft erkennen. So ist ein Mehr an Sicherheit in aller Regel nur über einen Verlust an Freiräumen zu haben. In Pandemie-Zeiten (wie bei der Corona-Pandemie 2020-2022) kann man diese Unschärferelation auch zwischen Freiheit und Gesundheit sehen. Je gesünder man in einer solchen Pandemie die Menschen halten will, desto weniger Freiheit darf man ihnen beim Umgang mit anderen zugestehen.

Auch in der Geschichte kann man eine Unschärferelation ausmachen. Je geringer der zeitliche

Abstand zu Ereignissen in der Vergangenheit ist, desto unsicherer und weniger einheitlich sind im Allgemeinen die Urteile über die damaligen Ereignisse. So wird heute die Wiener Klassik vom Ende des 18. Jahrhunderts von der musikalischen Fachwelt recht einheitlich beurteilt im Vergleich zu den stark divergierenden Urteilen etwa über die avantgardistische Musik des 20. Jahrhunderts. Oft werden (etwa in der Soziologie) sogar mehrere ganz verschiedene Theorien zur Deutung der Geschehnisse der jüngeren Vergangenheit verwendet; man spricht dann von Theoriepluralismus.

Im künstlerischen Bereich finden wir ein weiteres Beispiel. Je geringer der Unterschied ist zwischen dem Zweck eines Kunstwerks und den Mitteln, mit denen der Künstler arbeitet, desto größer wird das Spektrum nutzbarer Stil- und Ausdruckselemente. Solange bildende Künste und Musik von dem äußeren Zweck getragen wurden, einen Teil oder einen Aspekt der realen oder empfundenen Welt nachzubilden (Nachahmungsästhetik), ergab sich zwangsläufig ein eingeschränktes Spektrum anzuwendender Mittel nach Farben, Formen, Bildelementen, Tönen, Klangelementen, Rhythmen, etc. Im 20. Jahrhundert wurde die Bindung an einen solchen äußeren Zweck allmählich aufgegeben und der Zweck immer mehr in den Mitteln selbst gesehen. Das führt so weit, dass eine Linie in einem Gemälde oder ein Ton in einem Musikstück nur noch sich selbst darstellen. Damit verschwindet der Unterschied zwischen Mittel und Zweck, was Raum gibt für völlig neuartige Kreationen. Daraus kann man verallgemeinernd schließen, dass sich generell bei jeglicher Art von Aktionen umso mehr Freiräume und Freiheiten ergeben, je mehr die angewandten Mittel selbst zum Zweck werden. Die Verschmelzung von Zweck und Mitteln schafft also Freiheit.

Und dann gibt's da die sogenannte „psychologische Unschärferelation“. Die Ergebnisse von psychologischen Tests werden oft verfälscht und fragwürdig, weil die Art des Tests das Ergebnis zu stark beeinflusst, z.B. wenn der Versuchsleiter als Subjekt selbst auch als Versuchsperson, d.h. als Objekt auftritt. Ähnliches passiert bei medizinischen Testreihen, wenn die Versuchspersonen die Details des Verfahrens kennen (etwa wissen, wer von ihnen das Medikament und wer ein Placebo erhalten hat). Eine Unschärferelation besteht hier zwischen der Distanz zwischen Subjekt und Objekt und der Zuverlässigkeit der Testergebnisse.

Den Gödel'schen Unvollständigkeitssatz und seine Auswirkungen in den russellschen Antinomien und anderen Lebensbereichen hatten wir in Kapitel 5.1.2 bereits kennen gelernt und diesen dort bereits als „logische Unschärferelation“ bezeichnet. Danach sind unentscheidbare Aussagen grundsätzlich nicht zu verhindern, wenn man alle Aussagen in einem (mathematischen) Begriffsgebäude zulässt. Abgeschlossenheit (oder Vollständigkeit) einerseits und Entscheidbarkeit (bzw. Widerspruchsfreiheit oder Eindeutigkeit) andererseits sind danach nicht beide gleichzeitig zu haben. Generell führt diese Unschärferelation zu dem Schluss, dass sich Systeme, welcher Art auch immer, im Allgemeinen nicht vollständig aus sich selbst heraus erklären lassen. Das trifft auch für unsere immanente Welt als Ganzes zu.

Eine interessante Unschärferelation besteht schließlich auch noch zwischen dem Neuigkeitsgrad von Aussagen und ihrer Korrektheit. Völlig korrekt ist eine Aussage, wenn sie sich über die deduktive Logik eindeutig aus den Voraussetzungen ableiten lässt. Dann ist sie aber eigentlich nichts Neues, denn sie war ja in den Voraussetzungen bereits enthalten. Wir hatten bei solchen Aussagen auch von (verallgemeinerten) Tautologien gesprochen. Ist die Aussage dagegen intuitiv oder über einen induktiven (Erweiterungs-)Schluss zustande gekommen, dann kann die Aussage zwar einen gewissen Neuigkeitsgrad besitzen, man weiß aber nicht sicher, ob und inwieweit sie überhaupt richtig ist. *Neue Aussagen sind also nicht sicher und sichere Aussagen nicht neu.*

## 15.7 Über eine zweite Verallgemeinerung des Wellenbegriffs und das Experiment mit der Katze

In Kapitel 15.6. hatten wir gelernt, dass man die Wellenfunktion bei Beobachtung eines vorher freien Teilchens allgemein nach Gleichung (15-21) als Produkt aus einer durch die Beobachtung vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsamplitude und einem komplexen Zeiger oder Drehterm in der Form

$$\Psi_B(x,t) = p^{1/2}(x,t) \cdot \exp[(2\pi i/h) \cdot (E_0 \cdot t - I_0 \cdot x)] \quad (15-38)$$

schreiben kann. Dabei sagt uns die Wahrscheinlichkeitsamplitude  $p^{1/2}(x,t)$ , wo und wann sich mit welcher Wahrscheinlichkeit bei der nächsten Wechselwirkung ein Teilchen manifestieren kann, während in der Exponentialfunktion Energie und Impuls des freien Teilchens, d.h. seine natürliche Energie und sein natürlicher Impuls repräsentiert sind. Die Dichtefunktionen für die bei einer Wechselwirkung bzw. Beobachtung sich möglicherweise zeigenden Energie- und Impulswerte, erhält man aus dem Betragsquadrat der Fouriertransformierten dieser Wellenfunktion. In dieser Energie-Impuls-Dichtefunktion fungieren die natürlichen Werte  $E_0$  und  $I_0$  als Zentralwerte, um die herum sich die möglichen Messwerte gruppieren. Zur Berechnung der *Abweichungen* von den Zentralwerten reicht dabei die Fouriertransformation der Wahrscheinlichkeitsamplituden, wie wir das bei der Berechnung der Linienbreite beim radioaktiven Zerfall ja bereits gesehen hatten.

In vielen Fällen lassen sich deshalb die vier Grundeigenschaften (Ort, Zeit, Impuls und Energie) eines physikalischen Teilchens quantenmechanisch ausreichend über die zwei Verbunddichten  $p(x,t)$  und  $p(I,E)$  oder die vier Einzeldichten  $p(x)$ ,  $p(t)$ ,  $p(I)$ ,  $p(E)$  beschreiben, deren Wurzeln man dann auch ohne Drehterme als Wellenfunktionen bezeichnen kann. Für die Einzeldichten ergäben sich so die Wellenfunktionen  $\Psi(x) = p^{1/2}(x)$ ,  $\Psi(t) = p^{1/2}(t)$ ,  $\Psi(I) = p^{1/2}(I)$  und  $\Psi(E) = p^{1/2}(E)$ .

Dies eröffnet uns die Möglichkeit, für jede beliebige Eigenschaft eine Wellenfunktion zu definieren, auch wenn sich diese nicht auf natürliche Weise mit den Begriffen Impuls oder Energie in Verbindung bringen lassen, wie das bei den Eigenschaften Ort und Zeit der Fall ist. Solche Größen können z.B. der Ladungszustand einer Batterie, die Polarisation eines Lichtquants, der Spin eines Elektrons, der Gesundheitszustand eines Patienten oder auch der Lebenszustand eines Lebewesens sein.

Bei dem als „Schrödingers Katze“ in die Geschichte eingegangenen Gedankenexperiment des österreichischen Physikers Erwin Schrödinger geht es um den Lebenszustand einer Katze, also um die Frage, ob sie tot oder lebendig sei. In dem Gedankenexperiment ist eine Katze in einem hermetisch verschlossenen Kasten zusammen mit einem radioaktiven Atom und einem Tötungsmechanismus eingesperrt, der die Katze in dem Moment umbringt, in dem das Atom zerfällt. Aus den Überlegungen des vorigen Kapitels wissen wir, dass nach dem Verschließen des Kastens die Wahrscheinlichkeit, die Katze beim späteren Öffnen tot vorzufinden mit der Zeit anwächst. Lässt man beispielsweise die Halbwertszeit des Atoms verstreichen, dann sind die Wahrscheinlichkeiten für tot und lebendig beide gleich groß; die Katze würde also beim Öffnen zu diesem Zeitpunkt in 50% der Fälle tot und in 50% der Fälle lebendig vorgefunden werden. Die Wahrscheinlichkeitsamplitude und damit die Wellenfunktion besteht in diesem Beispiel aus zwei „Peaks“, einem beim Wert „tot“, der mit der Zeit anwächst, und einen beim Wert „lebendig“, der mit der Zeit in gleicher Weise abnimmt. Die Größen Energie und Impuls spielen bei diesem Experiment überhaupt keine Rolle, Drehterme braucht man in der Wellenfunktion hier also nicht.

Die beiden Möglichkeiten tot und lebendig werden physikalisch auch als Zustände bezeichnet, und man sagt auch, die Katze befinde sich vor dem Öffnen des Kastens in einem Gesamtzustand, der die Überlagerung der Zustände lebendig und tot darstellt. Das verleitet viele zu dem *Fehlschluss* (darunter auch Physiker, siehe Vedral in [73] und Kiefer in [90]), dass die Katze nach Verstreichen z.B. der Halbwertszeit halb tot **und** halb lebendig sei. Dass ein Lebewesen gleichzeitig zu 50% tot **und** zu 50% lebendig (d.h. nicht tot) sein könne, wird von den Vertretern dieser Interpretation als äußerst merkwürdig empfunden und auch als unvereinbar mit der klassischen Physik hingestellt. [Das wäre auch unvereinbar mit den logischen Denkgesetzen (siehe am Ende von Kapitel 5.1.2). Dort hatten wir festgestellt, dass zwischen wahr und falsch zwar nicht immer entschieden werden kann, dass aber niemals etwas gleichzeitig faktisch wahr und faktisch falsch sein kann]. **Der Schluss ist aber eben ein Denkfehler** und die Überlagerung der Zustände (das sind ja Möglichkeiten und keine Fakten) alles andere als merkwürdig. Denn grundsätzlich gibt es immer mehrere Möglichkeiten für ein Ergebnis, solange man es nicht sicher weiß, also noch nicht nachgeschaut hat. Daran ist nichts ungewöhnlich. In der Quantenmechanik bezeichnet man diese Möglichkeiten, wie schon gesagt, etwas unglücklich auch als Zustände, die dann, da es mehrere sind, in Überlagerung vorkommen. Nehmen wir das Lottospiel als Beispiel: Solange der Lottospieler die vor einer Stunde (oder noch gar nicht) gezogenen Lottezahlen noch nicht erfahren hat, gibt es für ihn die beiden Möglichkeiten oder Teilzustände, gewonnen oder verloren zu haben. Daran ist nichts ungewöhnlich, aber niemand wird hier auf die Idee kommen, zu behaupten, er habe, bevor er die Lottozahlen erfahren hat, **gleichzeitig** gewonnen **und** verloren.

Der Denkfehler besteht also darin, dass Möglichkeiten und Fakten gleichgesetzt werden. In Kapitel 5.2 hatten wir schon darauf hingewiesen, dass eine solche Gleichsetzung logisch nicht zulässig ist (es handelt sich hier um einen **Kategorienfehler**). Für etwas noch Unbekanntes oder noch nicht Eintretenes gibt es im Allgemeinen immer mehrere Möglichkeiten; zu behaupten, diese seien alle gleichzeitig wahr, also Fakt, macht wenig Sinn. Das gilt nicht nur beim Lottospiel, sondern auch in der Mikrophysik. Über diesen Denkfehler und die angebliche Unvereinbarkeit der Zustandsüberlagerung mit der klassischen Physik wird häufig (auch von dem oben schon erwähnten Vedral) der Quantenmechanik attestiert, sie widerspreche unserem gesunden Menschenverstand und wäre deshalb für uns letztlich unbegreiflich. *Nach Ansicht des Autors kann man die Quantenmechanik auch wirklich nicht verstehen, wenn man den prinzipiellen Unterschied zwischen den Kategorien des Möglichen und des Faktischen ignoriert und beides in einen Topf wirft.* Im nächsten Kapitel werden wir bei der Frage danach, welche Aussagen die Quantenmechanik überhaupt macht, noch einmal darauf zurückkommen. Es gibt andere Aussagen der Quantenmechanik, die sehr wohl bemerkenswert und schwer zu begreifen sind, z.B. dass bei physikalischen Wechselwirkungen bzw. Beobachtungen die sich einstellenden bzw. beobachteten Eigenschaftswerte den Dingen nicht a priori anhaften, sondern dass sie erst bei dem Vorgang selbst erzeugt, d.h. festgelegt werden. Diesen Übergang vom Möglichen zum Faktischen hatten wir in früheren Abschnitten bereits angesprochen; im nächsten Kapitel soll darüber noch etwas mehr gesagt werden.

## 15.8 Der (mikro-)physikalische Messprozess: Zusammenfassung, Ergänzungen

Beginnen wir mit einer ergänzenden Zusammenfassung dessen, was in früheren Kapiteln zu diesem Thema bereits gesagt wurde. Dabei wird vieles Bekanntes ausführlich wiederholt, nochmals diskutiert und auch durch neue Aspekte ergänzt werden. Danach werden noch drei interessante Fälle näher untersucht: ein Polarisationsfilter-Experiment, die Bell-Zustandsmessung und das Thema Quantencomputer. Zunächst zur Zusammenfassung.

Wenn wir in einer Messanordnung herausfinden wollten, an welchem Ort sich ein Teilchen zu einer bestimmten Zeit zeigt, dann können wir vor der Messung aus der für diesen Zeitpunkt gültigen (zeitunabhängigen) Wellenfunktion die Wahrscheinlichkeiten für das Erscheinen des Teilchens zum Messzeitpunkt an allen in der Anordnung möglichen Orten vorausberechnen. An welchem der möglichen Orte es sich dann aber tatsächlich spontan zeigen wird, ist prinzipiell vor der Messung nicht herauszufinden. Man kann auch sagen, das Teilchen habe die „Freiheit“, sich aus den möglichen Erscheinungsorten unter Berücksichtigung der in der Wellenfunktion gegebenen Wahrscheinlichkeitsamplitude einen auszusuchen. Wenn es bei der Messung dann irgendwo erscheint, ist im Moment der Beobachtung aus einer der Möglichkeiten Sicherheit geworden. Das bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und damit die (zeitunabhängige) Wellenfunktion in diesem Moment zu einem „Peak“ (einer Dirac’schen Deltafunktion) an der Stelle zusammenschrumpfen, an der das Teilchen erscheint. Wir hatten schon gesagt, dass man bei diesem Vorgang auch vom Kollaps der Wellenfunktion spricht, bei dem die vor der Messung vorhandene Wahlfreiheit vernichtet wird. Da sich aber wegen der Unschärferelation nicht gleichzeitig mit dem Ort auch die Geschwindigkeit des Teilchens genau bestimmen oder festlegen lässt, können wir seine Auftrittsorte bei künftigen Beobachtungen nicht exakt vorausberechnen, sondern nur ungenau schätzen. Dadurch beginnt sich die Orts-Wellenfunktion, wenn wir das Teilchen sich selbst überlassen, nach der zuständigen Differentialgleichung (etwa der Klein-Gordon-Gleichung) allmählich wieder zu verschmieren (siehe auch Kapitel 15.5). Es verwandelt sich also die bei der Messung gewonnene Gewissheit über den Ort wieder in Möglichkeiten. Man kann auch sagen, das Teilchen gewinne wieder an Freiheit. Dasselbe gilt nicht nur für den Ort, sondern auch für die anderen Grundgrößen Zeit, Energie und Impuls, wobei die Größen Zeit und Energie, sowie Ort und Impuls über die Fouriertransformation verschränkt sind und diese Paare je einer Unschärferelation unterliegen.

Die unabhängigen Veränderlichen, über denen die Wellenfunktion dargestellt wird, in den meisten Beispielen der obigen Kapitel waren das Ort und Zeit, oder Energie und Impuls, bilden den sogenannten Konfigurationsraum der Wellenfunktion. Bei den genannten Beispielen ist dieser bereits vierdimensional: drei Orts- und eine Zeitachse, bzw. drei Impuls- und eine Energieachse. In den Formeln und Abbildungen hatten wir der Einfachheit halber aber immer nur eine Orts- und eine Impulsachse im Konfigurationsraum berücksichtigt. Will man auch noch andere Eigenschaften (Beispiele siehe nächster Absatz) desselben Teilchens oder dieselben Eigenschaften zweier oder mehrerer (evtl. miteinander verknüpfter) Teilchen in einer gemeinsamen (Verbund-) Wellenfunktion beschreiben, dann ergeben sich entsprechend höherdimensionale Konfigurationsräume. Die Wellenfunktion zweier Teilchen für die Eigenschaften Ort und Zeit hätte dann bereits sieben unabhängige Veränderliche, sechs Raum- und eine Zeitvariable; der Konfigurationsraum wäre also siebendimensional. Bei voneinander unabhängigen Teilchen lässt sich die Wellenfunktion aber in zwei separate Funktionen mit je nur vier unabhängigen Veränderlichen faktorisieren. Bei Mehrteilchensystemen sind auch die Entwicklungsgleichungen (siehe Kapitel 15.5) entsprechend anzupassen.

Zu den oben genannten „anderen Eigenschaften“ zählen alle über die vier Grundgrößen Ort, Zeit, Impuls und Energie hinausgehenden messbaren physikalischen Größen, wie etwa die Länge eines Objektes, der Spin (etwa „Drehsinn“) oder die Masse eines Elektrons, die Polarisationsebene eines Photons (d.h. die Schwingungsebene des Feldvektors), der Drehimpuls eines rotierenden Objektes, die elektrische Spannung einer Batterie oder auch der Lebenszustand eines Lebewesens mit den zwei möglichen Werten „tot“ und „lebendig“. Auch diese Zustände sind physikalisch mit (verallgemeinerten) Wellenfunktionen beschreibbar, aus denen die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der möglichen Werte bei einer Beobachtung abgelesen werden können. Siehe das Beispiel von Schrödingers Katze im letzten Kapitel.

Nun kann man bei jedem Experiment die zu diesem Zeitpunkt a priori gegebene Wellenfunktion sich aus Summanden zusammengesetzt denken, die jeder für einen der Punkte im Konfigurationsraum das dort mögliche Ergebnis mit seiner Wahrscheinlichkeitsamplitude repräsentiert, und die in der Wellenfunktion – im Allgemeinen noch mit einem Phasenterm oder Drehterm (d.h. mit einer komplexen Zahl) multipliziert – aufsummiert werden. Beim Beispiel der Ortsmessung wäre das für jeden Ort, an dem das Teilchen auftauchen könnte, eine Teil-Wellenfunktion, die genau an dieser Stelle einen Peak (oder eine Spitze, genau genommen eine Dirac'sche Deltafunktion) aufweist und sonst überall verschwindet (d.h. den Wert Null hat). Beim Ladezustand einer 1,5-Volt-Batterie wären das Teilwellenfunktionen, die jede bei einem der möglichen Spannungswerte zwischen 0 und 1,5 Volt einen Wert hat und sonst verschwindet. Beim Lebenszustand eines Wesens gibt es – wie wir im letzten Kapitel schon gesehen hatten – eine Teilfunktion, die nur beim Zustand „tot“ einen Wert hat (der mit der Zeit wächst) und eine zweite, die nur beim Zustand „lebendig“ einen (mit der Zeit kleiner werdenden) Wert aufweist. Man kann einen Mess- oder Beobachtungsprozess auch so interpretieren, dass dabei aus der Menge der möglichen Teilwellenfunktionen eine ausgewählt wird. Da die Gesamtwellenfunktion als kohärente (d.h. phasengerechte) Summe der Teil-Wellenfunktionen aller möglichen Messergebnisse auch Zustand des Systems genannt wird, spricht man beim Kollaps der Wellenfunktion auch von einer *Zustandsreduktion*, und bezeichnet den Verlust des vorher gegebenen kohärenten Überlagerungszustands auch als *Dekohärenz*.

Generell kann man sagen, dass jeder Messprozess aus einer Menge von nach der zugehörigen Wellenfunktion möglichen Ergebnissen eines spontan auswählt und damit Realität werden lässt. Welches der möglichen Ergebnisse real wird, ist grundsätzlich vor der Messung nicht bestimmbar, auch der mathematische Formalismus der Quantenmechanik macht darüber keine Aussage. Für die letztendliche Auswahl kann man nur den absoluten Zufall verantwortlich machen. Messen heißt also immer, eine Vielzahl von Möglichkeiten unter Mitwirkung des absoluten Zufalls auf eine einzige zu reduzieren. Es kollabiert immer eine Wellenfunktion auf die dem jeweiligen Messergebnis zugeordnete Teilfunktion, beim Atomzerfall auf der Zeitachse, bei der Bestimmung des Auftritts-Ortes eines Teilchens auf der Ortsachse, bei der Messung der Polarisation eines Photons als Winkelwert zwischen -180 und +180 Grad. Alle anderen, vorher als möglich angesehenen Alternativen werden durch den Zufall ausgesondert. Dies geschieht mit einem Messapparat, man sagt auch einem Messoperator, der zusammen mit dem Messobjekt ein Gesamtsystem bildet, an dem dann die eigentliche Messung vorgenommen wird. Wegen dieser Verstrickung von Messobjekt und Messapparat misst der Apparat dabei immer auch seinen Einfluss auf das Objekt mit. In Kapitel 5.1.2 hatten wir diesen Effekt im Zusammenhang mit dem Satz vom Ausschluss und dem Gödel'schen Satz bereits bei einem Messwertverstärker diskutiert, der auch immer seine Eigenschwingungen und sein Eigenrauschen mitmisst. Die Wellenfunktion des Gesamtsystems, an dem dann die eigentliche Messung vorgenommen wird, ergibt sich als Verknüpfung der Wellenfunktionen von Messobjekt und Messapparat, wodurch sich der Konfigurationsraum gegenüber dem des unbeobachteten Messobjektes um weitere Achsen vergrößert. Bei einer natürlichen Wechselwirkung übernimmt die gerade gegebene Umwelt die Rolle des Messapparats.

Diese Aussagen gelten nicht nur im Mikrokosmos, sondern grundsätzlich auf allen Größenskalen. Die Effekte machen sich allerdings im Makro- und Mesokosmos im Allgemeinen nur wenig oder gar nicht bemerkbar, weil in diesen Größenordnungen die quantenmechanischen Freiheitsgrade gemessen an den Messgrößen selbst meist sehr klein sind. Davon gibt es allerdings Ausnahmen, wie etwa die makroskopisch sichtbare Beugung am Spalt, auf weitere werden wir später noch zu sprechen kommen. Bei Messungen auf atomaren oder subatomaren Skalen wird in aller Regel das Messobjekt selbst durch den Messvorgang bleibend verändert,

was im Makro- und Mesokosmos wegen der Geringfügigkeit der Veränderung nicht feststellbar ist. Denn die Messung eines Quantenzustands schafft ja erst durch den Kollaps der Wellenfunktion Fakten, der beobachtete Teil der Welt kann also nach der Beobachtung gar nicht mehr derselbe sein wie vorher. Dadurch ergeben sich bei am selben Messobjekt hintereinander durchgeführten unterschiedlichen Messungen Ergebnisse, die bei Vertauschung der Reihenfolge i.a. anders ausfallen. Das liegt daran, dass das Ergebnis der ersten Messung die Wahrscheinlichkeiten der möglichen Ergebnisse der zweiten Messung verändert. Ein schönes Beispiel dafür bietet das weiter unten vorgestellte Polarisationsfilter-Experiment, bei dem das Ergebnis entscheidend von der Reihenfolge der Filter abhängt. Interessant ist, dass es ähnliche Effekte auch auf einem ganz anderen Gebiet gibt, nämlich im Bereich des menschlichen Zusammenlebens, etwa bei Versammlungen, in denen durch Abstimmung Entscheidungen getroffen werden müssen. Auch hier hat die Reihenfolge, in der verschiedene Entscheidungen zur Abstimmung kommen, oft einen großen Einfluss auf die Abstimmungsergebnisse. Für Einzelheiten dazu sei auf das Buch [25] des Autors, Kapitel 6.2.3 verwiesen.

Wie schon öfter gesagt, wollen wir unter einer „Messung“ im verallgemeinerten Sinne jede Wechselwirkung verstehen, bei der eine oder mehrere Eigenschaften sich mit bestimmten Werten manifestieren. Und wichtig ist dabei, abermals festzuhalten, dass die Eigenschaftswerte selbst nicht a priori existieren, sondern dass sie durch die Wechselwirkung erst erzeugt werden. Erst durch die Messung wird der Wert einer Eigenschaft durch (zufällige) Auswahl aus einem Spektrum von Möglichkeiten festgelegt, so wie eben die Richtung des Impulses eines durch eine Blende tretenden Teilchens (siehe Kapitel 15.6.2) erst feststeht, wenn es den Spalt passiert hat. Deshalb sollten wir uns auch immer bewusst sein (siehe Kapitel 7), dass wir nicht in einer Welt a priori vorhandener Objekte leben, an denen wir Eigenschaften beobachten, sondern in einer Welt von Eigenschaften, die wir über unsere Sinnesorgane und Messgeräte durch Beobachtungsvorgänge erzeugen und die wir dann erst zu Objekten bündeln. ***Objekte sind also nicht a priori da, sondern sind synthetische Konstrukte unseres Geistes.***

Aus dieser Erkenntnis folgt auch, dass verschiedene Beobachter bezüglich derselben Eigenschaft ein und desselben Objekts zu verschiedenen Ergebnissen kommen können. In Kapitel 21 werden wir im Zusammenhang mit den Sichtweisen der Freiheit auf dieses Phänomen noch zurückkommen.

Wichtig ist an dieser Stelle auch, noch einmal klarzustellen, welche Art von Aussagen die Quantenmechanik über physikalische Systeme überhaupt macht und welche nicht. Mit ihren Wellenfunktionen beschreibt sie das Spektrum der möglichen Werte, die sich bei der Beobachtung in einer bestimmten Situation zeigen können. Für die Auswahl eines Faktums aus diesen Möglichkeiten ist der Zufall verantwortlich – der Formalismus der Quantenmechanik macht darüber keine Aussage. Mit anderen Worten, ***die Quantenmechanik sagt nur etwas aus über Möglichkeiten und nichts über Fakten!*** Aus den Wellenfunktionen lassen sich zwar Erwartungswerte von Fakten berechnen, nicht aber die Fakten selbst. Genau das unterscheidet die Quantenmechanik von der klassischen Physik und ist auch die Kernaussage der Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik. Dazu passt auch die Sicht von Thomas Görnitz, einem Schüler von C.F. von Weizsäcker, der in [91] schreibt, dass „die klassische Physik die Fakten und die Quantenphysik die Möglichkeiten erfasst“ (siehe auch [92], Seite 36). Dass man die Wellenfunktion auch „Zustand“ eines Systems nennt, ist deshalb auch etwas unglücklich, weil das Wort Zustand sehr an Fakten denken lässt, *um die es bei der Wellenfunktion aber gar nicht geht*. Aus der einschlägigen Literatur und aus Diskussionen weiß der Autor, dass sich auch Fachleute oft dieser Tatsache nicht bewusst sind. So kommt es immer wieder zu Fehlschlüssen, wie dem im letzten Kapitel schon angesprochenen, dass Schrödingers Katze, solange man nicht nachgeschaut habe, gleichzeitig für tot und lebendig erklärt

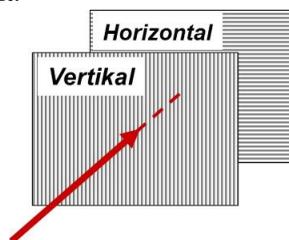
werden müsse (siehe z.B. bei Wikipedia). Korrekterweise könnte man bestenfalls davon sprechen, dass der Erwartungswert des Zustands, in dem man die Katze beim Öffnen des Kastens vorfinden würde, irgendwo zwischen lebendig und tot liegt. Solche Fehlschlüsse sind konsistent mit der Multiversentheorie, einem prinzipiell weder beweisbaren noch widerlegbaren, nach Ansicht des Autors auch recht absurden Versuch, die Ergebnisse der Quantenmechanik mit dem Determinismus zu vereinbaren (mehr dazu siehe Kapitel 17).

Soweit zur Zusammenfassung. Im Rest des Kapitels werden noch drei interessante Beispiele vorgestellt, an deren auch noch weitere Konsequenzen der Quantenmechanik deutlich werden.

### a.) Das Polarisationsfilter-Experiment

Unter der Polarisation einer elektromagnetischen Welle versteht man die Achse, in der der elektrische Feldvektor hin und her schwingt. Der Feldvektor steht immer senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung; wenn sich die Welle z.B. in x-Richtung ausbreitet, dann liegt dieser Vektor in der y-z-Ebene. Da wir Licht als Photonenstrom interpretieren müssen, kann man auch bei jeder einzelnen Photonenwelle und damit bei jedem einzelnen Photon von der Eigenschaft der Polarisation sprechen. In normalem Licht, etwa dem Licht der Sonne, kommen alle Polarisationsrichtungen gleichwahrscheinlich vor, d.h., dass sich die Photonen in diesem Lichtstrom bei entsprechenden Messungen mit gleicher Wahrscheinlichkeit mit jeder der möglichen Polarisationsrichtungen zeigen werden. Bezeichnen wir den Winkel der Polarisation gegen die z-Achse mit  $\alpha$ , dann ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Polarisationswinkel eine Gleichverteilung über  $\alpha$ . Mit sogenannten Polarisationsfiltern kann man nun (nicht ganz korrekt formuliert) die Wellenanteile „herausfiltern“, die sich mit einer bestimmten Polarisation zeigen, und so z.B. eine Lichtwelle erzeugen, die strikt vertikal polarisiert ist. Korrekt formuliert heißt das, dass sich die Wahrscheinlichkeitswellen aller der Photonen, die ein vertikal polarisiertes Filter passieren, durch den in diesem Filter vorgenommenen Messvorgang als Photonen mit vertikaler Polarisation realisiert haben; ihre Polarisations-Dichtefunktion entspricht dann also einer Dirac'schen Deltafunktion bei  $\alpha = 0$ , also  $p(\alpha) = \delta(\alpha)$ . Wenn man die Photonen dann (hinter dem Filter) wieder sich selbst überlässt, dann kann man sich das so vorstellen (auch wieder nicht ganz korrekt), dass sie diese durch den Messvorgang im Vertikalfilter erzeugte Polarisation beibehalten, bis sie bei einer erneuten Messung ggf. eine andere Polarisation annehmen, wie wir unten noch sehen werden.

Mit Polarisationsfiltern kann man viele interessante Versuche machen. Drei von ihnen wollen wir hier kurz vorstellen. Im ersten wollen wir annehmen, dass wir hinter dem ersten vertikal polarisierten Filter (V-Filter) ein horizontal polarisiertes (H-Filter) anbringen. Da der Feldvektor hinter dem V-Filter keine Komponente in horizontaler Richtung besitzt, gibt es auch keine Photonenwellen, die horizontal polarisiert sind. In dem zweiten Filter können sich also keine Photonen manifestieren; d.h., die VH-Anordnung ist lichtundurchlässig. Die Situation ist in Abbildung 15.-10 dargestellt.



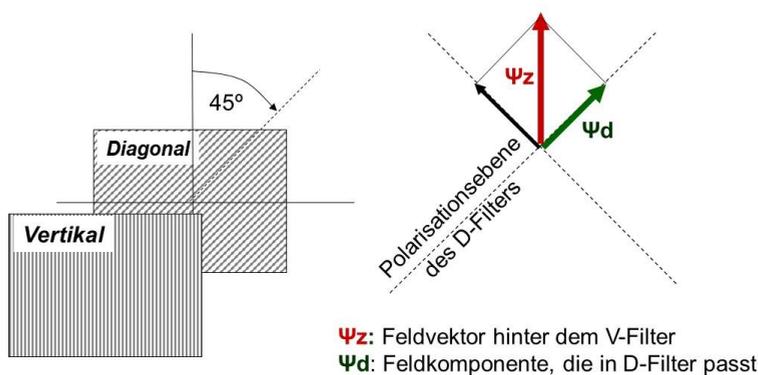
**Abbildung 15.-10:** Lichtundurchlässige Vertikal-Horizontal- (VH-) Filteranordnung

Würde man als zweites Filter wieder ein Vertikalfilter verwenden, dann würden alle Photonen, die das erste Filter passiert haben, sich auch im zweiten manifestieren und könnten hinter diesem detektiert werden. Daran erkennt man, dass sich in Quantenzuständen auch Informationen speichern und übertragen lassen. So kann man einem Photon, den logischen Werten 0 und 1 entsprechend, durch ein erstes Filter eine von zwei orthogonalen Polarisierungen (z.B. vertikal oder horizontal) aufzwingen und diese mit einem dahinter angebrachten zweiten Filter gleicher Polarisation nachweisen. Das Photon hat dabei auf dem Wege zwischen den beiden Filtern ein Bit Information gespeichert und übertragen. Man spricht auch von einem Quantenbit oder *Qubit*. Bei komplexeren Quantensystemen mit höherdimensionalen Konfigurationsräumen, lassen sich auch mehr als nur zwei orthogonale Quantenzustände finden und damit auch wesentlich mehr als nur ein Bit Information speichern. Die Möglichkeit der Datenspeicherung in orthogonalen Quantenzuständen ist auch die Grundlage der Quantencomputer, über die wir weiter unten in diesem Kapitel noch reden werden. Anmerkung: Zwei Quantenzustände sind orthogonal, wenn ihr Skalarprodukt Null ist, wie z.B. bei den Richtungsvektoren der Polarisierungen eines vertikalen und eines horizontalen Polarisationsfilters.

Im zweiten Versuch wollen wir annehmen, dass wir hinter dem V-Filter ein Filter mit einer gegen die Vertikale um 45 Grad verdrehten Polarisation anbringen, nennen wir es Diagonal- oder D-Filter; siehe Abbildung 15.-11. An diesem Filter kann man sich nun den vertikal ausgerichteten Feldvektor in zwei gleichgroße Komponenten zerlegt denken, eine parallel zur Polarisationsrichtung des Diagonalfilters und eine senkrecht dazu, wie in Abbildung 15.-11 auf der rechten Seite dargestellt. Die Wellenfunktion an dem D-Filter besitzt also über dem Polarisationswinkel zwei Peaks, einen bei 45 Grad ( $= \pi/4$ ) und einen bei -45 Grad ( $= -\pi/4$ ). Das Quadrat dieser Funktion ist nun proportional der Dichtefunktion der Polarisationswinkel, die bei den Photonen an dem Diagonalfilter vorkommen. Damit ergibt sich die Dichtefunktion:

$$p_D(\alpha) = \frac{1}{2} \delta(\alpha - \pi/4) + \frac{1}{2} \delta(\alpha + \pi/4). \quad (15-39)$$

Das Ergebnis der ersten Messung im V-Filter ist also durch die zweite Messung im D-Filter aufgehoben worden. An dem Diagonalfilter manifestiert sich genau die Hälfte der Photonen, die das erste Filter passiert haben, mit einer für das zweite Filter passenden Polarisation (erster Summand von Gl. (15-39)) und wird von diesem durchgelassen, die andere Hälfte (zweiter Summand) wird reflektiert oder in Wärme umgewandelt. Die Anordnung ist also zu 50% lichtdurchlässig. Die Entscheidung, mit +45 oder -45 Grad Polarisation zu erscheinen, wird dabei von jedem Photon nach dem Prinzip des absoluten Zufalls individuell erfüllt.



**Abbildung 15.-11:** Filteranordnung aus Vertikal- und Diagonalfilter

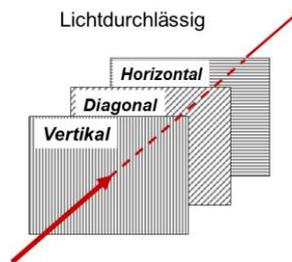
Oben hatten wir zwar davon gesprochen, dass die Photonen, die das Vertikalfilter passiert haben, eine vertikale Polarisation besäßen. Erstaunlicherweise zwingt nun aber das Diagonalfil-

ter dieselben Photonen, nunmehr mit einer Polarisierung zu erscheinen, die um plus oder minus 45 Grad gegen die Vertikale gedreht ist. Man kann also *nicht davon reden*, dass ein Photon eine bestimmte Polarisierung *habe*, vielmehr entsteht sie erst bei der Messung. Das bestätigt, was oben in der Zusammenfassung nochmals gesagt wurde, dass Quanteneigenschaften den Teilchen eben *nicht a priori anhaften*, sondern dass diese erst bei der Messung oder Beobachtung durch die Wechselwirkung zwischen Teilchen und Umwelt erzeugt werden.

Im dritten Versuch wollen wir annehmen, dass wir in der lichtundurchlässigen Filteranordnung nach Abbildung 15.-10 zwischen das vertikale und das horizontale ein diagonal polarisiertes Filter einbringen (siehe Abbildung 15.-12). Interessanterweise ist diese Anordnung nun wieder lichtdurchlässig. Das liegt daran, dass das Diagonalfilter an seinem Ausgang – wie wir ja oben festgestellt haben – auch solche Photonen realisiert, deren Polarisierungsebene um 45 Grad nach rechts gegen die Vertikale geneigt ist; in Abbildung 15.-11 entsprechen diese der Feldkomponente  $\Psi_d$ . Zwischen dem zweiten und dem dritten Filter passiert nun mit diesen Photonen dasselbe noch einmal: Der in der 45 Grad-Ebene liegende Feldvektor  $\Psi_d$  projiziert sich wiederum auf die Polarisierungsebene des dritten (horizontalen) Filters mit einer von Null verschiedenen Komponente, sodass schließlich ein Teil der Photonen (und zwar ein Viertel), die das erste Filter passiert haben, auch die beiden anderen passiert und damit am Ausgang der Einrichtung erscheint. Das Ergebnis ist zwar recht einfach erklärbar, es ist aber dennoch verblüffend, dass man durch Einbringen eines Diagonalfilters zwischen zwei orthogonal polarisierte die ursprüngliche Lichtundurchlässigkeit aufheben kann. Und wieder zeigt sich auch bei diesem dritten Experiment, dass ein Photon nicht per se eine feste Polarisierung hat, denn in diesem Fall haben ein Viertel der am ersten Filter als vertikal polarisiert erschienenen Teilchen ihre Polarisierung sogar um 90 Grad gedreht.

An diesem letzten Experiment wird auch noch einmal sehr schön deutlich, dass bei mehreren, hintereinander durchgeführten Messungen an Quantenteilchen das Gesamtergebnis eben oft von der Reihenfolge der Einzelmessungen abhängt. Wie wir gesehen haben, ergibt die Reihenfolge VDH eine zumindest teilweise lichtdurchlässige Anordnung, während bei Vertauschung der ersten beiden oder der letzten beiden Filter die Anordnung gar kein Licht passieren lässt.

**Abbildung 15.-12:**  
Lichtdurchlässige VDH- Filteranordnung

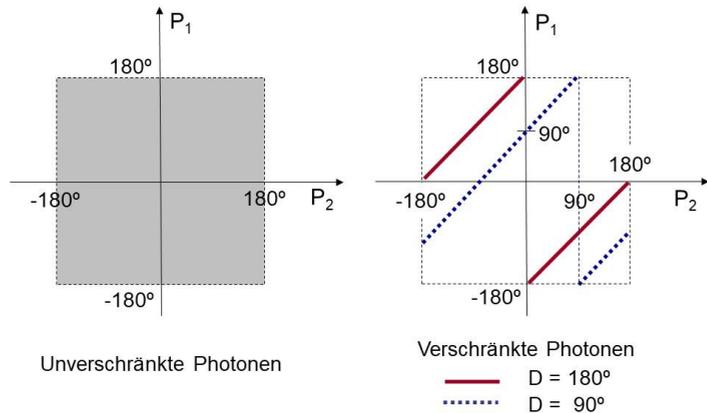


## b.) Die Bell-Zustandsmessung

Bei der Bell-Zustandsmessung wird nicht ein einzelnes Teilchen bezüglich einer bestimmten Eigenschaft vermessen, womit der Wert dieser Eigenschaft dann festgelegt würde, sondern es werden zwei Teilchen zusammen so vermessen, dass dabei nur die Differenz der Werte dieser Eigenschaft festgelegt wird, nicht aber die Eigenschaftswerte selbst. Wenn man eine solche Messung bezüglich der Polarisierungen  $P_1$  und  $P_2$  zweier Photonen durchführt, dann werden also nicht die Polarisationswinkel der beiden Photonen, sondern lediglich deren Differenz  $D = P_1 - P_2$  festgeschrieben (diese Differenz ist hier modulo  $360^\circ$  zu verstehen, da ja Polarisationswinkel von Minus  $180^\circ$  und Plus  $180^\circ$  identisch sind). Der so festgelegte Differenzwert wird sich, wenn nicht zwischenzeitlich weitere Differenzmessungen an dem Paar vorgenommen werden, bei nachfolgend durchgeführten Messungen der Einzelpolarisationen dann auch wi-

derspiegeln. Nehmen wir einmal an, die Differenz wäre auf  $90^\circ$  festgelegt worden. Wenn man dann bei einer Messung an Photon 1 einen Polarisationswinkel von z.B.  $P_1 = 37^\circ$  misst, dann weiß man ohne nachzumessen, dass sich augenblicklich an Photon 2 eine Polarisation von  $P_2 = 37^\circ - 90^\circ = -53^\circ$  einstellt, gleichgültig, wie weit die beiden Photonen voneinander entfernt sind. Wegen dieser seltsamen Verknüpfung zweier Teilchen spricht man auch von einer Verschränkung ihrer Eigenschaften und, wegen der instantanen Verkopplung über beliebige Entfernungen, auch von Nichtlokalität der Eigenschaften. Albert Einstein war diese Konsequenz seiner eigenen Arbeiten suspekt und er sprach deshalb auch von der spukhaften Fernwirkung. Abbildung 15.-13 zeigt die zugehörigen Dichtefunktionen.

**Abbildung 15.-13:**  
Verbunddichte der  
Polarisationen zweier  
Photonen



Links ist die Verbunddichte der Polarisationen der unverschränkten (d.h. noch unvermessenen) und rechts die der verschränkten Photonen nach der Differenzmessung für die beiden Fälle einer Differenz von  $D = 90^\circ$  und einer  $D = 180^\circ$  dargestellt. Die linke Dichte und damit auch die zugehörige Wellenfunktion sind als Produkt zweier Rechteckfunktionen darstellbar, da ja  $P_1$  und  $P_2$  voneinander unabhängig sind. Die Wellenfunktion ist also bezüglich der Polarisationswinkel separierbar. Durch die Verschränkung sind aus einer flächenhaften Verbunddichte (in diesem Fall einer Gleichverteilung in der Ebene) nun Linien geworden, die für die oben angenommenen Beispiele die Gleichungen  $P_1 - P_2 = 90^\circ$  bzw.  $P_1 - P_2 = 180^\circ$  verkörpern. Die Polarisationswinkel  $P_1$  und  $P_2$  sind nun nicht mehr unabhängig voneinander wählbar wie vor der Differenzmessung und die gemeinsame Wellenfunktion ist nicht mehr separierbar.

In Abbildung 15.-13 wird auch deutlich, dass die Polarisationen der beiden Teilchen nach wie vor nicht festliegen, sie können immer noch, wie bei den nicht verschränkten Teilchen, jeden beliebigen Wert zwischen  $-180^\circ$  und  $+180^\circ$  annehmen. Man sieht aus der Abbildung aber auch, dass bei Messung der einen zwangsläufig auch die andere festgeschrieben wird. Man kann das auch so deuten, dass auf diese Weise zwei (auch weit voneinander entfernte Photonen) bezüglich der Polarisation zu einem einzigen verschmolzen sind, weil die Verbundwellenfunktion ja nur noch einen Freiheitsgrad entlang der dargestellten Linien besitzt und nicht mehr zwei wie bei den unabhängigen, unverschränkten Photonen. Die beiden Photonen haben damit ihre Individualität, man kann auch sagen, ihre Identität, verloren (auf die Begriffe Individualität und Identität werden mir im nächsten Kapitel noch eingehen). Das wird besonders deutlich, wenn die Differenz  $D$  Null ist. Denn in diesem Fall ist die Verbunddichte (bzw. die Wellenfunktion) eine Gerade unter  $45^\circ$  durch den Nullpunkt des Koordinatensystems und die Einzelpolarisationen beider Photonen nehmen bei Messungen immer exakt denselben Wert an. Es gibt nun tatsächlich physikalische Wechselwirkungs-Vorgänge (auf die hier nicht eingegangen werden soll), bei denen Photonenpaare entstehen, deren Polarisationen mit der Differenz Null verschränkt sind.

Generell gilt, dass jede Messung, die eine (nichtreversible) mathematische Verknüpfung derselben Eigenschaften zweier verschiedener Teilchen misst, zu einer Verschränkung der Teilchen hinsichtlich dieser Eigenschaft führt. Außer der Differenz  $D$  könnte man z.B. auch etwa die modulo  $360^\circ$  Summe  $S$  messen und dadurch die Polarisierungen der beiden verschränken. Dabei ergäben sich abfallende Geraden als Verbunddichten. Oder man könnte theoretisch auch die Größe  $K = (P_1^2 + P_2^2)^{1/2}$  messen und so die Polarisierungen nichtreversibel verknüpfen. Die Verbunddichte (bzw. Wellenfunktion) wäre dann in der  $P_1$ - $P_2$ -Ebene ein Kreis mit dem Radius  $K$ . Wenn man aber z.B. beides, Differenz und Summe, misst, dann sind die Polarisierungen beider Photonen genau festgelegt, da nämlich  $D$  und  $S$  zusammen eine reversible Verknüpfung darstellen (in der Abbildung würden sich dann abfallende und ansteigende Linien in einem Punkt treffen); von einer Verschränkung kann man dann nicht mehr reden.

Wie schon erwähnt, gibt es diese „Verheiratung“ von Teilchen auch bezüglich anderer Eigenschaften. Der Grad der Verheiratung von Photonen kann so weit gehen, dass sie, wenn sie gleichzeitig auf zwei verschiedene halbdurchlässige Spiegel treffen, diese beide entweder passieren oder nicht passieren, sie sich also auch diesbezüglich synchron oder scheinbar abgestimmt verhalten.

Einstein, Podolski und Rosen haben versucht, diese scheinbare Abstimmung mit verborgenen Variablen zu erklären. Diese Variablen hatten wir in Kapitel 7 schon erwähnt. Sie könnten, so glaubten die drei Herren, als hintergründige Welt von Dingen-an-sich nicht nur das Phänomen der Nichtlokalität, wie es sich bei der Verschränkung zeigt, sondern auch vieles andere von uns im Mikrokosmos Beobachtete auf deterministische Weise erklären und damit den Zufall wieder aus der Welt vertreiben (Einstein wollte nämlich nicht recht glauben, dass „Gott würfeln“). Abgesehen davon, dass es im Popper'schen Sinne wenig Sinn ergibt, von Variablen zu reden, die prinzipiell verborgen bleiben, und dass es bis heute auch keinerlei Hinweise auf deren Existenz gibt (siehe auch [97]), folgt aus den Arbeiten des nordirischen Physikers John Stewart Bell (1928-1990) von 1966 sogar, dass wegen der nach ihm benannten Ungleichung [41,74,75] das Konzept solcher Variablen mit der ansonsten doch gut bestätigten Quantenmechanik nicht vereinbar ist. Dennoch findet man immer wieder auch namhafte Leute, die das nicht akzeptieren mögen. So sagte etwa Prof. Dr. Dr. Henrik Walter bei einem Vortrag an der Ludwig-Maximilians-Universität in München am 3.2.2011, dass er erstens nicht an die Bell'sche Widerlegung des Konzepts der verborgenen Variablen glaube und dass er zweitens den Determinismus auch deshalb für nicht widerlegt hielt, weil ja in Zukunft durchaus eine neue Theorie aufkommen könne, die diesen wieder bestätigt (so hat der Autor Herrn Professor Walter zumindest verstanden). Eine derartige Argumentation ist aber wenig stichhaltig, denn mit ihr kann man jede noch so gesicherte Theorie ablehnen, selbst das Grundgesetz der Mechanik. – Wir kommen also nicht umhin zu akzeptieren, dass unsere Welt nicht nur nichtdeterministisch ist, sondern auch noch nichtlokal. Diese Nichtlokalität bedeutet, dass es Vorgänge gibt, die man nicht auf einen Raumbereich begrenzen kann, sie passieren sozusagen an mehreren Orten simultan. Neben diesen hier behandelten räumlichen Nichtlokalitäten gibt es auch Fälle von zeitlicher Nichtlokalität. In den Kapiteln 5.2.3 und 8.2 hatten wir schon solche Vorgänge angesprochen, deren Teile nicht mehr in eine zeitliche Reihenfolge gebracht werden können und man sie deshalb als zeitliche Einheit verstehen muss; man kann sagen, sie liegen zu verschiedenen Zeiten einfach vor. Auf weitere Details zu diesem Phänomen wollen wir hier aber verzichten.

### c.) Qubits und Quantencomputer

Oben unter a.) hatten wir bereits erwähnt, dass man in Quantenzuständen etwa von Lichtquanten auch Informationen speichern kann. Mit der Polarisation eines Photons wäre dann eine der

beiden Möglichkeiten 0 und 1 darstellbar, was einen Ein-Bit-Speicher bedeutet. Mit  $n$  solchen Qubits ist dann eine von  $2^n$  verschiedenen Informationen darstellbar, was einen  $n$ -Bit-Speicher bedeutet. Das wäre zunächst noch genauso wie bei jedem anderen Speicher, den wir aus der Informationstechnik kennen. Wenn es einem aber nun gelingt, diese  $n$  Qubits in geeigneter Weise zu verschränken, dann können nach Angaben der Fachleute in diesen  $n$  Speichereinheiten nicht nur *eine* der  $2^n$  möglichen Bitfolgen, sondern maximal sogar *alle* gleichzeitig dargestellt werden. Man kann das anschaulich so interpretieren, dass auf diese Weise ein Qubyte (aus 8 Qubits) einem konventionellen Speicher von 256 Byte entspricht. Aus dem zum Konzept der Quantencomputer verfügbaren Informationen ist es dem Autor aber nicht gelungen dies nachzuvollziehen. Bei Wikipedia findet man dazu weiter: „Führt man nun mit Hilfe quantenmechanischer Operationen Berechnungen auf diesem (verschränkten) Zustand (aus  $n$  Qubits) aus, so werden diese Berechnungen effektiv auf allen diesen Bitfolgen gleichzeitig ausgeführt. Dieser sogenannte Quantenparallelismus ist der Grund dafür, dass Quantencomputer bestimmte Probleme schneller lösen können als klassische Computer. Allerdings kann man die gespeicherten Bitmuster nicht einzeln auslesen; jede Messung liefert nur einen zufällig ausgewählten der gespeicherten Werte. Um den Quantenparallelismus zu nutzen, müssen daher zusätzlich spezifisch quantenmechanische Transformationen vorgenommen werden, die keine klassischen Äquivalente haben (...).“ Ende des Zitats.

An Versuchsmodellen solcher Quantencomputer wird seit einigen Jahren bei verschiedenen Firmen gearbeitet. In der Süddeutschen Zeitung vom 23.9.2019 und im Spektrum der Wissenschaft (Januar-Ausgabe 2020) wurde u.a. von einem solchen Gerät berichtet, das eine bestimmte Aufgabe in 3,5 Minuten erledigt haben soll, wofür der schnellste konventionelle Computer 10.000 Jahre brauchen würde. Allerdings lassen sich die Ergebnisse nicht mehr in menschlichen Lebenszeiten überprüfen, man ist auf Plausibilitätsbetrachtungen angewiesen.

Die Funktionsweise eines Quantencomputers kann man auch anschaulich mit der Feldtheorie so erklären, dass in ihm elektrische Felder verknüpft werden. Da diese auch als Wahrscheinlichkeitswellen zu deuten sind, die viele Möglichkeiten gleichzeitig repräsentieren, werden bei der Verknüpfung von elektrischen Feldern auch „viele Möglichkeiten“ gleichzeitig verknüpft, und nicht nur jeweils „ein Faktum“, wie bei jedem Rechenschritt in einem konventionellen Digitalrechner. Nach dieser Deutung arbeiten Quantencomputer also so ähnlich wie klassische Analogrechner. Quantencomputer eignen sich (zumindest bisher) nur zur eleganten Lösung ganz bestimmter Aufgaben wie etwa der Suche nach den Primfaktoren großer Zahlen, außerdem gibt es Genauigkeitsprobleme, denen man durch viel Redundanz begegnen muss. Auch darin zeigt sich eine Parallele zu den Analogrechnern, die auch nur für die schnelle Lösung von Differentialgleichung gut geeignet sind, das aber bei begrenzter Genauigkeit.

## 15.9 Von den Feldtheorien und der Teilchenphysik

In der klassischen Physik werden die Phänomene der Elektrizität, des Magnetismus und der Gravitation mit Hilfe des Feldbegriffs erklärt. Man spricht von elektromagnetischen Feldern, und Gravitationsfeldern, die für die beobachteten Erscheinungen auf diesen Gebieten und auch für die messbaren Kräfte zwischen den Körpern verantwortlich sind. So bewirken z.B. das Gravitationsfeld der Erde, dass ein Stein von ihr angezogen wird und zur Erde fällt, und das elektrische Feld zwischen elektrisch geladenen Teilchen, dass sich diese anziehen oder abstoßen. In diesen Theorien werden elektromagnetische Wellen und Gravitationswellen als zeitlich und räumlich veränderliche Felder beschrieben. So ist eine Lichtwelle ein elektromagnetisches Feld, dessen Feldstärke örtlich und zeitlich variiert. Wenn nun aber diese raumzeitlich veränderlichen Felder als Wahrscheinlichkeitsfunktionen für das Auftreten von Teil-

chen zu deuten sind (wie die elektromagnetische Welle für das Auftreten eines Photons), dann sollte dies auch für die statischen Felder zutreffen. Wir sollten also auch aus den statischen Feldern auf die Möglichkeit der Beobachtung von Teilchen schließen können, die diese statischen Felder und deren Kraftwirkung erklären. Damit erhalten auch die statischen Felder einen Wahrscheinlichkeitscharakter und damit einen nichtrealen, transzendenten Anstrich.

Das heutige Teilchenmodell der Physik enthält nun in der Tat auch solche Kraftteilchen. Über das Standardmodell wird versucht, alles, was es in der Physik gibt, mit Hilfe „realer“ Teilchen zu beschreiben. Diese Realität der Teilchen ist natürlich auch hier nur im Sinne von messbaren Eigenschaften gemeint, nicht im Sinne eines „Dinges-an-sich“. Im Standardmodell der Elementarteilchen unterscheidet man zwischen den Fermionen, aus denen die (feste) Materie im Wesentlichen aufgebaut ist (das sind die Quarks und die Leptonen, zu Letzteren zählen z.B. die Elektronen), und den Austausch- oder Botenteilchen, den sogenannten (Eich-) Bosonen, mit denen man die oben beschriebenen Kraftwirkungen zwischen den Fermionen erklärt.

So gibt es insgesamt acht verschiedene Gluonen als Austauschteilchen für die sogenannte starke Kraft, die im Atomkern die Quarks zusammenhält. Dann gibt es die W- und Z-Bosonen als Vermittler der schwachen Kernkraft, die u.a. für eine bestimmte Art des radioaktiven Zerfalls (den  $\beta$ -Zerfall, bei dem Elektronen freigesetzt werden) verantwortlich ist. Das Photon schließlich spielt die Rolle des Austauschteilchens für die elektromagnetischen Kräfte. Man muss sich das so vorstellen, dass z.B. ein negativ geladenes Elektron und ein positiv geladenes Proton deswegen voneinander angezogen werden, weil sie permanent Photonen austauschen. Da sich in einem elektrostatischen Feld aber nichts verändert, haben diese Photonen allerdings die Frequenz Null. Der Beitrag eines einzelnen solchen Photons zum Energieinhalt eines statischen Feldes ist damit verschwindend klein, man muss also wohl von unendlich vielen davon pro Volumeneinheit ausgehen.

Die bisher genannten Austauschteilchen sind alle experimentell nachgewiesen und in ihrer Rolle bestätigt, sie haben den Spin 1, die mit ihnen beschriebenen Felder sind gerichtete Größen, also Vektoren und die zugehörigen Wellenfunktionen sind transversal. Auch das sogenannte Higgs-Boson, welches man für die Masse der massebehafteten Teilchen des Standardmodelles verantwortlich macht, glaubt man bei Versuchen am CERN im Juli 2012 ja auch entdeckt zu haben. Es hat den Spin 0, das zugehörige Feld ist (soweit der Autor das verstanden hat) ein komplexes Skalarfeld und das Teilchen hat eine mittlere Lebensdauer von (nur)  $10^{-22}$  Sekunden. Dann wäre noch das hypothetische Graviton als Vermittler der Schwerkraft zu erwähnen. Hypothetisch deshalb, weil es auf Grund von Theorien existieren sollte, man es aber noch nicht experimentell nachweisen konnte. Es wird als Teilchen mit dem Spin 2 postuliert (weil sich positive Gravitationsladungen anziehen und nicht abstoßen wie elektrische Ladungen, dessen Feldbosonen den Spin 1 haben) und die Wellen werden als transversal angenommen. Man kann sich das so vorstellen, dass der Raum senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Wellen rhythmisch gestaucht und gedehnt wird.

So wie man aus einer elektromagnetischen Welle, die aus den maxwellschen Gleichungen folgt, auf die Wahrscheinlichkeit schließen kann, zu einer bestimmten Zeit an einem bestimmten Ort ein Photon entdecken zu können, so sollte man auch eine Gravitationswelle, die aus den einsteinschen Gleichungen folgt, als quantenmechanische Wellenfunktion deuten können, die uns etwas über die Auftritts-Wahrscheinlichkeit eines Gravitons sagt. Man kann wohl davon ausgehen, dass die Energie  $E$  dieser Teilchen wie bei Photonen über  $E = h \cdot f$  proportional zur Frequenz ist. Da die Frequenzen von Gravitationswellen sehr niedrig sind, sie liegen i.a. zwischen winzigen Bruchteilen von einem Hertz und etwa 10 Kilohertz (Frequenzen bis 1 MHz sind zwar auch möglich, aber nur sehr selten zu erwarten), wird deutlich, wie schwer es

sein dürfte, Teilchen mit so kleinen Energien aufzuspüren, und warum sich Gravitationswellen auch so schwer nachweisen lassen. Die bisher beobachteten Gravitationswellen haben sich bei Messzylindern und sogar bei (von Laserstrahlen vermessenen) kilometerlangen Wegstrecken nur durch Längenänderungen bemerkbar gemacht, die um Größenordnungen kleiner sind, als der Durchmesser eines Protons.

Das jüngste unter den bisher entdeckten Teilchen ist das Higgs-Boson. Nach der Higgs-Theorie sollen Quarks, Elektronen, Z- und W-Bosonen durch Wechselwirkung mit dem Higgs-Feld, oder von den diesem Feld zugeordneten Teilchen ihre Masse erhalten. Auf die Motivation zu dieser Theorie kommen wir später noch zurück. Zunächst zum Formalismus. Bei der Theorie wird angenommen, dass das Vakuum von einem Feld durchsetzt ist, das im unbeobachteten Zustand von virtuellen Teilchen (die in Kapitel 15.6.1 bereits erwähnt wurden) mit einer imaginären Ruhmasse  $m_0 = i \cdot m_H$  ( $m_H$  reell), bzw. einer imaginären Ruhenergie von  $E_0 = i \cdot E_H = i \cdot m_H \cdot c^2$  herrührt. Solange das Quadrat der Bewegungsenergie  $(I \cdot c)^2$  kleiner bleibt als das negative Quadrat der imaginären Ruhenergie, ist nach der einsteinschen Energie-Impuls-Beziehung (15-6a) auch die Gesamtenergie  $E$  imaginär. Der Einfachheit halber können wir den Impuls als Null annehmen, womit dann  $E = i \cdot E_H$  gilt. Ohne in die Details der Higgs-Theorie einzusteigen, wollen wir uns hier lediglich ansehen, was die Beobachtung einer Wellenfunktion nach Gleichung (15-8) bedeutet, in der die Energie imaginäre Werte annimmt. Die zeitabhängige Wellenfunktion wird dann, wegen  $i \cdot i = -1$ , zu einer mit dem (ggf. auch komplexen) Feldfaktor  $\Psi_0$  multiplizierten reellen Exponentialfunktion der Form:

$$\Psi(t) = \Psi_0 \cdot \exp[(2\pi i/h) \cdot E_0 \cdot t] = \Psi_0 \cdot \exp[(-2\pi/h) \cdot E_H \cdot t]. \quad (15.9-1)$$

Mit der Annahme  $I = 0$  ist der ortsabhängige Teil der Wellenfunktion (der hier aber ohnehin nicht interessiert, solange  $|I| \cdot c < |m_H| \cdot c^2$ ) dann Eins. Bei  $I \neq 0$  wäre die Wellenfunktion wie eine eingefrorene Wasserwelle, die mit der Zeit exponentiell abfällt (oder bei negativem  $E_H$  anwächst). Bei elektromagnetischen Wellen in Materialien mit großer Dämpfung kennt man den umgekehrten Fall, nämlich „Wellentypen“ mit periodischem Zeit- und aperiodischem Ortsverhalten, wo man sie „Dämpfungstypen“ nennt. – Bei einer Beobachtung des Teilchens über der Zeit braucht man nun noch eine Dichtefunktion  $p(t)$ , die diese Beobachtung beschreibt. Ihre Wurzel geht als Faktor in die Wellenfunktion der Beobachtung ein. Wie beim radioaktiven Zerfall kann man hier als zeitliche Dichtefunktion  $p(t)$  die Zerfallsgleichung (15-33) verwenden. Damit erhält man als Wellenfunktion der Beobachtung über der Zeit

$$\begin{aligned} \Phi_B(t) &= \Psi_0 \cdot p^{1/2}(t) \cdot \exp[(-2\pi/h) \cdot E_H \cdot t] \\ &= \Psi_0 \cdot (1/T_W)^{1/2} \cdot \exp[-(2\pi/h) \cdot E_H \cdot t - t/(2 \cdot T_W)] \quad \text{für } t > 0. \end{aligned} \quad (15.9-2)$$

$T_W$  ist die mittlere Wartezeit bis zum Zerfall des Higgs-Bosons, bzw. seine mittlere Lebensdauer. Um die Wellenfunktion der Beobachtung über der Energie zu erhalten, muss man diese Gleichung gemäß Gleichung (15-32) noch der Fourier-Transformation unterziehen:

$$\Phi_B(E) = \int \Phi_B(t) \cdot \exp[-(2\pi i/h) \cdot E \cdot t] \cdot dt \quad (15.9-3)$$

Setzt man (15.9-2) in (15.9-3) ein, löst das Integral (in den Grenzen von Null bis Unendlich) und bildet das Betragsquadrat der Lösung, dann ergibt sich die Dichtefunktion der sich zeigenden Energiewerte zu

$$p(E) \sim 1/\{E^2 + [E_H + h/(4\pi \cdot T_W)]^2\} \quad (15.9-4)$$

Diese Funktion hat die gleiche Form wie das Strahlungsspektrum beim radioaktiven Zerfall (s. Abbildung 15.-9), ist aber in diesem Fall symmetrisch zum Energienullpunkt, wo sie ihr Maximum aufweist. Offen bleibt, was hier formal negative  $E$  bedeuten (siehe die Anmerkung

in Kapitel 15.4). Wir brauchen uns hier aber nur auf die positiven Werte zu konzentrieren. Die Energie, bei der  $p(E)$  auf 50 % abgefallen ist, ergibt sich zu

$$E_{50} = E_H + h/(4\pi \cdot T_W). \quad (15.9-5)$$

Die Größe  $E_H$  können wir in dieser groben Überlegung als die Energie annehmen, die in der Literatur für das Higgs-Bosons angegeben wird. Sie liegt bei 125 Milliarden Elektronenvolt, einem sehr großer Betrag – die Ruhmasse eines Neutrons liegt z.B. bei nur knapp einer Milliarde. Der zweite Summand entspricht der Energieunschärfe auf Grund der mittleren Lebensdauer  $T_W$  des Higgs-Bosons und ist mit  $T_W \approx 10^{-22}$  s und  $h \approx 6,6 \cdot 10^{-34}$  Js um vier Größenordnungen kleiner als der erste Summand und damit vernachlässigbar. Die Rechnung zeigt, dass sich bei Wechselwirkungen mit dem Higgs-Feld, trotz der imaginären Energie des freien Teilchens, erstaunlicherweise auch reelle Energien und damit reelle (Gesamt-)Massen  $E/c^2$  manifestieren können. Warum gewisse Teilchen des Standardmodells mit dem Higgs-Feld wechselwirken und dadurch Masse erhalten, andere aber nicht, wie Photonen und Gluonen, wird mit Kopplungsfaktoren erklärt. Darauf soll aber hier nicht weiter eingegangen werden.

Die Konzepte negativer Massen und Energien passen ja noch irgendwie in unsere immanente Welt, *imaginäre* Massen oder *imaginäre* Energien, wie man sie dem freien Higgs-Teilchen zuschreibt, sind aber sicher nicht mehr von dieser Welt. Wenn also das Higgs-Teilchen tatsächlich den massiven Teilchen im Standardmodell ihre Masse vermittelt, dann beschafft es diese aus der Transzendenz, weswegen es zurecht manchmal Gottesteilchen genannt wird.

Nun noch ein paar Worte zur Motivation zu dieser Theorie: Die Entstehung einer positiven Ladung aus dem Nichts ist möglich, wenn gleichzeitig eine gleichgroße negative entsteht. Etwas ladungsmäßig Neutrales lässt sich also in zwei sich gegenseitig neutralisierende Teile aufspalten, die Summe aller Ladungen ist immer gleich Null. Mit anderen Worten: Aus dem ladungsmäßig symmetrischen Nichts werden durch einen Bruch dieser Symmetrie Ladungen erzeugt. Die bei der *Ladung* (etwa eines Elektrons) gegebene Symmetrie kann man bezüglich der *Masse* der massebehafteten Elementarteilchen des Standardmodells in unserer Welt aber nicht beobachten. In Kapitel 6.2.4 hatten wir schon darüber gesprochen, dass Strukturen immer durch Symmetriebrüche entstehen. So wie auch die anderen Bosonen Symmetriebrüche beschreiben, hat man mit dem Higgs-Mechanismus nun auch die Entstehung der Ruhmasse der Elementarteilchen (bzw. ihres energetischen Äquivalents) als Symmetriebruch erklären können, wenn auch nur unter Zuhilfenahme einer imaginären Welt und nur für die Quadrate der Massen, nicht für die Massen selbst. Man kann sich das vereinfacht etwa so vorstellen, dass die Summe der Quadrate der (Ruh-) Massen der Elementarteilchen der negativen Summe der Quadrate der (imaginären) Massen  $i \cdot m_H$  der freien Higgs-Teilchen entspricht, die bei den Wechselwirkungen zur Erzeugung der Teilchenmassen beteiligt waren, und so die Summe aller Energiequadrate verschwindet.

Nun muss man aber wissen, dass die Massen der aus Elementarteilchen zusammengesetzten Gebilde, wie Atome, Moleküle und größere Körper, sich nur zu einem kleinen Teil aus den Massen ihrer Konstituenten rekrutieren. Dazu heißt es bei Wikipedia auf der Internetseite <https://de.wikipedia.org/wiki/Higgs-Boson>: „Die durch das Higgs-Feld entstandenen Massenwerte der Teilchen tragen nur ca. 1% zur wägbaren Masse der gewohnten Materie bei, denn diese beruht nach der Äquivalenz von Masse und Energie auch auf sämtlichen Wechselwirkungen ihrer Bestandteile.“ Das bedeutet, dass das, was wir als Masse eines Körpers bezeichnen, fast *vollständig* aus diesen Wechselwirkungsenergien (i.a. sind das Feldenergien) zwischen den Elementarteilchen und zwischen größeren, aus Elementarteilchen aufgebauten, Teil-Gebilden des Körpers besteht. Vermutlich tragen die von der starken Kernkraft getragenen Energien in den Atomkernen am meisten zur Masse bei. Zur Beschreibung dieser inneren

Energien braucht man aber wieder den Feldbegriff. So kann man die in dem statischen elektrischen Feld eines Kondensators gespeicherte Energie (und damit die dadurch repräsentierte Masse) auch nur aus der Feldstärke und dem Volumen des Dielektrikums berechnen, nicht aus den Photonen in dem Feld. (Die Energiedichte im elektrostatischen Feld ist  $\epsilon E^2/2$ , darin sind  $E$  die elektrische Feldstärke und  $\epsilon$  die Dielektrizitätskonstante des Dielektrikums).

Vielleicht könnte man auf den Higgs-Mechanismus zur Erklärung der Massen der Elementarteilchen auch verzichten und deren Massen auch als innere Energien von Feldern (etwa zwischen möglichen Bestandteilen der Elementarteilchen) erklären. Dieser Gedanke wird auch in der Literatur gelegentlich vertreten. Zumindest wäre das bei der Masse eines Elektrons möglich. Sie lässt sich nämlich auch über  $E = mc^2$  aus der Energie seines elektrostatischen Feldes berechnen, wenn man dem Elektron einen passenden effektiven Radius zuschreibt.

Soweit zum Higgs-Mechanismus. Im Zusammenhang mit der Frage nach der Gesamtenergie des Alls werden wir in Kapitel 20.1 noch einmal darauf zurückkommen.

Das Bestreben der Teilchenphysiker, unsere ganze Welt vollständig über faktisch beobachtbare Teilchen zu beschreiben, korrespondiert mit der neuzeitlichen (aber auch der Aristotelischen) Philosophie, dass nur das Beobachtete wirklich real ist und ein dahinter vermutetes (transzendentes) Wesen der Dinge wie etwa eine platonische Welt von Ideen (die auch Augustinus noch als das einzig Wahre betrachtete) und damit letztlich auch die Feldgrößen und Wellenfunktionen nur im Nachhinein entwickelte (transzendente) Abstraktionen oder „nachgedachte“ Konstrukte seien.

Diese Sicht ist natürlich nicht ganz falsch, denn in der Immanenz sind ja tatsächlich nur die Ergebnisse von Beobachtungen, also die detektierten Teilchen real. Man darf dabei aber nicht übersehen, dass wir unsere immanente Wirklichkeit mit Feldern und Wellenfunktion, wenn auch auf einer teils transzendenten Ebene, viel umfassender zu beschreiben in der Lage sind als mit den Ergebnissen einzelner Beobachtungen, weil z.B. jede Wellenfunktion ja bereits das ganze Spektrum der möglichen Ergebnisse einer Beobachtung beinhaltet. Außerdem wären wir ohne diese transzendente Ebene wohl außerstande, unsere physikalische Welt überhaupt adäquat zu beschreiben. Das trifft auf die Begriffe Energie und Masse zu (siehe oben), aber auch z.B. auf die Übertragung von Nachrichten über Funk. Wir brauchen also zur Beschreibung und zum Verstehen dessen, was wir in der Welt beobachten, offenbar beides, die Immanenz-betonte Teilchenphysik und die Transzendenz-lastige Theorie der Felder und Wellen. Platon und Aristoteles, sie hatten also beide Recht.

## **16. Über die Identität und Individualität von Objekten**

### **16.1 Unterscheidbarkeit und Identität**

Wir wollen uns nun die Frage stellen, welche Bedingungen man an ein Objekt stellen muss, damit man es als ein eigenständiges Individuum mit einer eigenen Identität bezeichnen kann. Der gesunde Menschenverstand sagt uns, dass wir das nur tun sollten, wenn das Objekt nicht vollständig von anderen Teilen der Welt abhängt, d.h. wenn es ein Bündel aus einer oder mehreren Eigenschaften des Objektes gibt, die nicht durch Eigenschaften anderer Objekte beeinflusst werden. In der Mikrophysik spricht man bei Eigenschaften in der Regel von Quantenzuständen. Wir wollen hier aber doch weiter das Wort Eigenschaften verwenden, weil die Aussagen im Prinzip auch bei größeren Objekten gelten. Mit dem Konzept der Wellenfunktion kommen wir damit zu folgender Definition:

Ein Objekt ist bezüglich eines Bündels von Eigenschaften genau dann ein eigenständiges Individuum mit einer eigenen Identität, wenn sich die dieses Bündel beschreibende Wellenfunk-

tion durch keinen Beobachtungsvorgang an anderen Teilen der Welt verändern lässt. Zu einer solchen Veränderung würden z.B. ein von außen verursachter Kollaps auf ein definitives Wertebündel oder eine Einschränkung des ursprünglichen Spektrums von möglichen Werten zählen. Letzteres wäre etwa der Fall, wenn die Polarisation eines Photons durch die Messungen an einem anderen Photon von ursprünglich  $-180$  bis  $+180$  Grad auf einen kleineren Bereich eingeschränkt würde.

Mit den Ergebnissen des Teils b.) des Kapitels 15.8 sehen wir, dass ein Objekt bezüglich eines Bündels von Eigenschaften nur dann als ein autonomes Individuum bezeichnet werden kann, wenn es hinsichtlich dieser Eigenschaften nicht mit einem anderen Objekt verschränkt ist. Und damit ist die Identität eines Objektes über seine nicht mit Eigenschaften anderer Objekte verschränkten eigenen Eigenschaften definiert. *Nur diese unabhängigen Eigenschaften und die zugehörige Wellenfunktion machen die Einmaligkeit eines Objektes aus und machen es damit klar unterscheidbar vom Rest der Welt.* Zwei oder mehr Objekte, die bezüglich aller ihrer Eigenschaften verschränkt sind, kann man daher eigentlich nur als ein einziges Objekt bezeichnen. Dies macht man sich beim Konzept der Teleportation (sh. Kapitel 16.2) zu nutze.

Identität, Individualität und Autonomie liegen also in der Wellenfunktion begründet. Nun ist die Wellenfunktion aber eine transzendente Größe. Ein Physiker kann vielleicht in einer gegebenen, bekannten Situation zu einem bestimmten Zeitpunkt die gültige Wellenfunktion der Eigenschaften eines physikalischen Teilchens berechnen. Ausmessen kann er diese berechnete Wellenfunktion aber nicht. Denn durch jeden Mess-, Beobachtungs- oder Wechselwirkungsvorgang kollabiert die Wellenfunktion entweder auf einen Wert oder wird zumindest eingeschränkt oder sonst irgendwie verändert. Sie hat also durch einen einzigen Messvorgang bereits ihre ursprüngliche Form eingebüßt. Mit anderen Worten, man kann zwar – wie wir schon früher herausgefunden hatten – einzelne Werte einer Wellenfunktion messen, niemals aber das ganze Spektrum der in der Wellenfunktion steckenden Möglichkeiten mit ihren Wahrscheinlichkeiten. Die Gesamtheit der transzendenten Wellenfunktion bleibt uns im Immanenten für immer verborgen. Und wenn Identität und Individualität über Wellenfunktionen definiert sind, die wir aber nie in ihrer Gänze in Erfahrung bringen oder praktisch nachweisen können, dann bleiben uns auch diese Größen für immer im Transzendenten verborgen. Identität und Individualität sind also transzendente, in unserer faktischen Welt nicht nachweisbare Größen, die wir damit der platonischen Ideenwelt zuordnen können. Und so kann man auch sagen, dass die Individualität eines Menschen ihn mit einer jenseitigen Welt verbindet.

Mit diesen Gedanken haben wir die Grundlage geschaffen, uns dem Problem der Klonierung von Quantenzuständen und damit der Klonierung von Objekten schlechthin zu beschäftigen.

## 16.2 Klonierung und Teleportation

Betrachten wir als Beispiel zunächst einmal ein Photon und beschränken das Bündel seiner Eigenschaften auf eine einzige, nämlich seine Polarisation; die Eigenschaften Frequenz und Impuls lassen wir hier einmal beiseite. Unter einem Klon dieses Photons wollen wir nun ein zweites Photon verstehen, das eine 100-prozentige Kopie des ersten ist, also eine identische Wellenfunktion der Polarisation hat, aber dennoch eine eigene Identität besitzt, d.h. unabhängig vom ersten Photon ist und nicht mit diesem verschränkt. Die Frage ist nun, wie wir einen solchen Klon herstellen könnten. Wir könnten hingehen und durch eine Bell-Zustandsmessung, die Differenz der Polarisationen beider Photonen auf Null einstellen. In diesem Fall hätten zwar beide die gleiche Wellenfunktion, wären aber nach der Bell-Zustandsmessung verschränkt, denn bei der Messung der Polarisation an einem der Photonen würde zugleich auch die Polarisation des anderen feststehen. Mit einer Bell-Zustandsmessung geht's also

nicht. Nun könnte man auf die Idee kommen, die Wellenfunktion des ersten Photons auszumessen und auf irgendeine Weise auf ein zweites Photon zu übertragen. Wie wir im letzten Kapitel aber schon gesehen hatten, ist auch das unmöglich. Denn messen kann man eben immer nur einzelne Werte einer Wellenfunktion, niemals die ganze Funktion, weil bei jeder Messung die ursprüngliche Wellenfunktion zerstört wird. Die Überlegungen zeigen, dass sich Quantenzustände nicht klonieren lassen, was Wootters und Zurek bereits 1982 bewiesen haben (siehe [76]).

Da alle Objekte, ob groß oder klein, letzten Endes nichts anderes sind als Bündel von Eigenschaften und damit Bündel von Quantenzuständen aller beteiligten Elementarteilchen, lassen sich keinerlei Objekte in dem hier gemeinten Sinne klonieren, sie lassen sich bestenfalls verschränken. Wenn schon Klonieren nicht möglich ist, so ist doch aber wenigstens etwas anderes Interessantes im Prinzip möglich, nämlich die Teleportation. Dabei geht es darum, Objekte mit Mitteln der Informationsübertragung von einem Ort zum anderen zu transportieren, in der Sciencefiction-Sprache würde man sagen, zu „beamen“. Darum soll es im Rest dieses Kapitels gehen.

Zur Verdeutlichung wollen wir uns wieder auf einen einzigen Quantenzustand eines einzigen Teilchens beschränken, eben wieder auf die Polarisation eines Photons, und daran den Vorgang einer Teleportation studieren. Wenn wir zeigen können, dass die Teleportation eines einzelnen Quantenzustands möglich ist, ist auch bewiesen, dass sich auch größere Objekte, bis hin zu Personen, prinzipiell teleportieren ließen.

Nehmen wir an, wir wollen das Photon  $P_X$  (mit Polarisation  $X$ ) vom Ort  $A$  zum Ort  $B$  teleportieren. Dann nehme man zwei mit Differenz Null verschränkte Hilfsphotonen  $P_Y$  und  $P_{Y'}$  (mit Polarisationen  $Y$  und  $Y'$ ), belasse  $P_Y$  am Ort  $A$  und bringe  $P_{Y'}$  zum Ort  $B$ . Letzteres kann lange Zeit vor dem Teleportationsversuch geschehen, man muss nur darauf achten, dass  $P_Y$  und  $P_{Y'}$  zwischenzeitlich nicht gestört werden und möglicherweise ihre Verschränkung beeinflusst wird. Dann messe man am Ort  $A$  mit einer Bell-Zustandsmessung die Polarisationsdifferenz  $D$  zwischen den Polarisationen des zu teleportierenden Photons  $P_X$  und des Hilfsphotons  $P_Y$ , also  $D=X-Y$ . Durch diese Differenzmessung werden  $P_X$  und  $P_Y$  verschränkt und beide verlieren ihre Individualität und Identität, womit auch das zu teleportierende Photon als eigenständiges Objekt sozusagen nicht mehr vorhanden ist. Dann übertrage man die gemessene Differenz  $D$  über einen konventionellen Datenkanal von  $A$  nach  $B$  und addiere sie dort auf die Polarisation des Photons  $P_{Y'}$ . Dies ist leicht durch ein Filter zu bewerkstelligen, das die (unbekannte) Polarisation  $Y'$  um den übertragenen Wert  $D$  dreht, ohne dabei die Polarisation selbst festzulegen. Wenn das Photon z.B. ohne dieses Filter Polarisationen zwischen  $u$  und  $v$  annehmen konnte, dann kann es nach dem Durchgang durch dieses „Drehfilter“ Werte zwischen  $u+D$  und  $v+D$  annehmen.

Durch die genannte Addition wird aus dem Photon  $P_{Y'}$  ein Photon  $P_E$  mit der Polarisation  $E = Y' + D = Y' + X - Y$ . Da aber die Polarisationen  $Y$  und  $Y'$  identisch sind, ergibt sich schließlich

$$\begin{aligned} E &= Y' + X - Y \\ &= Y + X - Y \\ &= X. \end{aligned}$$

Wie man sieht, ist der Quantenzustand von  $P_X$  vom Ort  $A$  zum Ort  $B$  gewandert, und das Hilfsphoton  $P_{Y'}$  am Ort  $B$  hat die Identität übernommen, die das zu teleportierende Photon  $P_X$  am Ort  $A$  verloren hat. Damit ist bewiesen, dass Teleportation möglich ist und im Prinzip auch größere Objekte über Nachrichtenkanäle „gebeamt“ werden könnten. Allerdings bräuhete man dazu ein riesiges Repertoire verschiedener Teilchen am Ort  $B$ , die mit entsprechenden

Teilchen am Ort A mit der Differenz Null verschränkt sind. Wegen der enormen Menge an nötigen verschränkten Teilchen und der unvorstellbar großen zu übertragenen Datenmenge wird sicher eine Teleportation von Personen niemals praktisch machbar werden. Theoretisch möglich wäre sie aber.

Die Teleportation hat noch einen interessanten Nebenaspekt. Sie zeigt nämlich, dass es möglich ist, eine Information von einem Ort zum anderen zu transportieren, ohne sie selbst in Erfahrung zu bringen, was sich beim Aufbau abhörsicherer Informationsübertragungswege nutzen lässt (und auch, nicht exakt in dieser aber in ähnlicher Weise, bei Banktransaktionen übers Internet genutzt wird; siehe auch die Süddeutsche Zeitung vom 9.8.2012, Seite 14). Ein (allerdings etwas hinkendes) Beispiel kann man mit Kindern und Nüssen konstruieren. Man denke sich am Ort A ein Kind  $K_X$ , das eine unbekannte Menge  $X$  von Nüssen in der Tasche hat. Die Aufgabe soll nun sein, mit nachrichtentechnischen Mitteln am Ort B ein Kind  $K_E$  herzuzaubern, das die gleiche Anzahl von Nüssen in der Tasche hat wie Kind  $K_X$ , ohne dass die tatsächliche Anzahl  $X$  bei  $K_X$  in Erfahrung gebracht werden muss. Die Lösung ist analog zum Photonenbeispiel: Man suche sich zwei weitere Kinder  $K_Y$  und  $K_{Y'}$ , die beide die gleiche aber unbekannte Anzahl  $Y$  von Nüssen in der Tasche haben, belasse Kind  $K_Y$  am Ort A und verfrachte vor dem Versuch Kind  $K_{Y'}$  zum Ort B. Dann lasse man Kind  $K_X$  mit Kind  $K_Y$  korrespondieren und bittet beide, einem Beobachter lediglich die Differenz der Anzahlen der Nüsse in ihren Taschen zu nennen (das entspricht der Bell'schen Zustandsmessung). Der Beobachter übertrage nun diese Differenz  $D = X - Y$  etwa per SMS zu einem Helfer bei Ort B, der dann dem dort bereits geparkten Kind  $K_{Y'}$   $D$  weitere Nüsse gibt, bzw. nimmt, wenn  $D$  negativ ist. Damit ist erreicht, was geplant war: Am Ort B gibt es jetzt ein Kind  $K_E$  mit derselben Anzahl von Nüssen in der Tasche wie das Kind  $K_X$  am Ort A; und das wurde erreicht, ohne die tatsächliche Menge an Nüssen bei Kind  $K_X$  in Erfahrung bringen zu müssen. Wie jeder Vergleich hinkt auch dieser etwas. Denn im Gegensatz zum Photonenbeispiel verliert Kind  $X$  durch die Korrespondenz mit Kind  $Y$  nicht seine Identität, was ja bei der Bell-Zustandsmessung an den beiden Photonen  $P_X$  und  $P_Y$  aber der Fall war. Außerdem geht es bei den Anzahlen der Nüsse bei den Kindern um Fakten, bei den Wellenfunktionen der Photonen aber um Möglichkeiten.

## 17. Über neuere Versuche, den Zufall aus der Welt zu vertreiben

Die Ausführungen in den Kapiteln 15 und 16 haben nochmals deutlich gemacht, dass wir in der Mikrophysik von dem Wirken des absoluten Zufalls ausgehen müssen. Der mikrophysikalische Zufall macht sich gelegentlich auch direkt auf größeren Skalen bemerkbar, wird aber meist über verstärkend wirkende Zufallsvariable in den Meso- und Makrokosmos transformiert. Diesen Themen ist Kapitel 18 gewidmet.

Viele Menschen mögen sich aber mit der, durch den absoluten Zufall bedingten, begrenzten Durchschaubarkeit der Natur nicht zufriedengeben und suchen deshalb nach Wegen, den Zufall wieder aus unserer Welt zu vertreiben. Einige dieser Versuche hatten wir in früheren Kapiteln schon besprochen: Etwa die Idee der *verborgenen Variablen* von Einstein, Rosen und Podolski, die aber 1966 von John Bell widerlegt werden konnte (siehe Kapitel 15.8). Dann die Idee von der *probabilistischen Kausalität*, die wir in Kapitel 12 als Tautologie entlarven konnten. Ferner zählen dazu die *Mär vom deterministischen Chaos* (siehe Kapitel 14), und schließlich der nur aus der Verzweigung erklärbarer Versuch, den Determinismus dadurch zu retten, dass man die Aussagen und Deutungen der Quantenmechanik leugnet und auf eine künftige neue Theorie hofft, die es doch wieder erlaubt, die Welt deterministisch zu erklären (siehe Ende des Kapitels 15.8).

Im Rest dieses Kapitels soll es um zwei weitere ernsthafte Versuche gehen, den Determinismus zu retten: und zwar mittels die Multiversen-Theorie und über die Stringtheorie.

Zunächst zur Multiversen- oder Vielwelten-Theorie. Sie ist der bekannteste Versuch, den quantenmechanischen Zufall zu umgehen, und ist besonders im angelsächsischen Sprachraum beliebt. Die Theorie geht von vielen deterministischen Welten aus, die alle parallel nebeneinander existieren und besagt, dass alle vor einer Zustandsreduktion (d.h. vor einem Kollaps der Wellenfunktion) durch eine Wechselwirkung bestehenden Alternativen gleichzeitig in verschiedenen Welten nebeneinander vorkommen. Der Kern der Idee besteht also, im Gegensatz zur Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik, darin, dass das *Entweder-Oder* bei einer Wechselwirkung als ein *Sowohl-als-Auch* umgedeutet wird, und damit auch der Unterschied zwischen Möglichem und Faktischem verschwindet. Für jeden möglichen Gang der Weltgeschichte gibt es nach dieser Theorie eine eigene faktische Welt, in der alles streng deterministisch abläuft. Man kann sich das auch so vorstellen, dass bei jedem Kollaps einer Wellenfunktion in einem Weltall so viele weitere Welten offenkundig werden, man kann auch sagen neue entstehen, wie es in der Wellenfunktion Alternativen gegeben hat. Nun gibt es aber im Allgemeinen nicht nur endlich viele Alternativen, auf die eine Wellenfunktion im Sinne eines Entweder-Oder kollabieren kann, sondern es handelt sich in aller Regel um Wertebereiche, die überabzählbar unendlich viele Möglichkeiten umfassen. So stehen etwa einem Photon beim Durchgang durch einen Spalt auch überabzählbar unendlich viele Richtungen zur Verfügung, aus denen es auswählen kann. Und das bedeutet, dass bereits beim Durchgang eines *einzigsten Photons* durch einen Spalt hinter der Welt, in der das Ereignis gerade stattfindet, überabzählbar unendlich viele weitere Welten offenkundig werden, man kann auch sagen, dass sich diese eine Welt dabei in ebenso viele neue Welten aufspaltet; und das passiert bei jedem der Myriaden von Photonen des gesamten Lichtstrahls ebenso! Und jedes dieser unendlich vielen, bei einer Zustandsreduktion offenbar gewordenen Universen vermehrt sich bei jeder künftigen Zustandsreduktion in gleicher Weise weiter. Da Zustandsreduktionen überall pausenlos im Nano-, Piko- oder gar Femtosekundentakt stattfinden, und das schon seit 13,8 Milliarden Jahren, führt diese Hypothese zu einer unvorstellbar großen Menge parallel existierender Universen, deren Mächtigkeit die der reellen Zahlen um viele Größenordnungen übersteigt. In all den unendlich vielen, allein z.B. seit meiner Geburt offenkundig gewordenen Universen gibt es mich in allen Möglichkeiten, wie ich mich hätte entwickeln können. In manchen lebe ich noch, in manchen bin ich längst gestorben, in manchen an einer Krankheit, in manchen durch einen Unfall. In manchen bin ich noch tätiger Wissenschaftler, in anderen bereits Handwerker im Ruhestand, in manchen bin ich Leistungssportler, in anderen ein Sportmuffel, in manchen hebe ich jetzt gerade meine Hand, in anderen nicht. Und dann gibt es auch noch die unendlich vielen Welten, die sich vor meiner Zeit abgespalten haben und in denen ich gar nicht vorkomme. Nach der Vielweltentheorie existieren also alle prinzipiell möglichen Welten gleichzeitig nebeneinander. Aus dieser Interpretation der Quantenmechanik folgt auch, dass man Schrödinger's Katze gleichzeitig für tot und lebendig erklären darf, solange der Kasten noch nicht geöffnet wurde. In einer Welt ist sie tot und in einer anderen lebendig. Und findet man beim Öffnen des Kastens die Katze tot vor, dann ist man nach der Theorie lediglich in seiner deterministischen Welt geblieben, in der es von eh und je feststand, dass die Katze diesen Moment nicht überleben würde. Der Haken daran ist allerdings, dass man diesen postulierten Determinismus in der Welt, in der wir auch nach dem Öffnen des Kastens geblieben sind, eben nicht beweisen kann.

Abgesehen davon, dass man diese Theorie durch nichts überprüfen kann und auch durch absolut nichts bestätigt findet – denn wir sind als Individuen an *eine* Welt gebunden und können in die anderen nicht hineinschauen –, hilft sie uns auch bei der Lösung physikalischer oder an-

derer Probleme keinen Deut weiter. Sie ist kompliziert, weder beweisbar noch widerlegbar und das nicht einmal asymptotisch (wie bei Wahrscheinlichkeiten), und ist damit nach Popper nicht viel wert und auch noch nutzlos. Man kann in ihr lediglich den Zweck erkennen, der Idee des Descartes'schen oder Laplace'schen Determinismus eine Überlebenschance zu verschaffen. Auch stellt sich die Frage, ob es überhaupt vernünftig und logisch zulässig ist, alles, was prinzipiell möglich wäre, in Gestalt unzählbar vieler paralleler Welten als real existierend hinzustellen. Dadurch wird nämlich auch die, im philosophischen Sinne zu verstehende, starke Differenz zwischen dem immanenten Faktischen und dem transzendenten Möglichen missachtet (zum Begriff der starken Differenz siehe auch Kapitel 6.2.3 und 7). Nach Ansicht des Autors handelt es sich bei der Vielweltentheorie lediglich um den recht absurden Versuch, die Ergebnisse der Quantenmechanik mit dem Determinismus zu vereinbaren.

Nun zur Stringtheorie. Sie wurde zwar nicht explizit dazu entwickelt, den Zufall aus unserer Welt zu vertreiben, man hatte sich aber auch erhofft und gewünscht (siehe [40]), dass sich in ihrer elfdimensionalen Welt der Zufall erübrigen würde. Dieser Wunsch ist nicht in Erfüllung gegangen, denn auch die Stringtheorie braucht nach wie vor die Quantenmechanik und damit den absoluten Zufall. In Kapitel 5 hatten wir festgehalten, dass es in jeder, noch so hochdimensionalen Überwelt der unsrigen Dinge geben muss, die man aus ihr heraus nicht erklären kann. An der Stringtheorie erkennen wir, dass der Zufall eine solche Erscheinung ist, die sich auch in einer elfdimensionalen Welt offenbar nicht erklären und damit nicht „aus der Welt schaffen“ lässt. Man hatte sich aber erhofft in der elfdimensionalen Welt wenigstens die Größen einiger Naturkonstanten erklären zu können, aber auch das ist bis jetzt jedenfalls nicht gelungen. Aller Wahrscheinlichkeit nach werden beide Erwartungen auch nicht in noch höherdimensionalen Überwelten erfüllt werden. Vielleicht gelingt das in einer Welt mit *unendlich* vielen orthogonalen Dimensionen oder Facetten. Einer ähnlichen Spekulation, und um mehr als das handelt es sich auch hier nicht, hatten wir uns bereits am Ende von Kapitel 5.2 hingegen. In einer solchen, in jeder Beziehung unendlichen Überwelt könnte dann vielleicht tatsächlich alles eine Erklärung finden. Am Ende des Buches werden wir auf diesen Gedanken noch einmal kurz zurückkommen.

Soweit zu diesen beiden Versuchen, den Determinismus in unserer Welt zu retten. Sie erweisen sich, wie auch die anderen in diesem Buch bereits beschriebenen Versuche als mehr oder weniger untauglich.

## 18. Die stochastischen Verstärkungsmechanismen

Wir hatten bereits in früheren Kapiteln über Wege gesprochen, über die die quantenmechanischen Unschärfen in den Mesokosmos gelangen. Manchmal machen sie sich auch direkt dort bemerkbar, meistens aber auf dem Wege der stochastischen Verstärkung. Kapitel 11 hatten wir bereits mit der Feststellung beendet, dass *der aus dem Mikrokosmos stammende Zufall mit Hilfe des Vehikels der Zufallsvariablen die ganze Welt erobert hat*. Wir erinnern uns, eine Zufallsvariable ist eine Verknüpfung einer oder mehrerer zufälliger Größen, die man, mathematisch etwas unsauber, auch selbst Zufallsvariable nennt, zu einer (zufälligen) Ergebnisgröße. In Kapitel 11 ging es dabei hauptsächlich um stochastische Verstärkung durch Überlagerung vieler unabhängiger zufälliger Ereignisse. Wir hatten dort und dann in Kapitel 14 aber auch schon eine andere Art der stochastischen Verstärkung kennengelernt, die mit Hilfe der in der Chaostheorie beschriebenen instabilen Systeme auch aus winzigen quantenmechanischen Schwankungen beobachtbare Indeterminismen im Mesokosmos produzieren können.

Eine wichtige Ingredienz und Ursache der in unserer meso- und makroskopischen Welt beobachtbaren Indeterminismen ist das thermische Rauschen, über dessen Eigenschaften und ma-

thematische Beschreibung wie in Kapitel 11 bereits gesprochen hatten. Thermisches Rauschen ist die Folge von Zitterbewegungen der Atome und Moleküle in festen, flüssigen oder gasförmigen Substanzen, und macht sich in Form messbarer Druck-, Längen- oder elektrischer Spannungsschwankungen bemerkbar. Diese Schwankungen nehmen mit steigender Temperatur  $T$  zu, lassen sich über ihr Leistungsdichtespektrum (siehe [28]) und ihre Verteilungsdichte (nach Kapitel 11) statistisch beschreiben, sind aber in ihrem zeitlichen Verlauf durch die vielen Stöße im Material neben prinzipiell vielleicht auch deterministisch entstandenen Bewegungsanteilen von der Unschärferelation getragen und damit zufällig. Daraus könnte man vermuten, dass sich nicht nur die Zufälligkeit des individuellen Zeitverlaufs einer elektrischen Rauschspannung an einem ohmschen Widerstand von der Unschärferelation herrührt, sondern dass sich auch sein Leistungsdichtespektrum aus der Unschärferelation ableiten ließe. Das ist aber vermutlich nur für das Grundrauschen bei  $T = 0$  möglich.

Sicher ist auf jeden Fall, dass das thermische Rauschen sich bereits durch stochastische Verstärkung aus den Minimalbewegungen der einzelnen beteiligten Partikel zusammensetzt. Deshalb ist nach Kapitel 11, wegen der riesigen Zahl beteiligter Partikel, nach dem zentralen Grenzwertsatz [77] das thermische Rauschen auch immer, unanhängig von den individuellen Verteilungen der Einzelbewegungen, exakt gaußverteilt. Hier sei noch einmal auf den, in Kapitel 11 auch schon angesprochenen, Denkfehler hingewiesen: Die Überlagerung vieler statistisch unabhängiger Minimalbewegungen (auch nullpunktsymmetrischer Art) führt *nicht zu einer Heraussmittlung, sondern zu einer Verstärkung*. Das gilt z.B. für die elektrische Rauschspannung an einem Widerstand als Überlagerung der Rauschbeiträge der vielen beteiligten Atome und freien Elektronen im Material, genauso wie beim Geräuschpegel in einem Saal: je mehr Leute flüstern, desto lauter wird's. Heraussmitteln tut sich da nichts.

Im Folgenden sollen die bereits in früheren Kapiteln angesprochenen oder angedeuteten Verstärkungsmechanismen zusammengefasst wiederholt und durch weitere ergänzt werden, und auch Beispiele aufgeführt werden, bei denen sich die Quantenmechanik direkt im Meso- und Makrokosmos – also auch ohne Verstärkung, man kann auch sagen mit einem Verstärkungsfaktor der Größe Eins – bemerkbar macht. Dabei wird auch in einigen Beispielen auf das schöpferische Wechselspiel zwischen Zufall und Notwendigkeit eingegangen. Die Diskussion über diesen Schöpfungsmechanismus wird dann in Kapitel 19.2. fortgesetzt.

### **Beugung am Spalt**

Wie in Kapitel 15.6.2 bereits beschrieben, lassen sich die Beugungsmuster hinter einem Spalt auch durch sequentiellen Beschuss des Spalts (oder Gitters) mit einzelnen Teilchen sukzessive aufbauen und (ohne stochastische Verstärkung) direkt sichtbar machen. Dabei ist der Ort, an dem ein einzelnes Teilchen sich schließlich auf dem Schirm hinter dem Spalt manifestiert, zufällig und nicht vorhersagbar. Nur das sich am Ende ergebende Muster am Schirm ist vorher aus der Wellenfunktion berechenbar. Und zwar gilt das nicht nur für (ruhmasselose) Photonen und Leptonen, wie die Elektronen, sondern nachgewiesenermaßen auch für schwerere Partikel wie die Fermionen, bis hin zu recht massiven Teilchen, wie zum Beispiel den Fullerenen, die aus 60 Kohlenstoffatomen bestehen. Bei Letzteren sind die Muster wegen ihrer großen Masse aber kaum mehr mit bloßem Auge erkennbar. Für diesen direkt sichtbaren Effekt gibt es keine andere Erklärung als über die Quantenmechanik. *Man kann also bei diesen Experimenten die Quantenmechanik direkt sehen!*

### **Polarisationsfilter-Experimente (siehe auch Kapitel 15.8)**

Die Quantenmechanik sagt aus, dass ein Photon nicht eine bestimmte Polarisation an sich besitzt, was aus der klassischen Physik zu folgern wäre, sondern, dass es erst bei einem Experiment aus dem dabei a priori berechenbaren Spektrum von möglichen Polarisations Ebenen eine

rein zufällig auswählt. Nur so ist zu erklären, dass es durchschnittlich jedem vierten der durch ein erstes Filter vertikal polarisierten Photonen dennoch gelingt, die Hintereinanderschaltung eines 45 Grad-Filters und eines Filters mit horizontaler Polarisation (siehe Abbildung 15.-12) zu passieren, d.h. also, seine Polarisation um 90 Grad zu drehen. Da sich auch dieses Experiment leicht und (ohne stochastische Verstärkung) beobachtbar mit einzelnen Photonen durchführen lässt, *ist auch hier die Quantenmechanik direkt sichtbar.*

### **Radioaktiver Zerfall (siehe Kapitel 15.6.2)**

Der Zerfall radioaktiver Atome lässt sich leicht mit einem Geigerzähler beobachten, der bei jedem Zerfall (etwa eines C14 Kohlenstoffatoms) ein knackendes Geräusch von sich gibt. In einem solchen Geiger-Müller-Zählrohr stellt die Ionisationskammer ein instabiles System dar, das die Energie der bei dem Zerfall des Atoms freiwerdenden Partikel massiv verstärkt. Die dabei hörbare Unregelmäßigkeit der Zerfälle ist eine direkte Folge des quantenmechanischen Zufalls. *Quantenmechanik kann man also unter Umständen auch hören.*

Der Mechanismus, der in Schrödingers Experiment (siehe Kapitel 15.7) die Katze tötet, wenn das radioaktive Atom zerfällt, stellt ebenso einen stochastischen Verstärker dar.

### **Rauschen eines Rundfunkempfängers**

Jeder, der noch einen alten analogen Rundfunkempfänger mit einer konventionellen Regelung zum Schwundausgleich besitzt, weiß, dass ein solches Gerät zu rauschen beginnt, wenn man es neben einen Sender einstellt. Das liegt daran, dass wegen des Fehlens eines Trägersignals der Regelkreis die Verstärkung der Zwischenfrequenzstufen so weit erhöht, dass das aus dem Äther empfangene und das interne thermische Rauschen des Empfängers im Lautsprecher hörbar werden. Da die hörbare Unregelmäßigkeit dieses Rauschens quantenmechanischen Ursprung hat, *kann man also auch mit einem Rundfunkempfänger (zumindest mit einem alten) die Quantenmechanik direkt hören.*

### **Die Kugel auf dem Bergeskamm**

Legt man eine ideale kleine Kugel genau auf einen idealen Bergeskamm, dann würde diese nach den Gesetzen der klassischen Physik für immer dort liegen bleiben, sofern Störeinflüsse wie Erschütterungen und der Einfluss thermischer Bewegungen vermieden werden (etwa durch Kühlung auf den absoluten Temperaturnullpunkt). Nach der Quantenmechanik würde die Kugel aber selbst unter solchen idealen Bedingungen bei einer exakten Festlegung ihres Ortes eine zufällige Geschwindigkeitskomponente besitzen, die dafür sorgen würde, dass die Kugel über kurz oder lang auf einer der beiden Seiten des Berges hinunterrollen und damit in eines der beiden Täler neben dem Berg gelangen würde. Der Bergeskamm hat hier also als stochastischer Verstärker gewirkt, indem er die mikroskopische quantenmechanische Unschärfe der Geschwindigkeit in ein offensichtlich makroskopisches zufälliges Ergebnis überführt hat. Dasselbe würde übrigens auch passieren, wenn man versuchte, die Kugel in absolute Ruhe zu versetzen, weil man dann wegen der Unschärferelation wiederum mit einer Ortsunschärfe rechnen müsste. Man wäre dann gar nicht in der Lage, die Kugel exakt auf den Bergeskamm zu legen, weswegen sie schließlich ebenso unvorhersagbar auf einer der beiden Seiten hinunterrollen würde.

Bei diesem (theoretischen) Experiment würde es allerdings recht lange dauern, bis der im Allgemeinen winzige quantenmechanisch bedingte Positions- oder Geschwindigkeitsfehler beim Aufsetzen dazu führt, dass die Kugel tatsächlich ins rechte oder linke Tal abstürzt. Bei den als nächstes beschriebenen Kugelexperimenten ist diese „Transportzeit“ des Zufalls aus dem Mikro- in den Mesokosmos wesentlich kürzer.

## Experimente mit Kugeln

Wie Hoimar von Ditfurth in [78], Seite 96 schreibt, hat man berechnet, dass bei einer Kollisionsfolge von Billard-Kugeln allein aus Gründen der quantenmechanischen Unschärfen die siebte Kugel die achte nicht mehr sicher trifft. D.h., dass in diesem Fall der Zufall schon nach wenigen Sekunden aus dem Mikrokosmos in den Mesokosmos gelangt ist.

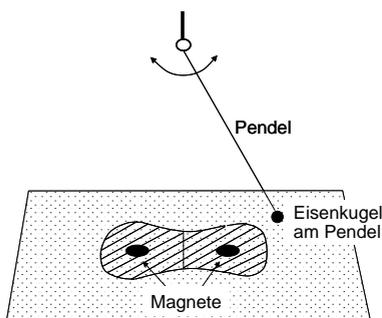
Ein anderes schönes Beispiel ist die Ziehung der Lottozahlen. Dabei stoßen beim Drehen der Trommel die Kugeln dauernd aneinander, bis schließlich eine mit dem Hebemechanismus herausgegriffen wird. Man hat berechnet, dass die quantenmechanischen Unschärfen bereits nach etwa 20 Stößen zu einem absolut unvorhersagbaren Lottoergebnis führen. Auch hier hat der Zufall nur wenige Sekunden gebraucht, um im Mesokosmos anzukommen.

Bei einem weiteren Experiment, das wir in Kapitel 14 schon besprochen hatten, wird eine kleine Kugel mit der Masse  $m$  zwischen zwei größeren Kugeln mit dem Durchmesser  $D$  im Abstand  $R$  durch einen Stoß exakt auf der Verbindungslinie der beiden größeren Kugeln und der Geschwindigkeit  $v$  in Bewegung gesetzt (ohne Störungen durch Luftreibung, Gravitation, etc.). In einer deterministischen Welt würde die kleine Kugel für ewig zwischen den beiden größeren hin- und herpendeln. Durch quantenmechanisch bedingte Unschärfen am Beginn und bei den Reflexionsvorgängen wird dieser Zustand aber nicht ewig anhalten. Der Autor hat die Situation für die Zahlenwerte  $m = 1$  Gramm,  $v = 1$  m/s,  $D = 3$  cm und  $R = 1$  m durchgerechnet mit dem Ergebnis, dass allein auf Grund eines *einzigsten* Anfangsfehlers quantenmechanischer Größenordnung die kleine Kugel nach ca. zehn Wechseln die Anordnung verlassen hat. Auch in diesem Fall hat es nur Sekunden (genau zehn) gebraucht, bis sich der Anfangsfehler von quantenmechanischer Größenordnung im Mesokosmos dramatisch bemerkbar macht. Berücksichtigt man auch die Unschärfen bei den Folgereflexionen, dann überlagern sich diese mit dem Anfangsfehler und bewirken durch diese stochastische Verstärkung, dass die kleine Kugel das System schon nach weniger als zehn Wechseln verlässt.

Eine lange Liste ähnlicher instabiler oder chaotischer Systeme, an denen man ebenso den Effekt der stochastischen Verstärkung gut beobachten kann, findet sich in [96] auf Seite 176.

## Pendelversuche

Auch verschiedene Pendelanordnungen eignen sich hervorragend zur Verstärkung quantenmechanischer Unschärfen. Ein sehr schönes Beispiel ist ein Pendel mit Eisenkugel über zwei Magneten, das in Abbildung 18.-1 dargestellt ist (siehe auch [25], Seite 41).



**Abbildung 18.-1**

Das Pendel über den  
zwei Magneten

Wenn man das Pendel zu irgendeinem Ort hin auslenkt und dann loslässt, wird es nach Verbrauch der Bewegungsenergie über einem der beiden Magnete zur Ruhe kommen. Bei Startpunkten innerhalb des in der Abbildung dargestellten nierenförmigen Gebietes ist das Endergebnis eindeutig: Die Kugel wird über dem rechten Magneten stehen bleiben, wenn sie rechts von der Mitte und über dem linken stehen bleiben, wenn sie links von der Mitte losgelassen

wurde. Bei Startpunkten außerhalb der Niere ergibt sich erstaunlicherweise kein eindeutiges Ergebnis mehr. Hier reichen infinitesimale Veränderungen des Startpunktes, um ein gegenteiliges Endergebnis zu erzielen. Da man wegen der quantenmechanischen Unschärfen nicht in der Lage ist, die Kugel an einem genau definierten Ort mit einer genau definierten Geschwindigkeit (hier der Geschwindigkeit Null) loszulassen, wird die mikroskopische Unschärfe des Startpunktes in eine mesoskopische Unsicherheit über das Endergebnis, den letztendlichen Ruhepunkt der Kugel, überführt. Je nach Größe der Reibungsverluste in der Pendelaufhängung und durch die Luft, wird schon nach einer überschaubaren Zeit in der Größenordnung von Sekunden bis einigen Minuten erkennbar, über welchem Magneten die Kugel zur Ruhe kommen wird. Die „Transportzeit“ des Zufalls aus dem Mikro- in den Mesokosmos liegt hier also maximal im Bereich von Minuten.

### **Neuronale Rauschverstärkung in Nervensystemen**

Betrachten wir als Beispiel unser menschliches Gehirn, dessen neuronale Schwellwertdetektoren als instabile Systeme wirken und sich hervorragend als stochastischer Verstärker eignen. In Kapitel 11 waren wir darauf bereits kurz eingegangen. Unser Gehirn besteht aus ca. 100 Milliarden Neuronen, die jedes über Signaleingangsfasern, den Dendriten, und an diesen befindlichen Synapsen bis zu 10000 Signale von den Axonen (das sind die Ausgänge) anderer Neuronen erhalten. In den Dendriten geschieht die Signalübertragung mit elektrischen Signalen, im synaptischen Spalt mit chemischen Transmittersubstanzen. Die elektrischen Signale bestehen aus Folgen von sogenannten Aktionspotentialen, das sind Einzelimpulse mit einem Amplitudenhub von ca. 100 Millivolt und einer Breite von ca. 1-2 Millisekunden. Die Intensität eines Reizes, etwa die Stärke eines empfundenen Schmerzes, ist dabei in der Anzahl der Einzelimpulse pro Sekunde, der sogenannten Pulsfolgefrequenz, kodiert. Weitere Details zu den Signalen finden sich in [25]. In den Neuronen werden dann räumliche und zeitliche Summen gebildet, indem entweder viele Eingangssignale von verschiedenen Quellen zu einem Zeitpunkt oder die Signale von einer Quelle über eine bestimmte Zeit hinweg aufaddiert werden. Diese Summen werden dann im Neuron mit einem Schwellwert verglichen, wobei das Neuron in sein Axon genau dann ein Aktionspotential abgibt, man sagt auch es „feuert“, wenn dieser Schwellwert von den genannten Summen überschritten wird. Dieses Ausgangssignal gelangt nun wieder über Synapsen und Dendriten zu bis zu 10000 anderen Neuronen.

Auf den Eingangsleitungen ist natürlich auch thermisches Rauschen vorhanden, das sich den Aktionspotentialen überlagert. Besonders wegen der großen Anzahl aufaddierter Signale (bis zu 10000) kann es dabei passieren, dass an den Eingängen Rauschsignalspitzen sich gerade so addieren, dass trotz Abwesenheit von „Nutzsignalen“ in Form von Aktionspotentialen der Schwellwert überschritten wird und das Neuron feuert. In [25] hat der Autor (mit den Berechnungsmethoden aus [28]) abgeschätzt, dass das bei jedem Neuron im Mittel mindestens einmal pro Sekunde passieren dürfte. Auch wenn Neurophysiologen wie Wolf Singer das gerne bestreiten, so zucken offenbar doch pro Sekunde viele Milliarden Signale durch unser Gehirn, die sozusagen ohne Grund rein zufällig entstanden sind und die dabei zufällig Gedächtnisinhalte in unserem Gehirn miteinander verbinden. Dies bestätigt sich in eindrucksvoller Weise in Elektroenzephalogrammen (EEGs); das sind Diagramme von Gehirnströmen, die von Neurologen an mehreren Stellen am Kopf ihrer Patienten gemessen werden. Neben den Grundmustern, die den Arzt vornehmlich interessieren, sind die Diagramme aller Kanäle massiv durchsetzt von zufällig auftauchenden spitzenförmigen Aktionspotentialen. Diese wiederholen sich unregelmäßig mit Wiederholraten von wenigen Hertz bis zu einigen 100 Hertz. Die meisten, auf diese zufällige Weise hergestellten Verbindungen werden vom Bewusstsein gar nicht wahrgenommen, weil sie keinen Sinn ergeben und deshalb schon auf dem Wege zum

Bewusstsein unterdrückt oder ignoriert wurden. Einige davon schaffen es aber, ins Bewusstsein vorzudringen und erscheinen dort als bewusst gewordene Gedankenblitze. Und diese Gedankenblitze sind es, die wir dann als Ideen oder Einfälle wahrnehmen. Sie sind zufällig entstanden, präsentieren sich ungewollt unserem Bewusstsein und bilden so die Quelle unserer Phantasie. Das Bewusstsein unterwirft dann diese Einfälle einer kritisch-rationalen Bewertung und verwirft sie entweder als sinnlos (was meistens der Fall sein dürfte) oder verfolgt sie weiter als vermeintlich gute Idee. Interessantes Neues entsteht dabei sicher auch durch die zufälligen Verknüpfungen von bewussten mit den im Unterbewusstsein schlummernden Gedächtnisinhalten. Damit Ideen entstehen können, bedarf es dabei eines guten Fundus an Gedächtnisinhalten (also Wissen), sonst gäbe es ja nichts zu verknüpfen, und der oben beschriebenen neuronalen Spontaneität, durch welche zufällige Verknüpfungen hergestellt werden.

Wir haben es hier mit einer Hintereinanderschaltung von Verstärkungsmechanismen zu tun: Alles beginnt mit den durch die Heisenberg'sche Unschärferelation bedingten quantenmechanischen Orts- und Impulsunschärfen einzelner atomarer Teilchen, die sich dann auch prinzipiell deterministisch verursachen Bewegungen überlagern. Diese werden in einem ersten Schritt durch die Aufsummierung der Leistungen unzähliger Einzelteilchen in jedem Eingangssignal der Neuronen zu dem verstärkt, was wir thermisches Rauschen nennen. In einem zweiten Schritt wird dann dieses Rauschen durch die Aufsummierung vieler Neuronen-Eingangssignale nochmals verstärkt. Als dritter Verstärker fungiert der Schwellwertdetektor im Neuron. Als weitere nachgeschaltete Verstärker kann man auch das Bewusstsein, die Weiterverarbeitung einer Idee durch die Mitmenschen oder auch deren praktische Umsetzung auffassen.

### **Andere biologische Verstärkungsmechanismen**

Nicht nur in Nervensystemen, sondern auch in vielen anderen biologischen Systemen findet man solche oder ähnliche Verstärkungsmechanismen. Zu erwähnen wäre das Buch von dem deutschen Physiker Pascual Jordan zu diesem Thema (siehe [79]). Auf weitere Beispiele wollen wir hier verzichten und uns stattdessen noch kurz der biologischen Mutation zuwenden, die für die Entwicklung des Lebens auf der Erde verantwortlich war und ist, und die auch ein schönes Beispiel für stochastische Verstärkungsmechanismen darstellt.

Unter einer Mutation verstehen wir die zufällige Veränderung der Erbanlagen eines Lebewesens. Bei den meisten Lebewesen sind diese Erbanlagen in Form komplexer organischer Moleküle, den sogenannten Genen, gespeichert. Durch ein einziges, wie wir heute wissen, absolut zufälliges, nicht vorhersagbares Auftreten eines quantenmechanischen Ereignisses – wie das Auftreffen eines einzigen Lichtquants hinreichender Energie z.B. aus dem Weltall, oder einer besonders hohen Spitze eines Rauschsignals – können die Erbanlagen eines Lebewesens so verändert werden, dass es andere Eigenschaften hat als seine Vorfahren. Ist diese Veränderung vorteilhaft für das Überleben und die Vermehrung des Lebewesens, dann wird es im Wettbewerb gegen andere Vorteile haben und sich so die neue Eigenschaft über die Fortpflanzung erhalten oder gar durchsetzen. Obwohl bei diesen Mutationen die vorteilhaften Veränderungen sehr viel seltener vorkommen als unvorteilhafte, kann über viele Schritte zufälliger Veränderung und Selektion der vorteilhaften Mutanten über Generationen sich allmählich ein neues Lebewesen entwickeln, das die Erde vielleicht für viele Millionen Jahre bevölkert. Und genau auf diesem Wege haben sich in der Evolution alle Lebewesen, auch wir Menschen, entwickelt. Ein schönes, gut beobachtbares Beispiel für eine schnelle Mutationsfolge bilden bakterielle Krankheitserreger, die wegen ihrer kurzen Generationenfolge von nur ca. 20 Minuten in wenigen Tagen oder Wochen Resistenzen gegen Antibiotika entwickeln können (die Zeit zur Entwicklung von Resistenzen können die Bakterien aber auch durch Konjugation, den gegenseitigen genetischen Informationsaustausch verkürzen). Ein anderes schönes Beispiel

liefern die Birkenspanner, die in der Zeit der industriellen Revolution in England im 19. Jahrhundert in wenigen Generationen die Farbe der durch die extreme Verschmutzung der Luft grau gewordenen Rinden der Birken, auf denen sie leben, angenommen hatten. Denn nur diese konnten überleben, während die hell gebliebenen von den Vögeln auf der grauen Rinde gut ausgemacht werden konnten und verspeist wurden, bevor sie sich vermehren konnten.

Wir können festhalten, dass in der gesamten biologischen Evolution der quantenmechanische Zufall die „Ideen“ geliefert hat und immer noch liefert, aus denen dann die jeweils bereits bestehende Umwelt die „brauchbaren“ auswählt. Wir erkennen also hier wieder das fruchtbare Zusammenspiel von Zufall und Notwendigkeit, von Spontaneität und Rationalität oder ungezielter Veränderung und auswählender Gesetzmäßigkeit.

### **Die Zeit als Verstärkungsmechanismus**

Bei der biologischen Evolution hatten wir schon festgestellt, dass durch den (quantenmechanisch begründeten) Zufall brauchbare Veränderungen sehr viel seltener vorkommen als unbrauchbare. Außerdem gilt, dass merkliche, d.h. wirksame, mutative Veränderungen der Erbanlagen ohnehin nicht sehr häufig vorkommen und auch bei komplexeren hochorganisierten Lebewesen, wie den Säugetieren, viel seltener als bei einfachen wie den Bakterien. Bei höheren Organismen können sich auch viele Veränderungen im genetischen Code gar nicht auswirken, weil sie von Korrektur- und Reparaturmechanismen in unserem Erbmaterial (der DNS) erkannt und unwirksam gemacht werden. Aber wenn etwas auch nur selten passiert, so wächst dennoch die Anzahl solcher Ereignisse monoton an, je mehr Zeit verstreicht. So hatte die biologische Evolution auf unserer Erde nicht weniger als vier Milliarden Jahre Zeit, um alles Lebendige zu erfinden und das ganze Weltall sogar fast 14 Milliarden Jahre, um alles werden zu lassen, wie es heute ist. Wir können hier auch die vorbiologische Zeit einbeziehen, da nicht nur das Biologische aus dem Wechselspiel von Spontaneität und Rationalität entstanden ist, sondern buchstäblich alles, was es je in unserer Welt gegeben hat, noch gibt und in Zukunft geben wird. Darauf werden wir in folgenden Kapiteln noch näher eingehen.

So wirkt also auch die Zeit je länger sie dauert immer besser als stochastischer Verstärker, und Zeit gab's ja schon seit dem Urknall eine ganze Menge. Schauen wir uns das noch etwas genauer an und beginnen zu einem lange zurückliegenden Zeitpunkt  $T_0$ , zu dem die Welt einen noch weniger strukturierten Gesamtzustand hatte. Zu diesem Zeitpunkt möge ein zufälliges, quantenmechanisches Ereignis stattgefunden haben, etwa ein bestimmtes vorher noch nicht vorhandenes Elementarteilchen entstanden sein, das nicht gleich wieder von der bestehenden Umwelt als nicht überlebensfähig aussortiert, d.h. vernichtet wurde. Ab diesem Zeitpunkt waren das neue Teilchen und seine gleichzeitig entstandenen Brüder aber selbst Bestandteile der bei spontanen künftigen Schöpfungsprozessen auswählenden Umwelt. Dinge, die gerade entstanden sind, helfen also mit bei der Entstehung der nächsten Dinge. Man kann auch von einer Selbstunterstützung des Werdens sprechen. Selbst wenn spontane Schöpfungen nur selten vorkommen, kann auf diesem Wege über lange Zeit doch aus sehr wenig sehr viel werden. Und da bei jedem dieser Schöpfungsakte der Zufall mitgespielt hat, ist bis auf die vielleicht noch nachwirkende Anfangsbedingung die ganze Welt ein Zufallsergebnis.

Wenn man die Weltentwicklung zu einem lange zurückliegenden Zeitpunkt, sagen wir 100 Millionen Jahre nach dem Urknall in exakt dem gleichen Zustand wie damals neu beginnen ließe, dann würde sie dennoch, wegen der permanenten zufälligen Entwicklungsschritte nach der gleichen Entwicklungszeit ganz anders aussehen als heute. Diese Sicht wird von den meisten Wissenschaftlern geteilt. Solche, die immer noch an eine deterministische Welt glauben, müssten dem allerdings vehement widersprechen.

## Teil V: Vom Sein und Werden in unserer Welt

### 19. Das Schöpfungsinstrumentarium

Am Anfang der Gedanken über das Sein und Werden in unserer Welt stehen die zwei Fragen nach dem Was und dem Wie. Bei der Frage nach dem Was geht es um die Dinge, die wir in unserer Welt beobachten, und um die Grundkategorien, die wir an ihnen beobachten. Man kann letztere auch als Bausteinklassen auffassen, aus denen alles besteht. Bei der Frage nach dem Wie geht es um den Mechanismus, der die Dinge werden ließ und werden lässt, sowie um die Prinzipien, die in ihm wirksam werden. Das Schöpfungsinstrumentarium besteht also aus Schöpfungsbausteinen und Schöpfungsprinzipien.

#### 19.1 Die Schöpfungsbausteine oder woraus alles ist

Beginnen wir mit den Schöpfungsbausteinen, also mit der Frage, woraus die „Dinge“ in unserer Welt letztlich bestehen. Wir erinnern uns, dass wir ein „Ding“ in unserer Welt immer als Menge von Eigenschaften zu verstehen haben, die wir bei Beobachtungen gewinnen und dann in einem Akt der Synthese zu dem bündeln, was wir ein Ding nennen. Die beobachtbaren Eigenschaften können wir in zwei komplementäre Grundkategorien oder Klassen einteilen. Die eine Klasse wird durch die materiellen Eigenschaften, die Substanzparameter, repräsentiert, und die andere durch die Form- und Strukturparameter. Die Form- und Strukturparameter sind immateriell und damit geistiger Natur. Die die „Dinge“ darstellenden Eigenschaftsbündel setzen sich also aus materiellen und geistigen Parametern zusammen. „Dinge“ sind damit eine Verknüpfung von Materie und Geist, man kann auch sagen, in ihnen sind Materie und Geist vereint. Thomas von Aquin (1225-1274) sprach bei Form und Materie von den beiden *Strukturprinzipien des Seienden*, und auch schon Aristoteles erkannte in seiner *Methaphysik*, dass alles aus Form und Materie bestünde. Nehmen wir als Beispiel die Statue der Venus von Milo. Sie besteht aus Marmor von der Insel Paros, der besonders schön glänzt, der eine bestimmte Dichte und, mit anderen physikalischen Parametern beschreibbare, Festigkeitseigenschaften besitzt – das wären einige der Substanzparameter. Ihre Form, vom Bildhauer in langer Arbeit mühevoll herausgearbeitet, bildet den, bei einer Statue natürlich wichtigeren geistigen Teil des Kunstwerks; sie soll das Ideal weiblicher Schönheit symbolisieren. Materie und Geist bilden hier eine besonders gelungene Einheit: Ohne den weißen Marmor wäre die Venus bei weitem nicht so schön und ohne die Form der Venus würde auch der schönste weiße Marmor nicht besonders viel hergeben.

Betrachten wir noch ein paar einfachere Beispiele. Etwa ein aus Sperrholz ausgesägtes Dreieck; seine Substanz ist eine bestimmte Art aus Schichten zusammengeleimten Holzes, seine Struktur die Form eines Dreiecks mit bestimmten Seitenlängen. Oder das Sternbild des großen Wagen; seine Substanz sind die in dem Sternbild zusammengefassten Sterne, seine Struktur ihre spezifische Anordnung, die uns an einen Wagen erinnert. Nun gibt es nicht nur zeitlich mehr oder weniger unveränderliche Formen und Strukturen, sondern auch solche, die sich mit der Zeit verändern. So könnte sich etwa das Holzdreieck um den Schwerpunkt drehen. Die Substanz wäre dann immer noch das Sperrholz, der Satz der immateriellen Strukturparameter enthielte dann neben den Dreiecksparemtern noch die Winkelgeschwindigkeit, mit der sich das Holzdreieck dreht. Oder nehmen wir die räumliche Anordnung der Spieler auf einem Fußballfeld. Die Spieler (d.h. die Substanz) sind immer dieselben, ihre Anordnung zueinander verändert sich aber permanent und das relativ schnell. Geschwindigkeiten, Drehgeschwindigkeiten und andere Bewegungsformen müssen wir also auch zu den Strukturparametern zählen.

Bei physikalischen Objekten oder Teilchen wichtige Substanzparameter sind z.B. die Eigenschaften des Materials, aus dem sie bestehen, wie etwa die bei der Venus von Milo schon erwähnten Festigkeitseigenschaften, die Masse des Objektes (zumindest seine Ruhmasse), seine optischen Eigenschaften, seine elektrische Ladung, und bei den Quarks, den Bausteinen der Kernbestandteile, auch die Farbladung, sowie bei Photonen auch deren natürliche Energie und ihre Polarisation. Bei manchen Eigenschaften ist es allerdings nicht so leicht, sie den Substanz- oder den Strukturparametern zuzuordnen. So werden wir zwar die Größe des Impulses (siehe weiter unten) zu den Strukturparametern zählen, so ganz zwangsläufig ergibt sich das aber nicht, denn der Impuls ist ja das Produkt aus dem Substanzparameter Masse und dem Strukturparameter Geschwindigkeit. Ähnliches gilt für die Bewegungsenergie und auch den Spin von Teilchen, den man auch mit einer gedachten Drehbewegung in Verbindung bringen kann. Die von uns an Objekten beobachteten (oder besser gesagt, von uns zu Objekten gebündelten) Eigenschaften lassen sich also nicht immer problemlos in materielle und geistige Parameter aufteilen. Man könnte deshalb auf die Idee kommen, dass vielleicht das Materielle und das Geistige gar nicht zwei voneinander unabhängige Eigenschaftskategorien darstellen, sondern dass beide lediglich Erscheinungsformen ein und derselben Sache sind, dass sich die eine aus der anderen ergibt oder sich beide Kategorien ineinander umrechnen ließen. Das mag zwar etwas abwegig klingen. Etwas Analoges hatten wir aber schon bei den Größen Masse und Energie kennengelernt, die uns auch als sehr verschieden erscheinen, sich aber dennoch ineinander umrechnen lassen. Die Ansicht, dass es beider Kategorien bedarf, um die Welt zu erklären, nennt man übrigens Dualismus und bei der Ansicht, dass eine Kategorie ausreicht, spricht man vom Monismus. Bei Letzterem unterscheidet man zwischen Materialismus und Idealismus, je nachdem ob die materiellen oder die geistigen Parameter als ausreichend angesehen werden. Wir werden am Ende dieses Kapitels noch einmal auf diese Problematik zurückkommen. Zunächst wollen wir uns noch etwas mehr mit den Form- oder Strukturparametern beschäftigen.

Die nichtmateriellen oder „geistigen“ Eigenschaften stecken im Wesentlichen im Erscheinungsbild, die die Objekte in Raum und Zeit annehmen. Es handelt sich also um raum-zeitliche Strukturen, Anordnungen und Bewegungen. Zu den Strukturparametern zählen damit auch die Geschwindigkeit und die Winkelgeschwindigkeit, sowie deren Zeitableitungen, wie die Translations- und die Winkelbeschleunigung. Da die Größen Impuls und Drehimpuls ebenso Bewegungen charakterisieren, wollen wir auch diese zu den geistigen Parametern zählen. Während die materiellen Eigenschaften sich immer hinreichend mit einer Menge von Zahlen beschreiben lassen, so geht das zwar auch bei den nichtmateriellen Eigenschaften, wegen der großen Anzahl der für die Darstellung der raum-zeitlichen Strukturen nötigen Zahlen ist es aber oft besser, sie in Gesetzen zu formulieren, die als Differentialgleichungen die raum-zeitliche Entwicklung der Formen aus gegebenen Anfangs- und Randbedingungen (zumindest näherungsweise) zu berechnen erlauben. Die Gesamtheit der nichtmateriellen Eigenschaften ist also im Allgemeinen ein sehr komplexes Konstrukt. Dennoch gibt es in dieser Klasse auch summarische Parameter, die einem noch so komplexen Gebilde je nur eine einzige Zahl zuordnen; dazu gehören, neben den gerade schon genannten einfachen kinematischen und dynamischen Parametern, die Größen der (physikalischen) Entropie und der Information, die wir uns im Folgenden noch etwas näher anschauen wollen.

Beginnen wir mit der Entropie  $S$ . Sie stellt sich mathematisch dar als der mit der Boltzmann-Konstante  $k$  multiplizierte natürliche Logarithmus der thermodynamischen Wahrscheinlichkeit  $W$ , also

$$S = k \cdot \ln(W). \quad (19-1)$$

Die thermodynamische Wahrscheinlichkeit ist dabei die Anzahl der Konstellationen, man nennt sie auch Mikrozustände, die in einer Anordnung von Objekten bei dem gleichen Makrozustand möglich sind. Nehmen wir als einfaches Beispiel einen Kasten mit zwei Kammern, dessen Makrozustand vollständig dadurch beschrieben ist, dass sich darin genau eine Apfelsine befindet. Da es für die Apfelsine nur zwei mögliche Aufenthaltsorte gibt, nämlich die eine oder die andere Kammer, existieren für den betrachteten Makrozustand genau zwei unterscheidbare Mikrozustände, die thermodynamische Wahrscheinlichkeit ist also 2 und die Entropie  $k \cdot \ln(2)$ . Im Allgemeinen sind thermodynamische Wahrscheinlichkeiten aber nicht so klein wie in diesem simplen Beispiel, sondern meist handelt es sich um sehr große ganze Zahlen. So entspricht z.B. die thermodynamische Wahrscheinlichkeit eines Gasvolumens mit dem Druck  $p$  und der Temperatur  $T$  der Anzahl aller Orts- und Geschwindigkeitskonstellationen der Gasmoleküle, die zum gleichen Druck und der gleichen Temperatur führen. Und das ist natürlich eine sehr große Zahl. Thermodynamische Wahrscheinlichkeiten sind auch etwas anderes als die in Kapitel 10 beschriebenen mathematischen Wahrscheinlichkeiten, deren Werte immer zwischen Null und Eins liegen.

Nun könnte es in dem betrachteten Gasvolumen durch die Wärmebewegungen auch einmal passieren, dass sich zufällig alle Gasmoleküle in einem bestimmten Teil des Volumens, sagen wir der linken Hälfte, befinden, was ja einem viel mehr geordneten Zustand entspricht. Die thermodynamische Wahrscheinlichkeit für diesen Makrozustand ist um den Faktor zwei kleiner als die des Zustands, bei dem sich die Moleküle im ganzen Volumen verteilen, weil jedem Gasmolekül genau die Hälfte seiner Freiheitsgrade bezüglich ihres Aufenthaltsortes genommen wurde, und die Entropie  $S$  ist um den Betrag  $k \cdot \ln(2)$  kleiner geworden. Allerdings wird sich ein solcher Zustand verständlicherweise auch nur selten einstellen.

An dem Beispiel erkennen wir erstens, dass geordnete Zustände immer eine kleinere Entropie besitzen als ungeordnete. Die Entropie ist also ein Maß der Unordnung. Und zweitens erkennen wir, dass in einem abgeschlossenen System Zustände kleiner Entropie seltener sind als Zustände großer Entropie. Wenn man nun ein solches Gassystem sich selbst überlässt, dann wird es durch die regellosen Bewegungen der Moleküle zufällig von einem in einen anderen Mikrozustand übergehen. Und da es für Zustände mit großer Entropie immer mehr Realisationsmöglichkeiten gibt als für Zustände mit kleiner Entropie, wird die Entropie des geschlossenen Systems mit der Zeit zwangsläufig immer größer werden; d.h. die Unordnung im System wird kontinuierlich zunehmen oder die Ordnung abnehmen. Dieses Faktum wird im zweiten Hauptsatz der Thermodynamik mit der mathematischen Formulierung

$$\Delta S > 0 \quad (19-2)$$

zum Ausdruck gebracht (siehe auch die Kapitel 6.2.2. und 6.2.3, in denen der Entropiebegriff bereits eingeführt wurde). Diese Ungleichung stellt bereits ein Naturgesetz dar, das als Baustein innerhalb der Schöpfungsprinzipien wirkt, um die es insgesamt dann im nächsten Kapitel gehen soll.

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik ist häufig missverstanden worden. So hat man ab dem Ende des 19. Jahrhunderts daran geglaubt, dass der Satz dazu führen müsse, dass die Welt einem Wärmetod (oder besser gesagt einem Kältetod) entgegenstrebe, der sich durch das Fehlen jedweder Strukturen im Weltall auszeichnen würde. Diese Meinung wird auch heute noch gelegentlich vertreten. Wir wissen aber mittlerweile, dass das nicht richtig ist. In Kapitel 6.2.4 hatten wir bereits darüber gesprochen, dass sich aus einem ungeordneten Haufen von Molekülen in einem (flüssigen) Wassertropfen spontan die geordnete Struktur eines Eiskristalls oder einer Schneeflocke bilden kann. Das ist in einem abgeschlossenen System deshalb möglich, weil die beim Auskristallisieren den Wassertropfen verlassenden Wärme-Photonen

mehr Freiheitsgrade und damit mehr Entropie gewinnen, als die Wassermoleküle beim Übergang in die Kristallstruktur verlieren. Der zweite Hauptsatz wird also auch bei der Strukturbildung erfüllt und ist damit nicht etwa ein Garant für einen Wärme- oder Kältetod, sondern er sorgt dagegen sogar für die Entstehung von Strukturen, oder er unterstützt diese zumindest. Auf diesen „Schöpfungsdruck“ werden wir im nächsten Kapitel noch einmal zurückkommen. Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik sorgt offenbar auch dafür, dass die Anzahl der Gesamtfreiheitsgrade aller beteiligten Individuen in einem abgeschlossenen System nie kleiner werden kann. Entropie hat also interessanterweise auch etwas mit Freiheit zu tun.

Nun zum Begriff der Information. Informationen sind es, mit denen wir die geistigen, nicht-materiellen Eigenschaften im Erscheinungsbild unserer Welt, die Formen und die Strukturen beschreiben. In der Nachrichtentechnik wird meist der Shannon'sche Informationsbegriff verwendet. Er ist, wie die Entropie, auch ein logarithmisches Wahrscheinlichkeitsmaß, wobei allerdings der mathematische und nicht der thermodynamische Wahrscheinlichkeitsbegriff verwendet wird. Wir wollen hier nicht weiter in die Tiefe gehen. Es soll uns genügen, dass es sich bei dem Konzept der Information um ein Maß der Ordnung handelt. Wenn man nämlich Informationen in einem Speichermedium ablegt, erzeugt man ja in diesem Medium eine bestimmte Struktur, also in der Tat eine gewisse Ordnung, etwa in Form eines Bitmusters. In [80] wird deshalb bei der Information auch von „Negentropie“ (d.h. von negativer Entropie) gesprochen. Deshalb gilt auch für die Information sinngemäß der zweite Hauptsatz der Thermodynamik. Er bewirkt, dass man immer dann, wenn man irgendwo Informationen ablegt, also dort Ordnung schafft, irgendwo anders mindestens eine gleichgroße Menge Ordnung vernichten, d.h. Unordnung schaffen muss. So ist bei der oben angesprochenen Bildung von Eiskristallen in der geordneten Molekülstruktur des Eiskristalls Information, also Negentropie entstanden, die durch den Entropiegewinn der freiwerdenden Photonen mindestens kompensiert wird. Siehe dazu auch Bob Doyles Buch zum Freien Willen [71], Kapitel 1. Aus dieser Äquivalenz von Information und negativer Entropie folgt auch, dass man eine an einer Stelle A in der Welt vorliegende Struktur nur zerstörungsfrei ablesen und zusätzlich an einer zweiten Stelle B als Information ablegen oder speichern kann, wenn man irgendwo anders in der Welt Unordnung schafft; das passiert automatisch, wenn man bei dem Ableseprozess externe Energie verwendet, z.B. elektrische Energie, die z.B. durch Verbrennung von Kohle gewonnen wurde. Will man das vermeiden, also nirgendwo sonst Unordnung schaffen, so kann die Struktur an der Stelle A nur gelesen und an der zweiten Stelle B gespeichert werden, wenn sie an der Stelle A zerstört wird. Wir können also von einer Nichtklonierbarkeit der Information sprechen. *In der Praxis bedeutet das, dass man ohne Verbrauch externer Energie Informationen nicht klonieren, d.h. nicht zerstörungsfrei kopieren kann.*

Zum Schluss dieses Kapitels wollen wir uns noch einmal mit der Frage beschäftigen, ob man zur Beschreibung der Dinge in unserer Welt wirklich im dualistischen Sinne die beiden Konstituenten Materie und Geist braucht, oder ob nicht eine davon ausreicht, d.h. ob es sich bei den Konstituenten wirklich um zwei voneinander unabhängige Schöpfungsbausteine handelt, oder ob man nicht vielleicht den einen in den anderen umrechnen kann und wir damit unsere Welt auch monistisch beschreiben könnten. Nun, es gibt tatsächlich eine Beobachtung, aus denen man eine Äquivalenz zwischen Materie und Form vermuten kann, also die Möglichkeit das eine in das andere umzurechnen. Gelänge dies durchgängig, dann könnte man alle Erscheinungen in der Welt entweder ausschließlich mit materiellen, gegenständlichen Parametern oder ausschließlich mit den geistigen Formparametern beschreiben.

Die Beobachtung stammt aus der Theorie der Quarks, der Bausteine der Kernbestandteile. Neben der Masse und der elektrischen Ladung besitzen die Quarks nämlich noch eine andere Eigenschaft, die man, in Ermangelung eines treffenderen Begriffs, „Farbe“ nennt; Quarks be-

sitzen also außer ihrer elektrischen Ladung auch eine Farbladung. Außerdem gibt es im Land der Quarks auch farbmagnetische Ladungen, die man sich als magnetische Monopole vorstellen muss, von denen die Feldvektoren wie die Stacheln eines Igels in alle Richtungen nach außen weisen. Im Elektromagnetismus gibt es bekanntlich keine magnetischen Monopole (zumindest heute nicht mehr; manche behaupten aber, es habe solche am Anfang der Welt gegeben), dort treten Magnetpole immer nur paarweise auf und die magnetischen Feldlinien sind immer in sich geschlossen. In einem Artikel im Spektrum der Wissenschaft von 1996 [82] schreibt der Autor, dass „aus einer Theorie für Quarks mit Farbladung die Existenz von Solitonen mit farbmagnetischer Ladung folgen“ könnte. Mit Solitonen sind hier zu Partikeln verklumpte Felder gemeint (von diesen hatten wir in Kapitel 15.5 schon gesprochen). Man kann sich das so vorstellen, dass eine bestimmte zeitlich variierende räumliche Anordnung von Farbladungen, nennen wir diese Anordnung Struktur<sub>1</sub> (d.h. die Ladungen bewegen sich in einer bestimmten Weise um- oder zueinander), nach außen genauso wirkt wie ein Farbmagnet-Monopol. Und umgekehrt gilt nun das gleiche, dass nämlich Farbmagnet-Monopole in einer geeigneten raum-zeitlichen Struktur (Struktur<sub>2</sub>) wiederum wie eine Farbladung wirken. Dies lässt sich in Form zweier heuristischer Gleichungen schreiben:

$$\begin{aligned} \text{Monopol} &= f_1(\text{Farbladungen, Struktur}_1) \\ \text{Farbladung} &= f_2(\text{Monopole, Struktur}_2). \end{aligned}$$

$f_1$  und  $f_2$  sind dabei zwei Funktionen, die die in den Klammern stehenden Größen zu dem Ergebnis links des Gleichheitszeichens verknüpfen.

Die Gleichungen sagen zunächst aus, dass man Monopole aus Farbladungen und Farbladungen aus Monopolen herleiten, d.h. das eine in das andere umrechnen kann. Es reicht damit aus, zur Beschreibung der Sachverhalte von der Existenz nur einer der beiden Ladungsarten, entweder der Farbladungen oder der Farbmagnete auszugehen. Im Elektromagnetismus gibt es eine ähnliche Situation bezüglich der Feldgrößen des elektrischen und des magnetischen Feldes. Denn wenn sich ein Beobachter durch ein Magnetfeld bewegt, so misst er ein senkrecht zu seiner Bewegungsrichtung und senkrecht zum Magnetfeld ausgerichtetes elektrisches Feld. Ebenso misst ein Beobachter, der sich durch ein elektrisches Feld bewegt ein senkrecht zu seiner Bewegungsrichtung und senkrecht zum elektrischen Feld orientiertes Magnetfeld. Man kann deshalb jedes von einem Beobachter gemessene elektrische Feld als durch ein Magnetfeld verursacht und jedes von ihm beobachtete magnetische Feld als durch ein elektrisches Feld verursacht auffassen.

Wenn es auch noch gelänge, die oben angedeuteten Gleichungen nach den beiden Strukturen 1 und 2 aufzulösen, so wären die Strukturen aus den Substanzen berechenbar und umgekehrt, auch die Substanzen aus den Strukturen. Es könnte also durchaus so sein, wie wir oben schon vermutet hatten, dass Substanz- und Strukturparameter ineinander umgerechnet werden können, dass man also die ganze Welt im monistischen Sinne vollständig entweder allein mit geistigen Parametern oder allein mit materiellen Parametern beschreiben kann. Die erste Möglichkeit entspricht dem philosophischen Standpunkt des (monistischen) Idealismus, die zweite dem des Materialismus. Idealismus und Materialismus wären dann also gleichwertige und gleichberechtigte Ansätze zum Verstehen unserer Welt.

Es soll aber hier deutlich darauf hingewiesen werden, dass dies nur Vermutungen sind, bewiesen ist davon nichts. Wir müssen deshalb wohl vorerst weiter davon ausgehen, und wollen das im Folgenden auch tun, dass wir beide Gruppen von Parametern, die geistigen Struktur- oder Formparameter wie die materiellen Substanzparameter im Sinne des philosophischen Dualismus als unabhängige Konstituenten zur Beschreibung unserer Welt benötigen. Trotzdem werden wir später auf die monistisch-idealistische Weltauffassung noch einmal zurückkommen,

da man nämlich – wie weiter unten gezeigt wird – durchaus die Ansicht vertreten kann, dass unsere Welt als Ganzes letztlich doch nur aus reinem Geist besteht oder zumindest aus reinem Geist geworden ist.

Fassen wir noch einmal zusammen: Die von uns beobachteten Dinge in dieser Welt können wir mit zwei Parametergruppen, den Substanz- und den Strukturparametern beschreiben. Bei der Substanz sprechen wir auch von Materie und bei den Strukturen und Formen auch von Geist. Materie und Geist müssen wir (solange wir nicht wissen, ob man sie nicht doch ineinander umrechnen kann) als zwei im dualistischen Sinne voneinander unabhängige Konstituenten alles Seienden auffassen, die aber zusammen eben alles das ausmachen, was wir Dinge nennen. Man kann auch sagen, dass sie sich im antagonistischen Sinne ergänzen. Denn die Substanzparameter der Materie (wie etwa die Masse) ergeben ohne Formen und Strukturen keinen Sinn, und Formen und Strukturen ergeben ebenso wenig Sinn, wenn man sie nicht an einer Substanz beobachten kann.

## 19.2 Die Schöpfungsprinzipien oder wie alles wird

Nach den Schöpfungsbausteinen wollen wir uns jetzt mit den Schöpfungsprinzipien beschäftigen. Wie wir schon öfter in früheren Kapiteln und auch an Beispielen in Kapitel 18 angesprochen hatten, handelt es sich um die Prinzipien Zufall und Notwendigkeit. Der Begriff des Zufalls steht für Spontaneität, Phantasie, Uneingeschränktheit, für Freiheit im kantischen transzendentalen Sinne und für Zwanglosigkeit. Der Begriff der Notwendigkeit steht für Rationalität, Gesetzmäßigkeit, Ordnung, Regelmäßigkeit und für naturgesetzliche Zwangsläufigkeit. Zufall kann zwar immer wieder Neues hervorbringen, würde aber als alleiniges Prinzip nur strukturloses Chaos hinterlassen. Eine solche Welt, in der es keine Konstanten gäbe, wäre (nach [96], Seite 48) „... keinen Sekundenbruchteil lang dieselbe – und ebenso wenig wir selber als ein Teil von ihr“. Notwendigkeit kann zwar rational reagieren, aber nichts Neues hervorbringen, und würde deshalb als alleiniges Prinzip nur ohnehin bereits Erwartetes hervorbringen und damit langweilige Regelmäßigkeit hinterlassen. Daraus sehen wir, dass erstens nur der Zufall aus dem Nichts etwas werden lassen kann, nicht aber die Notwendigkeit, und zweitens, dass nur das Wechselspiel zwischen beiden die Dinge, die Geschehnisse und damit die ganze Welt so hat werden lassen können, wie wir sie heute beobachten. Zufall und Notwendigkeit ergänzen sich damit beim Werden in der gleichen antagonistischen Weise, wie sich Geist und Materie im Sein ergänzen. Und da ohne die vom Zufall eingebrachten Ideen nichts hätte werden können, ist der Zufall in unserer Welt sogar *notwendig*, wie das Georg Brunold im Untertitel seines Buches (siehe [96]) auch formuliert hat.

Auch in der griechischen Philosophie findet man zwei schöpferische Antagonisten, nämlich das spontane Dionysische und das ordnende Apollinische, und in der östlichen Philosophie die beiden Prinzipien Yin und Yang. Auch dabei geht es um zwei gegeneinander wirkende, sich aber auch ergänzende Prinzipien, über deren Zusammenwirken alles Sein und Werden erklärt wird. Erwähnenswert ist hier auch der Vorsokratiker Anaximander (610-547 v. Chr.), der davon ausging, dass alle Dinge durch Gegensätze aus dem Apeiron, einem unbegrenzten „Ur-Etwas“, hervorgingen. Und natürlich auch wieder Platon, der 200 Jahre später zu den Ideen des Empedokles sagte, dass die Dinge aus den vier Elementen durch die Natur (d.h. Gesetze) und den Zufall, also nicht zielgerichtet entstanden seien, dass es aber so aussähe „wie wenn sie zu einem bestimmten Zweck gemacht worden wären“ [98].

Schauen wir uns den Schöpfungsmechanismus und seine Auswirkungen noch einmal etwas genauer an und beginnen mit den Unschärferelationen. Die Unschärferelation zwischen Energie und Zeit sagt uns, dass bei Vorhandensein eines Quäntchens Zeit innerhalb dieser Zeit

auch mit dem Auftauchen von Energie und damit von Masse und Materie zu rechnen ist. Und die Unschärferelation zwischen Impuls und Ort sagt uns, dass bei Vorhandensein eines Quäntchens Raum darin mit dem Auftauchen von Impuls zu rechnen ist. Den Impuls hatten wir aber zu den Strukturparametern gezählt, die von geistiger Natur sind. So lässt also die uns dynamisch erscheinende Zeit mit der Materie etwas statisch formlos Passives und der uns statisch erscheinende Raum mit dem Geist etwas dynamisch formgebend Aktives werden. Bemerkenswert und überaus merkwürdig ist daran ferner, dass allein aus der angenommenen Existenz der für unser Herangehen an die Welt notwendigen apriorischen Grundkonzepte von Zeit und Raum zumindest mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit die Existenz der Schöpfungsbausteine Materie und Geist folgt. Wo Raum und Zeit sind, da ist also auch mit Dingen zu rechnen, die sich aus Materie und geistiger Struktur zusammensetzen. Man kann also auch sagen, dass im Anfang Raum und Zeit waren und dass aus diesen schließlich alles geworden ist. Bei der Behandlung der Entwicklungsgeschichte des Weltalls in Kapitel 20 werden wir auf dieses Phänomen noch einmal zurückkommen.

Nun kann man die Unschärferelationen aber auch andersherum lesen und damit zu dem Schluss kommen, dass aus der Existenz von Energie und Impuls und damit von Materie und Geist auf die Existenz von Zeit und Raum geschlossen werden kann. Danach wären Raum und Zeit die Folge der Dinge in unserer Welt. Das deckt sich mit der Einstein'schen Aussage, dass erst durch die Verteilung der Materie im Raum die Größen Raum und Zeit definiert sind. Da beide Schlussfolgerungen richtig sind, heißt das, dass sich die Raumzeit und die Dinge in ihr wechselseitig bedingen. Die Frage danach, was zuerst war, erst die Dinge und dann die Raumzeit, oder erst die Raumzeit und dann die Dinge, lässt sich nicht beantworten.

So ist es also zumindest nicht verwunderlich, dass es etwas gibt, und nicht vielmehr nichts. Denn wenn wir nicht anders können, wie Kant es formuliert hat, als unsere Welt mit den apriorischen Kategorien von Raum und Zeit anzugehen, dann bleibt dieser Welt nichts anderes übrig, als sich uns mit Dingen angefüllt zu präsentieren. Damit hätten wir zwar eine Antwort auf die alte Frage der Philosophen gefunden, warum es überhaupt etwas gibt und nicht etwa nichts. Eine abschließende Antwort ist das aber auch nicht, weil wir so zwar die Dinge auf Raum und Zeit zurückführen können, aber immer noch nicht wissen, was denn Raum und Zeit eigentlich sind. Es bleibt also bei dem, was wir in Kapitel 5.1.2 schon festgestellt hatten, dass wir nämlich diese Frage aus unserer Welt heraus nicht abschließend beantworten können.

Fahren wir fort mit dem Wechselspiel der Schöpfungsprinzipien. Da wirklich Neues, wie oben schon gesagt, nur vom Zufall herrühren kann, dürfen wir annehmen, dass dieser bei den Schöpfungsprozessen auch der Initiator ist. Man kann auch sagen, dass der Zufall in der Welt einen Schöpfungsdruck verursacht. Wie wir in Teil IV gelernt haben, repräsentiert sich der Zufall in der Wahrscheinlichkeitsamplitude der Wellenfunktion einer Eigenschaft. Da darin im Allgemeinen nicht alle denkbaren Eigenschaftswerte mit gleichen Wahrscheinlichkeiten belegt sind, wird bereits in der Wellenfunktion der Zufall in gewisse Schranken verwiesen. Das heißt, dass das antagonistische Wechselspiel zwischen Zufall und Notwendigkeit bereits auf der Ebene der Wellenfunktionen zum Tragen kommt. Auch bei der Beobachtung inkommensurabler oder verschränkter Eigenschaften wird der Zufall kanalisiert, weil deren Wahrscheinlichkeitsamplituden voneinander abhängen. So können inkommensurable Eigenschaften ein und desselben Objektes, wie etwa Ort und Impuls, bei einer Wechselwirkung nicht unabhängig voneinander festgelegt werden. Dasselbe gilt für dieselbe Eigenschaft verschiedener miteinander verschränkter Objekte (zu Verschränkungen siehe Kapitel 15.8 und 16).

Wenn dann eine Wechselwirkung stattfindet, kollabiert die Wellenfunktion und es ist eine Möglichkeit zum Faktum geworden. Dabei kann es sich – z.B. am Anfang der Welt – um ein

neues Teilchen handeln, das es vorher noch nicht gegeben hat, etwa – innerhalb der ersten Bruchteile einer Sekunde – ein Quark-Teilchen. Die bestehende Umwelt wird dann über die Naturgesetze in anschließenden Wechselwirkungen auf das Teilchen einwirken und es dabei bestehen lassen oder wieder vernichten. Dieses Einwirken manifestiert sich in den Wahrscheinlichkeitsamplituden der Wellenfunktionen der anschließenden Wechselwirkungen, in die das Teilchen verwickelt ist. Stehen die Chancen für ein Überleben schlecht, so ist die Wahrscheinlichkeitsamplitude der für das Überleben zuständigen Teilwellenfunktion kleiner als die der anderen Möglichkeiten. So wissen wir heute, dass zufällig entstandene Quarks erst ab einer Zehnmillionstel Sekunde sowie Protonen und Neutronen erst ab einer Zehntausendstel Sekunde nach dem Urknall überlebensfähig waren. Wenn sie vorher zufällig entstanden, wurden sie nach kürzester Zeit in dem herrschenden Inferno gleich wieder vernichtet. So sind schließlich alle Partikel geworden, die unsere physikalische Welt ausmachen, und aus diesen hat sich dann unser Weltall entwickelt. Die Gesamtentwicklung des Alls wird heute mit Hilfe der Standardkosmologie beschrieben, die in Kapitel 20 ausführlich behandelt wird.

Betrachten wir als nächstes die Entwicklung des Lebens auf unserer Erde, die sogenannte biologische Evolution. Vor etwa vier Milliarden Jahren sind vermutlich auf ähnliche Weise wie die physikalischen Partikel in einem über mindestens 100 Millionen Jahre von Blitzen durchzuckten atmosphärischen Gemisch aus Methan ( $\text{CH}_4$ ), Ammoniak ( $\text{NH}_3$ ), Kohlendioxid ( $\text{CO}_2$ ) und Wasser ( $\text{H}_2\text{O}$ ) zufällig Aminosäuren entstanden, die ihre eigene Entstehungsumwelt schließlich überleben konnten und als Ausgangspunkt für die Entwicklung des Lebens auf der Erde zur Verfügung standen. Man kann auch sagen, dass aus der Ursuppe die Aminosäuren auskristallisiert sind, so wie ein Wassertropfen unter Umständen zu einer Schneeflocke auskristallisiert. Ein dabei wirksam werdendes Gesetz ist der zweite Hauptsatz der Thermodynamik  $\Delta S > 0$  (siehe Kapitel 19.1). So kann man annehmen, dass durch den Zusammenschluss verschiedener Atome aus den Molekülen von Methan, Ammoniak, Kohlendioxid und Wasser zu einer Aminosäure die Gesamtentropie, inklusive der Entropie der beteiligten Photonen, nach dem Zusammenschluss größer war als vorher. Der Trend in der Natur, die Entropie größer werden zu lassen, hat also als Schöpfungsdruck gewirkt und damit die Entstehung von Strukturen begünstigt. Nun hatten wir oben bereits davon gesprochen, dass der Zufall in der Welt als Initiator der Schöpfung einen Schöpfungsdruck in der Welt ausübt. Wenn man dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik nun ebenso einen Schöpfungsdruck zuschreibt, so handelt es sich nicht um ein neues Phänomen, vielmehr ist die Ungleichung  $\Delta S > 0$  lediglich eine mathematische Formulierung der Wirkung des Zufalls.

Leben im eigentlichen Sinne hat dann damit begonnen, dass sich aus den Aminosäuren zufällig Proteine gebildet haben, die in der Lage waren, ihre eigenen Eigenschaften auf andere Gebilde zu übertragen, wie dies heute noch die pathogenen Prionen tun (das sind falsch drehende Proteine, die z.B. auch Ursache der Creutzfeldt-Jakob-Krankheit sind). Erst später sind dann, vermutlich auf warmen, feuchten Steinen, die ersten ringförmigen DNS-Stücke entstanden (DNS = Desoxyribonukleinsäure), auf denen sich dann die dazu passenden Proteine bildeten und sich zu größeren Strukturen zusammensetzen konnten (wie man heute glaubt, könnte es aber auch mit RNS-Molekülen begonnen haben). Mit der Zeit haben sich dann Zellen gebildet, die DNS (oder RNS) hat sich in einzelne Gene aufgeteilt und der Prozess der Proteinproduktion in den Ribosomen, das sind die Proteinfabriken in den Zellen, perfektioniert. Diese Art der genetischen Vererbung hat sich weitgehend durchgesetzt, wohl auch weil mit ihr mehr Informationen gespeichert werden können als mit anderen Methoden und damit in der Evolution Erlerntes besser an die nachfolgenden Generationen weitergegeben werden konnte.

Was sich in der gesamten biologischen Entwicklung abgespielt hat, wird üblicherweise mit dem Wechselspiel von Mutation und Selektion beschrieben. Bei den Mutationen handelt es

sich um (meist geringfügige) zufällige Veränderungen der Erbanlagen. Und mit Selektion meint man den Auswahlprozess durch die Umwelt, der dann dafür sorgt, dass von den zufälligen Veränderungen sich nur die für die Art vorteilhaften durchsetzen und in den Erbanlagen der Nachkommen wiederfinden. Einige Beispiele dazu hatten wir in Kapitel 18 bereits bei den biologischen Verstärkungsmechanismen des Zufalls besprochen. Unter den Wissenschaftlern gibt es kaum mehr Vertreter, die bezweifeln, dass dieses Wechselspiel von zufälliger Mutation und naturgesetzlicher Selektion ausreicht, um die gesamte biologische Evolution in allen Entwicklungsschritten in Übereinstimmung mit Beobachtungen und Funden vollständig zu erklären (auch wenn das vielleicht noch nicht durchgängig gelungen ist). Auf Details der weiteren biologische Entwicklung in unserer Welt soll hier verzichtet werden. Einzelheiten dazu finden sich u.a. in [25].

Das Wechselspiel von Spontaneität und Rationalität ist auch verantwortlich für die Kreativität unseres Geistes. So versorgen uns die in Kapitel 18 schon beschriebenen permanenten zufälligen Verknüpfungen von Gedächtnisinhalten in unserem Gehirn immer wieder mit Ideen, aus denen unser Bewusstsein dann nach rationalen Kriterien (oder auch mal zufällig) diejenigen auswählt, die uns brauchbar erscheinen. So sorgt z.B. ein mehrfaches Wechselspiel von Ideenbildung und bewusster Selektion im Kopf eines Künstlers für die Entstehung eines Kunstwerks (siehe dazu auch [25], Kapitel 8.2.1). Im Zusammenhang mit dem Begriff der Freiheit werden wir in Kapitel 23.2 auf diesen Vorgang noch einmal zurückkommen.

Wie der Biologe Björn Brembs in [47] und [51] beschreibt, machen sich auch Tiere in ihrem täglichen Leben den Mechanismus des Wechselspiels von Spontaneität und Rationalität zunutze. Wenn sie sich einer Umwelt gegenübersehen, für die sie keine eindeutige Verhaltensalternative parat haben, dann wählen sie zufällig zwischen den sich ihnen bietenden Möglichkeiten. Dieses Verhalten kann man schön am „random walk“ vieler Tiere bei der Futtersuche beobachten, etwa an den über dem Frühstückstisch im Garten herumschwirrenden Wespen. Erweist sich die zufällig gewählte Alternative (z.B. eine einmal zufällig eingeschlagene Flugrichtung) als vorteilhaft, so wird sie aufrechterhalten oder weitergeführt. Tiere beginnen also oft ihr Verhalten mit einer aus ihrem Inneren herrührenden Aktion und weniger mit einer Reaktion auf einen äußeren Reiz, wie man das bei einem rein deterministischen Verhalten annehmen sollte. So schreibt der Biologe Martin Heisenberg in [87]: „... behavioural output can be independent of sensory input“. Noch ein anderes Argument für die Nutzung des Zufalls im Tierreich wird vom Brembs herausgestellt: Wenn sich ein Tier nämlich immer rational nachvollziehbar verhielte, dann könnten seine Fressfeinde sein Verhalten viel besser voraussehen und hätten damit beim Jagen einen Vorteil. So gesehen ist ein zufälliges Element im Verhalten eines Tieres eben oft auch ein Überlebensvorteil.

Auch auf der Ebene der Politik und in anderen Bereichen der menschlichen Gesellschaft kommt das Wechselspiel der Schöpfungsprinzipien zum Tragen. So werden z.B. in einer Demokratie Gesetzesvorlagen von einem oder mehreren Fachleuten als Ideen entwickelt und aus diesen Ideen dann in einem Parlament durch Konsensbildung und/oder Mehrheitsentscheid eine ausgewählt, vielleicht auch erst nach mehrmaliger Zurückweisung an die Fachleute und Neuvorlage vor dem Parlament. Bei dem Ringen um die besten politischen Lösungen für das Land geraten auch immer wieder die beiden Schöpfungsprinzipien in Form veränderungsfreudiger Progressivität und bewahrender Konservativität fruchtbar aneinander. Und im privaten oder beruflichen, menschlich-gesellschaftlichen Bereich reiben sich oft konventionelles und unkonventionelles Denken aneinander, manchmal auch als Konflikt zwischen Konformismus und Querköpfigkeit, der uns Menschen hilft, zu tragbaren Kompromissen zu kommen. Der Konflikt kann zwischen verschiedenen Menschen ausgetragen werden, kann sich aber auch

im Kopf eines einzelnen Individuums abspielen. Letzteres etwa bei der Frage, nach welcher Wartezeit man bei einer defekten, dauernd rot anzeigenden Ampel das Signal ignorieren darf.

Fassen wir zusammen: Wenn wir Menschen unsere Welt beobachten, dann benutzen wir dazu die apriorischen Grundkonzepte von Zeit und Raum, wir können gar nicht anders. Und wenn wir davon ausgehen, dass Zeit und Raum existieren, dann bleibt der Welt wegen der Unschärferelationen gar nichts anders übrig, als Dinge zu zeigen, die sich aus den Schöpfungsbausteinen Materie und Geist zusammensetzen. Des Weiteren dürfen wir annehmen, dass alles, was wurde, wird und werden wird (Letzteres wissen wir natürlich nicht sicher), immer auf die gleiche Art und Weise entstand bzw. entsteht: Die Spontaneität liefert noch mehr oder weniger ungezielte Ideen, aus denen die vorhandene Umwelt nach rationalen Gesichtspunkten, bzw. naturgesetzlicher Zwangsläufigkeit, oder auch mal zufällig auswählt. Die auswählende Umwelt kann auch ein Lebewesen oder das Bewusstsein eines Lebewesens sein. Die spontane Komponente kann bei jedem Geschehen immer auf quantenmechanische Indeterminismen zurückgeführt werden; und zwar entweder direkt oder indirekt über diverse Verstärkungsmechanismen oder Ketten solcher Mechanismen, wie wir sie in Kapitel 18 herausgearbeitet hatten. Eine andere Ursache für Spontaneität als der quantenmechanische Zufall lässt sich in dieser Welt offenbar nicht ausmachen, zumindest hat man bis heute noch keine andere gefunden.

Bei den Konstituenten Substanz und Struktur, die das *Was* der Dinge ausmachen, hatten wir im letzten Kapitel gefunden, dass es zumindest möglich sein könnte, dass sie sich ineinander umrechnen lassen. Nun kann man sich natürlich auch bei den Konstituenten des *Wie* die Frage stellen, ob sie denn beide wirklich in einem dualistischen Sinne zwei voneinander unabhängige Prinzipien sind oder ob Spontaneität und Rationalität nicht vielleicht nur zwei Seiten ein und derselben Medaille sind. Anhaltspunkte für eine solche – doch sehr abwegig klingende – Vermutung gibt es bisher nicht und sie ist auch nach Wissen des Autors bisher noch nicht angestellt worden.

Interessant ist aber, dass die Schöpfungsprinzipien Zufall und Notwendigkeit selbst geistige Begriffe sind und keine Substanzparameter, und dass man sie daher selbst zu den geistigen Struktur- oder Formparametern zählen könnte. Von den vier Elementen des gesamten Schöpfungsinstrumentariums, bestehend aus Materie, Struktur, Zufall und Notwendigkeit sind also sicherlich drei rein geistig, nur eines ist (möglicherweise) materiell. Wenn es aber gelänge, wie im letzten Kapitel diskutiert, auch das Substantielle durch Strukturelles auszudrücken, dann könnte man tatsächlich sagen, dass letztlich alles in der Welt aus Geist besteht oder aus diesem geworden ist. So, wie es in der Bibel mit den Worten „Im Anfang war das Wort“ (Johannes 1, Vers 1) ja auch behauptet wird. Auf diesen Anfang werden wir in Kapitel 20.2 noch näher eingehen.

In Kapitel 20.1. werden wir uns aber auch schon mit diesem Thema befassen und zu der Erkenntnis kommen, dass wir unsere Welt *als Ganzes* (aber nicht auch im Kleinen) vermutlich tatsächlich als ein substanzloses Gebilde aufzufassen haben. Offenbar herrscht in unserer Welt, zumindest im Großen, allein der Geist.

## **20. Zur Entwicklungsgeschichte des Alls**

### **20.1 Wie die Welt heute ist**

Wie in Kapitel 6.2.2 bereits berichtet, vertreten heute etliche Kosmologen und Physiker (siehe [33-35], [58]), darunter Alan Guth und der (mittlerweile verstorbene) Stephen Hawking, die Meinung, dass die Gesamtenergie und damit die Gesamtmasse des Weltalls verschwindet, die Welt als Ganzes also tatsächlich substanzlos ist. Das deckt sich, in Übereinstimmung mit der

allgemeinen Relativitätstheorie, mit der aus Beobachtungen abgeleiteten Vermutung, dass der Weltraum insgesamt ungekrümmt ist. Wenn die Aussage oder Vermutung von Hawking et al zutrifft, kann man sich das wie folgt erklären:

In den Kapitel 6.2.4 und 15.9 hatten wir davon gesprochen, dass man die Entstehung von Strukturen in unserer Welt durch Symmetriebrüche einer ursprünglich in jeder Beziehung symmetrischen Welt erklären kann. So entstehen z.B. elektrische Ladungen durch Spaltung des ladungsmäßig neutralen (also diesbezüglich symmetrischen) Raumes in eine positive und eine gleichgroße negative Ladung. Für diese Ladungstrennung muss irgendwo (nennen wir dieses Irgendwo X) Energie hergenommen werden, die danach dort fehlt und sich in dem durch die Ladungstrennung entstandenen elektrischen Feld wiederfindet. Bei X fehlt also genau die Energie  $E(X)$ , die bei der inneren Energie  $E_I$  in Form von Feldenergie hinzugekommen ist. Es gilt also  $\Delta E_I = E(X)$ . Nach Wikipedia ist Bindungsenergie  $E_B$  (etwas verwirrend) definiert als die Energie, die bei der **Entstehung** einer Struktur **frei** wird (bzw. die man bei der Zerlegung aufwenden muss). Damit ist  $E_B = -E(X)$  und es gilt  $E_B + \Delta E_I = 0$ . Da man im Fall des elektrischen Feldes zur Bildung der Struktur (d.h. zur Trennung der Ladungen) Energie von außen aufwenden muss, hat die Bindungsenergie in diesem Fall ein negatives Vorzeichen. Dasselbe gilt nun auch für die Felder der starken Kernkräfte. Ihre große positive (innere) Energie sorgt, wie schon in Kapitel 15.9 angesprochen, für einen Großteil der wägbaren Masse der Materie. Auch sie wird durch die entsprechende negative Bindungsenergie aufgewogen. Der Schöpfungsmechanismus hat sich, so kann man sich das jedenfalls vorstellen, die Energie zum Aufbau der Protonen und Neutronen aus drei Quarks beim Vakuum ausgeliehen, wo sie als Schuldenkonto negativer Energie geführt wird.

Ähnliches gilt auch bei Gravitationsfeldern. Allerdings haben die Energien hier andere Vorzeichen. Wenn sich fein im Raum verteilte massebehaftete Teilchen wegen der Gravitation zu einer Kugel zusammenziehen, werden bei diesem Vorgang große Mengen Energie frei, wie wir im Weltall, z.B. bei der Entwicklung von Sternen, ständig beobachten können. D.h., die Bindungsenergie ist bei der Gravitation positiv und deshalb sollte die Energie der bei diesem Vorgang entstandenen Felder negativ sein. Für die Bindungsenergie einer homogenen Massekugel mit dem Radius R ergibt sich beispielsweise (siehe Wikipedia unter Bindungsenergie)

$$E_B = (3/5) \cdot G \cdot M^2 / R. \quad (20-0)$$

Darin ist G die Gravitationskonstante, M die Masse der Kugel und R ihr Radius. Aus dem Gravitationsfeld innerhalb und außerhalb der Kugel und seiner Energiedichte nach Gleichung (20-3a) (siehe drei Seiten weiter) lässt sich zeigen, dass die innere Energie  $E_I$  exakt dem negativen von  $E_B$  nach (20-0) entspricht, also  $E_I = -E_B$ . Darauf wird weiter unten nochmals eingegangen werden. Die gleiche Formel ergibt sich übrigens für die Bindungsenergie einer homogen mit der Ladung Q (gemessen in Coulomb) geladenen Kugel mit dem Radius R, wenn man in Gleichung (20-0) M durch Q und G durch  $1/(4\pi\epsilon)$  ersetzt ( $\epsilon$  steht für die Dielektrizitätskonstante). Allerdings *mit einem negativen Vorzeichen*, weil eben im elektrischen Feld, anders als im Gravitationsfeld, die innere Energie positiv und die Bindungsenergie negativ ist.

Die bei der Entstehung der Atomkerne der Elemente aus Protonen und Neutronen frei gewordenen Bindungsenergien könnten sich vielleicht kompensieren. Denn wenn man aus einem Element leichter als Eisen eines mit höherer Ordnungszahl macht, ist die dabei freiwerdende Bindungsenergie positiv, und bei Elementen, die schwerer sind als Eisen, ist sie negativ. Deshalb wird auch Energie freigesetzt bei der *Fusion* von Wasserstoff zu Helium (wie beim Fusionsreaktor oder der Wasserstoffbombe) und ebenso beim *Zerfall* von Uran (wie beim Atomreaktor oder der Atombombe). Eisen hat also unter den Elementen die geringste innere Energie und ist deshalb auch das stabilste aller Elemente im Universum.

Wie schon in Kapitel 15.9 bei der Diskussion des Higgs-Bosons gesagt, rühren mindestens 99% der wägbaren Massen im Weltall von den inneren Energien der Strukturen. Und dieser Anteil wird, so darf man sich das jedenfalls vorstellen, exakt von negativen Bindungsenergien aufgehoben. In dem Bild von der Entstehung von Strukturen und Substanzen durch Symmetriebrüche fehlte bis vor einigen Jahren nur noch eine Erklärung für die Massen der massebehafteten Elementarteilchen (wie etwa der Quarks). Mit dem Higgs-Mechanismus glaubt man heute (wie schon in Kapitel 15.9 beschrieben), vermittels imaginärer Massen freier Teilchen im Vakuum das Problem gelöst zu haben. Ein negatives Äquivalent für die Massen der massebehafteten Teilchen des Standardmodells hat man mit der Theorie zwar nicht gefunden, allerdings eines für die Quadrate dieser Massen. Da nämlich in die Einstein'sche Energieformel  $E^2 = (m \cdot c^2)^2 + c^2 \cdot I^2$  die Quadrate der Ruhmassen eingehen, werden die Quadrate der Ruhmassen dieser Teilchen durch die quadrierten imaginären Higgs-Massen  $(i \cdot m_H)^2 = -m_H^2$  energetisch kompensiert. In unserem Weltall kann man auch davon ausgehen, dass sich die Impulse der Elementarteilchen gegenseitig aufheben, man also in der Einstein'schen Energiegleichung für das ganze Weltall  $I=0$  setzen kann. Für das ganze All gilt damit auch für die Elementarteilchen  $E^2 = 0$  und dann verschwindet auch  $E$  selbst. Mit den obigen Überlegungen können wir also Hawkings Statement einer verschwindenden Gesamtenergie und damit auch einer verschwindenden Gesamtmasse der Welt erklären.

Eine andere mögliche Erklärung dafür könnte man vielleicht auch in der obigen Einstein'schen Energieformel finden, in der ja nur eine Aussage über die Quadrate der Energien gemacht wird, deren Wurzel ja positiv oder negativ sein kann. Die Idee des Physikers Paul Dirac (1902-1984) von einem Vakuumsee negativer Energie (siehe z.B. die Internet-Seite <https://de.wikipedia.org/wiki/Dirac-See>) lässt sich z.B. damit begründen. Und wenn man nun annimmt, dass immer beide Lösungen gleichermaßen vorkommen und physikalisch wirksam sind, dann ergibt sich zwangsläufig eine verschwindende Gesamtenergie. - Das ist aber nicht viel mehr als eine Spekulation.

Wir dürfen also von der starken Vermutung ausgehen, dass sich die Massenäquivalente aller Bindungsenergien, aller inneren Energien, der Ruhenergien der massiven Elementarteilchen und diejenigen gemäß des Higgs-Mechanismus zu Null ergänzen. Und wenn diese so berechnete Gesamtmasse für eine eventuelle Krümmung des Weltalls verantwortlich ist, dann wäre der Raum flach und Lichtstrahlen würden auch den Raum (bis auf lokale Krümmungen) insgesamt gradlinig durchlaufen.

In der Literatur findet man nun immer wieder Aussagen, die dem gerade Gesagten widersprechen. So spricht etwa Mlodinow in [88] davon, dass die Gesamtkrümmung des Raumes bereits bei einer *positiven* mittleren Massendichte (der sogenannten kritischen Dichte) Null sei und dass sich unsere Welt auch derzeit (zufällig?) exakt in diesem Zustand befände. Das würde ein momentan flaches Weltall bedeuten, welches aber dennoch eine positive Massenbilanz bzw. Energiebilanz besitzt. Beim Unterschreiten dieser kritischen Dichte (was bei der Ausdehnung des Alls mit der Zeit auch sicher passiert), also bei immer noch positiver Gesamtmasse, müsste die Krümmung dann bereits negativ werden. Wenn Raumkrümmung im Sinne der Krümmung von Lichtstrahlen zu verstehen ist, kann das aber nicht sein, denn Lichtstrahlen werden nach unseren Überlegungen in Kapitel 6.2.1 (siehe Gleichung (6-3)) durch die Anwesenheit jeglicher positiver Massen immer zu den Massen hin gekrümmt. Bei positiver Gesamtmasse müsste das All also auch eine positive Krümmung aufweisen und sollte deshalb nicht flach sein. Es sei denn, man versteht den Begriff Raumkrümmung nicht im Sinne eines Synonyms für die Krümmung von Lichtstrahlen (siehe dazu auch Kapitel 20.3). Außerdem erscheint es dem Autor auch recht erstaunlich, dass wir Menschen gerade in der privilegierten Zeit leben sollen, in der der in [88] genannte kritische Wert der Dichte gerade erreicht wurde.

Diese Ungereimtheiten klären sich aber auf, wenn man berücksichtigt, dass in die Gleichungen der Gravitation gar nicht die Gesamtenergie eingeht, sondern nur die *inneren* Energien ohne die diese kompensierenden (äußeren) Bindungsenergien. Als felderzeugende Größen wirken im Newton'schen wie im Einstein'schen Formalismus explizit nur die (wägbare) Masse von Körpern inklusive des Masseäquivalents anderer innerer Energien (wie Bewegungs- und Strahlungsenergien) gemäß der Einstein'schen Energieformel. Die (negative) Energie des Gravitationsfeldes selbst muss dabei als einzige Form innerer Energie erstaunlicherweise *nicht* explizit als felderzeugende Größe berücksichtigt werden, diese sei, so die übliche Erklärung, bereits in der Struktur der Gleichungen bzw. der Metrik enthalten. Albert Einstein hatte allerdings in einer Arbeit aus dem Jahre 1912 mit dem Titel Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes gefordert, dass auch die Feldenergie explizit in die Feldgleichungen einzubeziehen sei, und hatte dazu auch eine Formel geliefert. Wie es aussieht, ist Einstein in den drei Jahren bis zur Veröffentlichung seiner allgemeinen Relativitätstheorie aber zur Gegenteiligen Überzeugung gekommen, da sich seine Forderung von 1912 nach Sicht der einschlägigen Fachleute aus seinen Gleichungen von 1915 nicht mehr herauslesen lässt. Darauf werden wir in Kapitel 20.4 noch einmal zurückkommen.

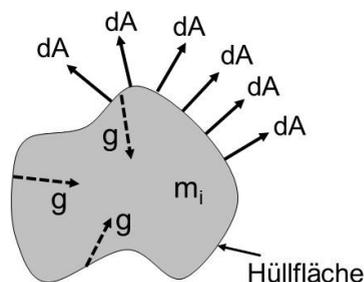
In der Gravitationstheorie werden nicht alle Energien des Weltalls erfasst und so ist erklärlich, dass Mlodinow und andere von einer flachen Welt bei positiver Massenbilanz sprechen können (siehe dazu auch die Entwicklungsgleichungen zum flachen Weltmodell in Kapitel 20.3).

Über den Formalismus der Newton'schen Gravitationstheorie kann man (mathematisch vielleicht nicht ganz sauber) mit der folgenden Überlegung auch zu dem Schluss kommen, dass die Gesamtmasse des Weltalls Null sein sollte: Integriert man die auf einer Hüllfläche um ein bestimmtes Volumen herrschende Gravitationsfeldstärke  $g$  (gemessen in  $m/s^2$ ) über der gesamten Hülle, dann ergibt sich nach Newton die Gleichung:

$$\oint g \cdot dA = -4\pi G \cdot m_i. \quad (20-1)$$

Darin stellt  $dA$  den nach außen gerichteten Vektor eines differentiellen Flächenelements auf der Hülle dar,  $g \cdot dA$  ist das Skalarprodukt aus  $g$  und  $dA$ ,  $G$  ist die Gravitationskonstante und  $m_i$  die sich *innerhalb* der Hüllfläche befindliche (wägbare) Masse inkl. dem Masseäquivalent anderer innerer Energien (siehe oben). Das Minuszeichen bedeutet, dass bei positiver Masse  $m_i$  die Gravitationsfeldstärke zur Masse hingerrichtet ist. - Anmerkung zur Notation: eine ebene Fläche, hier das Flächenelement  $dA$ , wird mathematisch als Vektor dargestellt, dessen Länge der Größe der Fläche proportional ist und der senkrecht auf der Fläche steht. - Nach Gleichung (20-1) ist also das Hüllenintegral über  $g$  proportional der eingeschlossenen Masse. Die Verhältnisse sind in Abbildung 20.-1 angedeutet. Darin sind einige Vektoren der Gravitationsfeldstärke  $g$  auf der Hüllfläche beispielhaft dargestellt; sie zeigen bei einer positiven eingeschlossenen Masse immer auf den von diesem Punkt aus gesehenen Massenschwerpunkt des Körpers. Die vektoriellen Flächenelemente  $dA$  sind in der Abbildung auch nur an einigen Stellen eingezeichnet; sie stehen immer senkrecht auf den, an den betreffenden Stellen angelegten, Tangentenebenen an die Hüllfläche.

**Abbildung 20.-1:**  
zum Hüllenintegral über der  
Gravitationsfeldstärke



Wenn man nun die Flächenelemente nach innen richtet, also  $dA$  durch  $-dA$  ersetzt, dann sollte das Ergebnis der Integration aus Symmetriegründen der Masse  $m_a$  im gesamten Außenraum proportional sein, also:

$$\oint \mathbf{g} \cdot (-d\mathbf{A}) = -4\pi G \cdot m_a. \quad (20-2)$$

Durch Addition der beiden Gleichungen (20-1) und (20-2) findet man, dass

$$m_a = -m_i \quad (20-3)$$

sein sollte, und damit die Gesamtmasse des Alls als Summe der beiden Massebeiträge verschwindet. In  $m_a$  sollten auch die Massenäquivalente der äußeren Bindungsenergien (und Feldenergien) enthalten sein. Entsprechende Gleichungen gibt's auch für das elektrische Feld, aus denen folgt, dass die Gesamtladung des Weltalls verschwindet, was ja auch allgemein bekannt ist. Heute wird in der differentiellen Form der Gleichung (20-1) üblicherweise noch die sogenannte kosmologische Konstante als zusätzlicher Summand verwendet (siehe Kapitel 20.3), die einer dunklen Energie zugeschrieben wird. Damit geht (20-1) in Gleichung (20-9) über, aus der sich aber nicht mehr auf (20-3) schließen lässt. Die kosmologische Konstante passt somit nicht so recht zu Hawkings Überzeugung von einer energetisch neutralen Welt.

Oben hatten wir schon davon gesprochen, dass die Gravitationsfelder negative (innere) Energie besitzen, während die Energien anderer Felder, wie etwa der elektrostatischen und der Kernkraft-Felder positiv sind. Diesen Unterschied kann man sich auch damit erklären, dass sich gleichnamige Gravitationsladungen anziehen, gleichnamige elektrische Ladungen aber abstoßen. Dass die Energie der Gravitationsfelder negativ sein muss, erkennt man auch noch daran, dass die Gravitationsfeldstärke  $g$  in der Umgebung einer Masse, wenn man eine zweite Masse auf sie herablässt, dem Betrage nach größer wird (weil dadurch ja die gravitierende Masse vergrößert wird), wobei dem System aber Energie entzogen wird, die man etwa in einer Feder speichern kann. Wenn aber der Betrag der Feldstärke größer wird, wenn man dem Feld Energie entzieht, dann kann der Energieinhalt des Feldes nur negativ sein.

In der endgültigen Einstein'schen Feldtheorie von 1915 verbergen sich die Gravitationsfelder und damit auch ihre Energie offenbar in der (gekrümmten) Geometrie des Raumes. Aus der klassischen, Newton'schen Gravitationstheorie ergibt sich nach [84], S.17 die recht einfache, der Energiedichte des elektrostatischen Feldes ähnelnde Formel

$$E_g = -g^2/(8\pi G). \quad (20-3a)$$

In der oben schon erwähnten Arbeit von 1912 hatte Einstein zwar auch eine Gleichung für die Energiedichte angegeben (die sich aber eben in den Arbeiten von 1915 nicht mehr wiederfindet). Diese Einstein'sche Gleichung lässt sich in (20-3a) uminterpretieren (siehe den Vortrag von Domenico Giulini mit dem Titel Einsteins Weg zur Allgemeinen Relativitätstheorie aus dem Jahre 2015). In (20-3a) ist  $g$  die an dem betreffenden Ort vorliegende Gravitationsfeldstärke. Da das Quadrat des Vektors  $g$  immer positiv ist, ist die Energiedichte auch immer negativ. Gleichung (20-3a) ist auf jeden Fall gut brauchbar, so lässt sich mit ihr, wie oben schon erwähnt, zeigen, dass die gesamte Feldenergie in und um eine homogene Massekugel *exakt* dem Negativen der Bindungsenergie nach Gleichung (20-0) entspricht. Ferner lässt sich mit Gleichung (20-3a) auch zumindest ein Teil der Perihel-Drehung des Merkurs erklären.

Fassen wir zusammen, was wir nach diesen Überlegungen über unser Weltall sagen können: Insgesamt, also von außen betrachtet, besitzt das All vermutlich keine Energie und damit auch keine Masse, keine elektrische Ladung und keine Farbladung. Die Masse der Materie rührt vorwiegend von Feldenergien, die durch entsprechende (äußere) Bindungsenergien kompensiert werden. Der kleine Anteil der Masse der Elementarteilchen an der wägbaren Masse wird energetisch über den Higgs-Mechanismus kompensiert. Die Welt besteht also eigentlich aus

nichts, sie ist in Summe substanzlos. Auch wenn es bei der dunklen Energie diesbezüglich noch Fragezeichen gibt, siehe Kapitel 20.3/4, wollen wir hier weiter an dieser Vorstellung festhalten. Unsere Welt können wir danach als ein großes Nichts ansehen, im Inneren zerlegt in Positives und Negatives hinsichtlich des Impulses, der Energie und der Ladungen der verschiedenen Felder. Als eine große in Summe substanzlose raum-zeitliche Struktur, die sich durch die Wirkung der Naturgesetze und deren Wechselspiel mit der der Welt innewohnenden Spontaneität (dem absoluten Zufall) verändert und entwickelt. Materielle Substanzen in Form von Energie bzw. Masse, Ladung etc. gibt es immer nur lokal. Global existieren nur Formen, Strukturen, Naturgesetze und der Zufall, d.h. Parameter, die wir allesamt zu den geistigen gezählt hatten. Materie gibt's also nur im Kleinen, im Großen herrscht allein der Geist.

Und wenn die Gesamtenergie des Weltalls Null ist und für alle Zeiten schon immer Null war, dann müsste (nach Kapitel 6.2.4) in der Welt als Ganzes offenbar auch der Energieerhaltungssatz gelten. Denn in der Gesamtwelt hat sich ja mit der Zeit nie etwas an der Substanz (d.h. an der Gesamtenergie) verändert, die Welt weist im Ganzen also energetisch eine vollkommene zeitliche Symmetrie auf. Im Kleinen ist die zeitliche Symmetrie nicht überall gegeben, weswegen ja auch in der Mikrophysik der Energieerhaltungssatz nicht immer strikt gilt. In Kapitel 6.2.4 und später in 15.6.2 hatten wir schon Verletzungen des Energie- und auch des Impulserhaltungssatzes in der Mikrophysik kennen gelernt. Allerdings müssen wir auch der Gesamtwelt durch die Unschärferelation begründete, geringfügige und schnelle Fluktuationen der Energie um den Wert Null zugestehen.

Als menschliche Beobachter sitzen wir irgendwo mittendrin in dieser materiellen Welt. Was wir von dort aus sehen können, ist nur ein kleiner Ausschnitt des ganzen Weltalls, über dessen Horizont (siehe weiter unten) wir nicht hinausschauen können und der aus ganz grob 100 Milliarden in großen Clustern angeordneten Galaxien besteht, die jede aus etwa 100 Milliarden Sternen bestehen, von denen sehr viele auch Planetensysteme besitzen wie unsere Sonne. Das Ganze ist durchsetzt von einer großen Menge zusätzlicher Materie, die man nicht sehen kann, man nennt sie deshalb dunkle Materie, die aber durch ihre Gravitationswirkung die Rotation der Galaxien entscheidend beeinflusst. Woraus diese Materie besteht, die mindestens 4/5 der wägbaren Massen im All ausmacht, ist noch unbekannt. Wir wissen auch, dass sich der Weltraum ausdehnt und sich die im Raum mitschwimmenden Galaxien deshalb dauernd voneinander entfernen mit einer von dem englischen Astronom Hubble entdeckten Fluchtgeschwindigkeit  $v_F$ , die um so größer ist, je weiter die Galaxien voneinander entfernt sind (für nah benachbarte Galaxien gilt das nicht unbedingt; so bewegt sich unsere Nachbargalaxie, der Andromeda-Nebel, sogar auf uns zu und wird in einigen Milliarden Jahren unsere Galaxie, die Milchstraße, durchdringen). Nach einer Veröffentlichung Hubbles im Jahre 1929 sollte für die Fluchtgeschwindigkeit der Zusammenhang  $v_F = H \cdot r$  gelten, wobei  $r$  der Abstand der Galaxien ist und  $H$  die sogenannte Hubble-Konstante. Die Fluchtgeschwindigkeit wächst danach mit dem Abstand und mit der Zeit über alle Grenzen. Die Lichtgeschwindigkeit wirkt hier *nicht* als Grenze, da sich nichts mit der Fluchtgeschwindigkeit *durch* den Raum bewegt, sondern sich *der Raum selbst* ausdehnt, man kann auch sagen, dass mit der Rate  $v_F$  neuer Raum entsteht. So jedenfalls die Deutung der Fachleute. Der Raum kann sich also durchaus mit Überlichtgeschwindigkeit ausdehnen. Dadurch ergibt sich für uns im Weltall ein Horizont, hinter den wir nicht schauen können, weil Photonen aus Gebieten hinter diesem Horizont, wegen der überlichtschnellen Flucht dortiger Objekte von uns weg, nicht zu uns gelangen können.

Die Hubble-Konstante beträgt heute etwa 70 km/s pro 3 Millionen Lichtjahre. Sie ist auch keine wirkliche Konstante und hatte sehr wahrscheinlich früher einen anderen Wert als heute (siehe auch Kapitel 20.3 am Ende). Der derzeitige Wert gilt deshalb streng genommen nur jetzt und vielleicht auch nur in unserer „näheren“ Umgebung, was man immer unter näher zu

verstehen hat. Die Fluchtgeschwindigkeit  $v_F$  ist die Änderung des Abstandes  $r$  pro Zeiteinheit, sie ist also die mathematischen Ableitung von  $r$  nach der Zeit  $t$ . Schreibt man diese als  $r_t$ , so kann man die Hubble-Konstante (oder besser die nicht wirklich konstante Hubble-Zahl) auch schreiben als  $H = r_t/r$ . Durch die Ausdehnung des Raumes werden auch die Wellenlängen der sich durch den Raum bewegenden Lichtquanten gedehnt, was sich in einer Rotverschiebung der Spektren des uns von fernen Galaxien erreichenden Lichts und einer kosmologischen Zeitdilatation der Vorgänge auf von uns beobachteten fernen Objekten äußert.

Bei über der Zeit konstantem positivem  $H$  ergibt sich aus  $r_t = H \cdot r$  sogar ein sich exponentiell ausdehnendes Weltall. Was man beobachtet, ist tatsächlich eine beschleunigte Ausdehnung, ob die Fluchtgeschwindigkeit wirklich exponentiell ansteigt, lässt sich aus den Beobachtungen nicht sicher schließen. Eine gesicherte physikalische Erklärung für diesen Befund hat man auch noch nicht gefunden. Heute wird dafür meist die dunkle Energie verantwortlich gemacht, die mit der oben schon erwähnten kosmologischen Konstanten in Verbindung gebracht wird. Wir werden auf dieses Phänomen in Kapitel 20.3 wieder zurückkommen. Wenn man die Bewegungen der Galaxien zurückrechnet, dann sollte das ganze Weltall vor etwa 13,8 Milliarden Jahren aus einem Punkt durch eine riesige Explosion, dem sogenannten Urknall hervorgegangen sein. Was damals am Anfang wirklich passiert ist, wissen wir nicht. Wir können darüber nur Vermutungen anstellen, denen wir uns im nächsten Kapitel widmen wollen.

## 20.2 Schöpfung aus dem Nichts, Fakten und Spekulationen zum Anfang

Die heute am meisten vertretene Hypothese über den ersten Anfang stammt aus der Theorie der Quantenmechanik. Dazu müssen wir zunächst ein wenig ausholen.

Wir hatten im letzten Kapitel ausführlich darüber gesprochen, dass das Weltall sehr wahrscheinlich im Ganzen substanzlos ist und immer schon war. Wie wir festgestellt hatten, stellt es sich uns heute als strukturierte Zerlegung in Positives und Negatives hinsichtlich der Energie und hinsichtlich der Ladungen der verschiedenen Felder dar. Zum allerersten Anfang hat es aber nun nicht nur in Summe nichts Substantielles gegeben, sondern auch keinerlei Strukturen und Formen, wie sie dann später zu beobachten waren. Der Kosmos wurde also aus dem Nichts geboren, wie das der Titel des Buches von Alan Guth [34] ja auch besagt. Wenn am Anfang aber gar nichts da war, weder Substanz noch Struktur, stellt sich die Frage, woran wir denn dann den Start der Schöpfung überhaupt anknüpfen können. Die Schöpfungsbausteine (Substanzen und Strukturen) scheiden aus, denn diese standen ja noch nicht zur Verfügung. Eine Antwort liefern uns nach Kapitel 19.2 die Unschärferelationen, nach denen mit der anfänglichen Existenz eines Quäntchens Raumzeit auch die wahrscheinliche Existenz von Substanzen und Strukturen, also von dem, was wir Dinge genannt hatten, einhergeht. Im Detail laufen dieser erste Schritt und alles Folgende dann über das in Kapitel 19.2 beschriebene schöpferische Wechselspiel zwischen Zufall und naturgesetzlicher Notwendigkeit ab. Will man aber mit den Schöpfungsprinzipien einen Anfang erklären, dann muss man annehmen, dass diese Prinzipien schon *vor* allem anderen existierten. Diese Annahme ist allerdings durch nichts belegt; es könnte nämlich auch so gewesen sein, dass sich die Prinzipien selbst erst allmählich entwickelt haben. Tatsächlich geht man heute davon aus, dass die bekannten Naturgesetze innerhalb der sogenannten Planckzeit, das sind die ersten  $10^{-43}$  Sekunden, noch gar nicht gegolten haben. Welche Gesetze damals gegolten haben könnten und wie dann die später gültigen Naturgesetze entstanden sind, weiß niemand. Man vermutet allerdings, dass es innerhalb der Planckzeit nur eine einzige Ur- oder Grundkraft gegeben hat, von der sich erst später die uns heute bekannten vier Grundkräfte der Gravitation, der starken Kernkraft, der schwachen Kernkraft und der elektromagnetischen Kraft abgespalten haben (siehe dazu auch Kapitel 6.2.4). Innerhalb der Planckzeit ist aber vermutlich auch nicht viel passiert, denn erst

nach dieser Phase hat in der sogenannten Inflationsphase die Entstehung der Materie stattgefunden und damit die eigentliche Schöpfungsgeschichte begonnen. Wir wollen deshalb für unsere weiteren Überlegungen den Beginn der Inflationsphase als den Zeitpunkt wählen, an dem alles begonnen hat, und an dem wir davon ausgehen können, dass zwar noch keine Strukturen und Substanzen existierten aber doch schon das kreative Prinzipienpaar aus Spontaneität und naturgesetzlicher Rationalität (d.h. auch wenigstens die wichtigsten oder gar alle Naturgesetze). Außerdem brauchen wir am Anfang, damit wir loslegen können, noch ein Quäntchen Raumzeit; auf die Problematik dieser Annahme werden wir weiter unten noch zu sprechen kommen. Bezeichnen wir das Paar der Schöpfungsprinzipien mit Kreativität, dann können wir sagen, dass im Anfang ein bisschen Raumzeit war und außer diesem nur die Kreativität, sonst nichts; und damit wäre in der Tat alles, was wir in Raum und Zeit finden, aus Geist geworden. In einer Sendung des Bayrischen Rundfunks im Dezember 2011 (siehe [83]) wurde dieser Gedanke auch sehr schön herausgearbeitet.

Schauen wir uns den Anfang der Inflationsphase noch etwas genauer an. Nach den Ausführungen in Kapitel 19.2 lässt das anfänglich vorhandene Quäntchen Zeit nach der Unschärfere-lation auch die Existenz von etwas Energie zu, welche sich in dem ebenso vorhandenen Quäntchen Raum auch noch ausstrukturieren kann. Das bedeutet also, dass man bei der kurzzeitigen Beobachtung des substanzlosen Anfangszustands dennoch einen kleinen Energiebetrag  $\Delta E$  sehen wird. Die Unschärferelation sagt uns aber auch, dass ein solcher Zustand nicht lange anhält, wobei die Lebensdauer  $\Delta t$  einer zufällig aufgetauchten Energie  $\Delta E$  sich zu  $\Delta t \approx h/(4\pi \cdot \Delta E)$  abschätzen lässt. Je größer der zufällig entstandene Energiebetrag ist, desto schneller wird er wieder verschwinden. Und wenn man etwas haben möchte, das mit hoher Wahrscheinlichkeit z.B. zehn Milliarden Jahre überdauert, dann dürfte das, nach Alan Guth (in [34], Seite 433), nur eine Masse von maximal etwa  $10^{-68}$  Kilogramm besitzen, das ist  $10^{38}$  mal weniger als die ohnehin schon extrem kleine Elektronenmasse. Wenn aber durch den quantenmechanischen Zufall in dem ersten Quäntchen Raumzeit eine Struktur entsteht, deren Gesamtmasse Null ist, dann kann sich dieser Zustand nach der Unschärferelation beliebig lange erhalten. In Kapitel 15.6.2 hatten wir einen solchen Fall schon einmal betrachtet und dort von einem strukturierten, energetisch polarisierten Vakuum gesprochen. Nehmen wir also an, dass zu Beginn das Nichts zufällig an einer Stelle in ein positives und ein gleichgroßes negatives Energiequantum zerfallen ist – oder eine kleine positive (wägbare) Masse entstanden ist, deren Energieäquivalent sie sich aus dem Vakuum ausgeliehen hat, wo sie als negative Energie geführt wird (dort könnte sie z.B. als negativer Druck erscheinen) – dann könnte sich nicht nur dieser Zustand beliebig lange erhalten, sondern es wäre auch jede (zufällige) Veränderung dieses Zustands überlebensfähig, bei der die exakte Balance zwischen positiven und negativen Massen oder Energien gewahrt bliebe, bis hin zum heutigen Gesamtzustand der Welt mit ihrer offenbar immer noch verschwindenden Gesamtenergie. Kurzlebige, quantenmechanisch bedingte Abweichungen in mikrophysikalischen Größenordnungen von diesem global ausbalancierten Zustand wären aber weiterhin erlaubt, wie wir das in unserer Welt ja auch als lokale Verletzungen des Energieerhaltungssatzes beobachten (siehe Kapitel 6.2.4 und 20.1).

Auf der Basis dieser Idee könnten wir uns also die Entstehung unserer Welt recht gut vorstellen. An der Idee ist aber noch ein kleiner Haken. Denn wir hatten angenommen, dass am Anfang der Inflationsphase bereits ein Quäntchen Raumzeit existiert habe, aber sonst nichts. Diese Annahme ist aber problematisch, da sich ja nach Kapitel 19.2. die Raumzeit und die materiellen Dinge in ihr wechselseitig bedingen. Ohne Raumzeit gibt's zwar keine Dinge, ohne Dinge aber vermutlich auch keine Raumzeit, und die Frage, was von beiden zuerst da war, lässt sich nicht beantworten. Solche Probleme treten oft bei der Erklärung von Anfängen auf, und wir können das Problem auch hier nicht vermeiden. Wir dürfen uns aber ein wenig

damit trösten, dass ja ein möglicher raum- und zeitloser Anfangszustand nur *vor* der zufälligen Entstehung des allerersten Materiekeimes gegeben wäre. *Nach* einer Initialzündung, selbst durch einen infinitesimal kleinen Materiekeim, wäre ja bereits etwas da, was für nachfolgende Prozesse Raum- und Zeit definierte; zwei Größen, in denen die dann auswählend und weiterführend wirksam werdenden Naturgesetze im Allgemeinen ja auch formuliert sind.

Am Anfang war also das Nichts. In einem solchen Nichts könnten vielleicht, nach unseren Überlegungen in Kapitel 6.2.4, auch die Erhaltungssätze strikt gegolten haben, weswegen man diese leere Anfangswelt vielleicht auch als deterministisch ansehen dürfte. Mit einer Initialzündung, bei der erste Strukturen entstanden, würde der Determinismus aber gebrochen und damit auch die Tür geöffnet worden sein für das schöpferische Werden in der Welt. Man kann also auch das Aufkommen des Zufalls in unserer Welt als einen Symmetriebruch deuten.

Vermutlich hat es also am Anfang nach der Planckzeit eine solche Initialzündung gegeben, bei der ein wenig des anfänglichen Nichts in zwei kleine komplementäre Teile zerlegt wurde. Es entstand damit eine kleine überlebensfähige materielle Struktur; man kann auch sagen, dass das Nichts an einer Stelle spontan zu Materie auskristallisierte. In [34] versucht Guth nun zu erklären, wie dies zu einer Kettenreaktion führte, in der explosionsartig in nur  $10^{-35}$  bis  $10^{-30}$  Sekunden praktisch die ganze heutige Masse, die zugehörigen Kraft-Felder und die diese Energien kompensierenden Energien (wie die Bindungsenergien) aus dem Nichts entstanden sind. Man kann sich das auch so vorstellen, dass das anfängliche Nichts aus einer gleichmäßigen Verteilung von positiver und negativer Energie bestand (und auch heute noch besteht). Wegen der wohl auch damals schon existierenden Kräfte zwischen kleinsten Inhomogenitäten war dieses Einerlei aber offenbar instabil, sodass es durch einen oder auch durch mehrere Kristallisationskeime sich spontan auszustrukturieren begann. Zur Erklärung der Vorgänge benutzt Guth u.a. die Konzepte verschiedener Vakuumzustände und von Taschenuniversen, auf die wir hier aber nicht näher eingehen wollen. In der extrem kurzen Zeitdauer der Inflationsphase hat sich nach der Theorie der Raum von einer anfänglichen Größe von weniger als der eines Protons um einen Faktor von  $10^{30}$  bis  $10^{50}$  vergrößert, wodurch der Bereich des für uns heute sichtbaren Universums am Ende einen Durchmesser von etwa einem Meter hatte (manche Autoren sprechen auch nur von der Größe einer Apfelsine, solche Unterschiede sind aber hier unerheblich). Warum die Inflation und damit die rasante Substanzproduktion aus dem Nichts dann plötzlich wieder aufhörten und nicht ad infinitum so weitergingen, wird von den Fachleuten noch diskutiert. Nach der Inflationsphase hat sich zwar der Raum bis heute weiter ausgedehnt, aber eben viel, viel langsamer. Während der Inflation lag die Ausdehnungsgeschwindigkeit zwischen  $10^{30}$  und  $10^{35}$  m/s. Einen Widerspruch zur Relativitätstheorie stellt das nicht dar, weil ja (wie schon in Kapitel 20.1 gesagt) bei diesem Vorgang nichts mit dieser hohen Geschwindigkeit *durch* den Raum bewegt wurde, sondern sich der Raum selbst ausgedehnt hat, oder, genauer gesagt, mit dieser Rate Raum entstanden ist, und für diese Rate gibt es keine obere Grenze. Das gilt, wie wir im letzten Kapitel gesehen hatten, auch für die heutige, langsamere Ausdehnung des Weltalls und führt dazu, dass für uns immer nur ein Teil des Weltalls sichtbar ist und war, weil uns aus den übrigen Bereichen keine Photonen erreichen können. Man spricht auch vom Horizontproblem der Standardkosmologie.

Am Ende der Inflationsphase war der Raum mit einem  $10^{25}$  Grad Kelvin heißen energetischen Brei angefüllt, die dominante Form der Materie war Strahlung, also Photonen, andere Partikel gab es noch nicht. Durch seine weitere Ausdehnung kühlte sich das Weltall dann recht schnell ab, wodurch allmählich immer mehr von den durch quantenmechanische Zufälle permanent entstehenden Teilchen überleben konnten, die bei höheren Temperaturen gleich wieder zerfallen wären. So konnten Quarks schon nach etwa  $10^{-7}$  Sekunden dauerhaft überleben, Protonen und Neutronen nach  $10^{-4}$  Sekunden und die Elemente Wasserstoff, Helium und Lithium erst

nach 3 Minuten. Die Entstehung der Partikel ging auf Kosten der Photonen, deren Anzahl entsprechend abnahm. Außerdem wuchsen durch die Raumausdehnung die Wellenlängen der noch nicht verbrauchten Photonen, wodurch sie Energie verloren (siehe dazu auch Kapitel 6.2.4). Dadurch nahm die *Photonenenergiedichte* im Weltall schneller ab als die durch die Ausdehnung des Alls ebenso kleiner werdende *Teilchenenergiedichte*. Das führte dazu, dass nach etwa 70 000 Jahren diese beiden Dichten gleich groß waren. Vom Ende der strahlungsdominierten Ära spricht man aber erst nach etwa 300 000 Jahren, als das Weltall durchsichtig wurde. Die 3 Grad Kelvin Hintergrundstrahlung, die uns aus allen Richtungen des Alls heute noch erreicht, ist ein abgekühltes Überbleibsel des Zustandes unseres Weltalls zu jener Zeit. In der nachfolgenden *materiedominierten* Ära entstanden dann die in Filamenten und Haufen angeordneten Galaxien und in ihnen die vielen Sterne, in deren Innerem bis heute durch Kernfusion aus leichteren Elementen die schwereren zusammengebacken wurden, die sich dann bei Supernova-Explosionen in den Raum ergossen und für die Bildung von neuen Himmelskörpern, wie auch den Planetensystemen zur Verfügung standen. Von Planetensystemen übrigens, die im All nach heutigem Wissen [85] die Regel sind und nicht die Ausnahme, wie man noch im 20. Jahrhundert glaubte.

### 20.3 Die Entwicklungsgleichungen der Standardkosmologie

Um die mögliche zeitliche Entwicklung des Weltalls nach der Inflationsphase zu beschreiben, geht man in der Kosmologie vereinfachend von einem radialsymmetrischen (kugelförmigen) Gebilde aus, in dem die in der Inflationsphase entstandenen Massen gleichmäßig, also homogen und staubartig verteilt sind. Die Größen Masse und Zeit sind dabei wie folgt zu verstehen:

1.) Als Gravitationsladung gehen in den kosmologischen Gleichungen nur die inneren Energien ein: Erstens die wägbare Masse der staubförmig verteilten Partikel (die dunkle Materie ist darin enthalten), zweitens das Massenäquivalent der mit der Ausdehnung an Energie verlierenden Strahlung und drittens die sogenannte dunkle Energie, nicht aber auch die Massenäquivalente der als äußere Energien aufzufassenden Bindungsenergien. Auch zählt die negative Energie der Gravitationsfelder nicht dazu, die man deshalb vielleicht auch als äußere Energie auffassen kann (siehe auch die Aussagen in Kapitel 20.1). (In Kapitel 20.4 wird aber noch ein Versuch vorgestellt, die Energie der Gravitationsfelder doch explizit zu berücksichtigen).

2.) Unter „Zeit“ ist hier die sogenannte „kosmische“ Zeit zu verstehen, die von Uhren angezeigt wird, welche ohne zusätzliche Eigenbewegung an der kosmischen Expansion teilnehmen und die beim Urknall auf Null gesetzt wurden.

In der materiedominierten Ära (einige Zeit nach der Inflationsphase), in der keine nennenswerten Mengen weiterer (wägbarer) Massen aus Strahlung mehr produziert wurden, kann man näherungsweise davon ausgehen, dass sich bei einer Volumenänderung des Alls die Dichte der wägbaren Massen umgekehrt proportional zum Volumen  $V$  verhält. In jeder sich ausdehnenden Blase des Weltalls bleibt also die wägbare Gesamtmasse immer konstant. Die äquivalente Masse des verbliebenen Strahlungsanteils in der Blase (ihre „Strahlungsmasse“) wird dagegen wegen dem Energieverlust durch die Dehnung der Photonenwellen mit der Ausdehnung proportional zu  $1/r$  kleiner. Bezeichnet man mit  $\rho_M$ ,  $\rho_s$  und  $r$  die Dichte der wägbaren Masse, der Strahlungsmasse und den Radius der Welt (oder einer kugelförmigen Teilwelt) zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t$ , und mit  $\rho_{M0}$ ,  $\rho_{s0}$  und  $r_0$  diese Größen zu einem gewählten Basis- oder Bezugszeitpunkt  $t_0$ , dann sollte in der materiedominierten Ära näherungsweise gelten:

$$\rho_M \sim 1/V \sim 1/r^3 \text{ und } \rho_s \sim 1/r^4; \text{ oder } \rho_M/\rho_{M0} = (r_0/r)^3 \text{ und } \rho_s/\rho_{s0} = (r_0/r)^4. \quad (20-4)$$

In der Newton'schen Kosmologie braucht man zur Berechnung der Entwicklung des Weltalls dann nur noch die Gleichung (20-1) aus Kapitel 20.1. Da die Gravitationsfeldstärke  $g$  in unse-

rem Weltmodell radialsymmetrisch ist, also nur vom Radius abhängt, lässt sich das Integral auf der linken Seite von Gleichung (20-1) auf der Oberfläche der kugelförmigen Welt (oder Teilwelt bzw. Blase) mit Radius  $r$  zu  $g \cdot 4\pi \cdot r^2$  lösen.  $g$  steht bei Radialsymmetrie für die Radialbeschleunigung, welcher die Partikel am Rand der Blase unterworfen sind. Damit ergibt sich die bekannte newtonsche Gleichung

$$g = -G \cdot m_i / r^2. \quad (20-4a)$$

Darin ist  $m_i$  die Masse (von Staub und Strahlung) innerhalb der Blase mit dem Radius  $r$ ,  $g$  die an ihrem Rand wirksame Radialbeschleunigung und  $G$  die Gravitationskonstante. Das negative Vorzeichen bedeutet, dass alle Partikel, gleichgültig ob sie positive oder negative Masse besitzen, bei positiver innerer Masse  $m_i$  zu einer nach innen gerichteten und bei negativer innerer Masse zu einer nach außen gerichteten Bewegung veranlasst werden.  $g$  ist damit die Beschleunigung, mit der sich der Radius der Welt verändert. Kompakte Körper mit negativer wägbare Masse sind allerdings hypothetisch, gefunden hat man noch keine. Außerdem ergeben sich mit ihnen auch Probleme bei der Lösung gewisser Gleichungen.

Die Beschleunigung  $g$  ist die zweite Ableitung des Radius nach der Zeit, oder  $g = r_{tt}$  (ein Index  $t$  steht für eine und zwei Indizes  $tt$  für zwei Zeitableitungen). Ersetzt man in Gleichung (20-4a) noch die Masse  $m_i$  durch das Produkt aus Dichte  $\rho$  und Volumen  $V = 4\pi r^3/3$ , dann erhält man für die zeitliche Entwicklung des Radius die Differentialgleichung

$$\begin{aligned} 3r_{tt}/r + 4\pi G \cdot \rho_M &= 3r_{tt}/r + 4\pi G \cdot (r_0/r)^3 \cdot \rho_{M0} = 0 \text{ ohne Strahlung, bzw. mit:} \\ 3r_{tt}/r + 4\pi G \cdot (\rho_M + \rho_S) &^*) = 3r_{tt}/r + 4\pi G \cdot (r_0/r)^3 \cdot (\rho_{M0} + \rho_{S0} \cdot (r_{S0}/r)) = 0 \end{aligned} \quad (20-5)$$

Da auch gewisse Drücke in einem Medium die Beschleunigung der Ausdehnung beeinflussen, gehört korrekterweise in Gleichung (20-5) noch ein additiver Druck-Term. Er folgt aus den Einsteingleichungen, lässt sich aber auch klassisch herleiten (siehe Seite 165 unten). Statt  $\rho$  muss es korrekterweise  $\rho + 3P/c^2$  (mit  $\rho = \rho_M + \rho_S$ ) heißen ( $c$  ist die Lichtgeschwindigkeit). Der Faktor 3 kommt zustande, weil Druck die Beschleunigung in allen drei Koordinaten beeinflusst. Durch den Term  $3P/c^2$  werden bei geforderter Energieerhaltung die durch Ausdehnung des Mediums auftretenden Energieverluste – etwa durch Dehnung der Photonenwellen – (oder ggf. auch Gewinne) kompensiert. Der Druck  $P$  lässt sich aus dem Energieerhaltungssatz

$$\begin{aligned} dE &= -P \cdot dV ; \text{ oder } PdV = -c^2 \cdot d(\rho V) = -c^2 \cdot (\rho \cdot dV + V \cdot d\rho) ; \text{ oder} \\ P/c^2 &= -\rho - V \cdot d\rho/dV = -\rho - (r/3) \cdot d\rho/dr, \end{aligned} \quad (20-5a)$$

berechnen. In (20-5a) bedeutet  $E = c^2 \cdot \rho \cdot V$  die innere Energie (von Staub + Strahlung) im Volumen  $V$ . Wegen der konstanten Gesamtmasse des Staubes in einer sich ausdehnenden Blase erhält man  $P_M = -dE_M/dV = 0$  (Staub ist also druckfrei) und für die mit der Ausdehnung kleiner werdende Strahlungsmasse in der Blase ergibt sich  $P_S = c^2 \cdot \rho_S / 3$  (siehe auch [105]). Da sich damit für  $\rho_S + 3P_S/c^2 = 2\rho_S$  ergibt, ist der Strahlungsanteil in (20-5) inkorrekt. \*) **Die Dichte  $\rho_S$  ist korrekterweise durch  $2\rho_S$  zu ersetzen.** Auf den Druck der als dunkle Energie interpretierten kosmologischen Konstante  $\Lambda$  werden wir später noch zurückkommen.

Nur diese *Medium-spezifischen* Drücke nach (20-5a) sind hier gemeint. Nicht auch z.B. der Druck im Inneren von Sternen, der ja bereits in ihren wägbaren Massen berücksichtigt ist. Der Term  $3P/c^2$  wird in den folgenden  $r_{tt}$ -Gleichungen nicht immer explizit dargestellt und dann als in der Dichte inkludiert verstanden. Und wenn nur das Zeichen  $\rho$  ohne Index verwendet wird, ist aus dem Kontext zu entnehmen, ob damit  $\rho_M + \rho_S$ ,  $\rho_M + 2\rho_S$  oder nur  $\rho_M$  gemeint ist.

Vielfach benutzt man in den Gleichungen nicht den Radius  $r$  der Blase, sondern den auf einen Bezugsradius  $r_0$  normierten Radius und bezeichnet diesen Quotienten  $a = r/r_0$  als Skalenfaktor. Damit kann man dann (20-5) auch als Differentialgleichung für die zeitliche Entwicklung des Skalenfaktors  $a(t)$  schreiben. Ohne den Strahlungsanteil erhält man

$$3a_{tt}/a + 4\pi G\rho_{M0}/a^3 = 3a_{tt}/a + 4\pi G\rho_M = 0, \quad \text{oder} \quad (20-6)$$

$$a_{tt} \cdot a^2 + (4\pi/3) \cdot G\rho_{M0} = a_{tt} \cdot a^2 + G \cdot M_0 / r_0^3 = 0, \quad (20-6a)$$

wobei  $M_0$  die sich nicht mehr verändernde Masse der wägbaren (kalten) Materie in der Blase darstellt. Meist wird der Bezugsradius  $r_0$  als der Radius  $r(t_0)$  zum **heutigen** Zeitpunkt  $t_0$  verstanden. Mit dem Strahlungsanteil inkl. Strahlungsdruck ergibt sich die Gleichung

$$r_0^3 \cdot a_{tt} \cdot a^2 + G \cdot M_0 + G \cdot 2S_0/a = 0, \quad \text{mit } a = a(t) = r(t)/r_0 \text{ und } a(t_0) = 1, \quad (20-6b)$$

$$\text{und für die Dichten gilt: } \rho_M = \rho_{M0}/a^3 \text{ und } \rho_S = \rho_{S0}/a^4$$

Darin sind  $M_0$  und  $S_0$  die gesamte wägbare Masse bzw, die gesamte Strahlungsmasse in der Blase zum Bezugszeitpunkt  $t_0$  (d.h. heute). Der Faktor 2 rührt vom Medium-spezifischen Druck  $p_S = c^2\rho_S/3$  der Strahlungsenergie. Die Gleichungen gelten für das ganze Weltall, wenn man für  $M_0$  die Gesamtmasse des Alls und für  $S_0$  seine gesamte Strahlungsmasse zum Bezugszeitpunkt  $t_0$  einsetzt.  $r_{tt} = a_{tt} \cdot r_0$  ist dann die Beschleunigung, mit der sich der Weltradius mit der Zeit verändert und damit das ganze All ausdehnt. Die Gleichung gilt wegen der angenommenen Homogenität und Radialsymmetrie aber eben genauso für jede kugelförmige Teilwelt mit dem Radius  $r = a \cdot r_0$ , die zum Bezugszeitpunkt  $t_0$  den Radius  $r_0$  besaß bzw. besitzt und in deren Volumen zum Zeitpunkt  $t_0$  die Masse  $M_0$  und die Strahlungsmasse  $S_0$  vorhanden waren. Die Gleichung sollte also auch die Ausdehnung jeder, zur Gewährleistung der Homogenität hinreichend großen Blase mit dem Radius  $r$  um unsere Erde als Beobachtungsort und damit das von uns beobachtete Nebelfluchtphänomen beschreiben.

Wie wir gesehen haben, lassen sich diese Gleichungen recht einfach aus den Newton'schen Grundgleichungen ableiten. Die Einstein'sche (relativistische) Feldtheorie führt aber erstaunlicherweise auf dieselben Gleichungen (bis auf einen kleinen Unterschied, siehe später). Die Ergebnisse zeigten Einstein, dass das Weltall nicht statisch sein kann. Davon war er damals aber noch überzeugt, denn die Tatsache, dass sich das All in Wahrheit dauernd ausdehnt, war zu dieser Zeit noch nicht bekannt. Einstein führte deshalb eine Konstante in seine Gleichungen ein, mit der er glaubte, die Lösungen wieder zu stabilisieren. Als er später über die Hubble'sche Entdeckung der Nebelflucht erfuhr, entfernte er reuevoll die Konstante wieder aus den Gleichungen und soll in diesem Zusammenhang von der größten Eselei seines Lebens gesprochen haben. Vorerst blieb es also bei der Gleichung in der obigen Formulierung.

Ohne die Differentialgleichungen (20-6, 6a, 6b) nach der Zeitfunktion  $a(t)$  lösen zu müssen, erkennt man an ihnen leicht, dass der Skalenfaktor  $a$  und damit der Welt- oder Teilweltradius  $r$  mit der Zeit zwar größer werden kann, dass die Beschleunigung dieser Ausbreitung aber negativ ist, das Wachstum also mit der Zeit abgebremst wird; das liegt an dem, bei positiver Anfangsdichte  $\rho_0$  auch positiven Vorzeichen des zweiten Terms. Die später dann entdeckte (positiv) *beschleunigte* Ausdehnung des Alls ist deshalb mit dieser Gleichung nicht erklärbar. Es muss also noch etwas Entscheidendes in den Gleichungen fehlen.

### Die kosmologische Konstante.

Die Unzulänglichkeit der Gleichungen, die Beobachtung einer beschleunigten Ausdehnung des Alls zu beschreiben, hat die Kosmologen bewogen, die von Einstein verworfene Konstante doch wieder in die Gleichungen einzubringen, wenn auch diesmal mit einem anderen Ziel, als es Einstein im Auge hatte. Die Einstein'schen Feldgleichungen lassen offenbar auch Raum für die Einführung einer solchen Konstante. Mit ihr lässt sich in der Tat eine beschleunigte Expansion des Weltalls erklären, aber mit einigen diskussionswürdigen Konsequenzen, die wir uns weiter unten und im nächsten Kapitel noch ansehen werden. In den folgenden Überlegungen wird der in Gleichung (20-6b) enthaltene Strahlungsanteil zunächst der Einfachheit halber weggelassen (d.h.  $\rho = \rho_M$ ). Bei dem neuen Ansatz wird die Differentialform von (20-1)

$$\nabla g = -4\pi G\rho \quad (20-7)$$

durch eine additive Konstante  $\Lambda$  erweitert, also

$$\nabla g = -4\pi G\rho + \Lambda. \quad (20-8)$$

Der Nabla-Operator  $\nabla$  steht für die mathematische Operation der Divergenz. Sind  $g^x$ ,  $g^y$ , und  $g^z$  die Komponenten der Feldstärke  $g$  in den Koordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$ , dann ist die Divergenz die Summe der partiell nach ihren Koordinaten abgeleiteten Komponenten, also  $\nabla g = g^x_x + g^y_y + g^z_z$ . Wendet man auf (20-8) den gaußschen Satz an, dann ergibt sich die Integralform

$$\oint \mathbf{g} \cdot d\mathbf{A} = -4\pi G \cdot m_i + \Lambda \cdot V, \quad (20-9)$$

in der gegenüber Gleichung (20-1) als zusätzlicher Term ein Summand auftritt, der mit dem Volumen  $V$  des Weltalls (oder einer Teilwelt) wächst. Auf Versuche einer physikalischen Interpretation der Konstanten werden wir weiter unten noch eingehen.

Wiederholt man nun auf Basis von (20-9) die obige Rechnung, dann geht (20-6) mit Strahlungsanteil, d.h.  $\rho = \rho_M + \rho_S$ , und expliziter Darstellung des Druckterms über in

$$3a\ddot{a}/a + 4\pi G (\rho + 3P/c^2) - \Lambda = 0. \quad \text{Wegen } P_M = 0 \text{ und } P_S = c^2\rho_S/3 \text{ folgt daraus:}$$

$$3a\ddot{a}/a + 4\pi G (\rho_M + 2\rho_S) - \Lambda = 0 \quad \text{mit } \rho_M = \rho_{M0}/a^3 \text{ und } \rho_S = \rho_{S0}/a^4. \quad (20-10)$$

Durch Multiplikation mit  $a$  und  $\dot{a}$  und anschließender Integration über der Zeit erhält man

$$3(a/\dot{a})^2 - 8\pi G\rho - \Lambda + k/a^2 = 0 \quad \text{mit } \rho = \rho_M + \rho_S. \quad (20-11)$$

Darin ist  $k$  eine Integrationskonstante, die üblicherweise als Maß der Krümmung des Weltalls interpretiert wird. Gleichungen (20-11) wird die erste und (20-10) die zweite Friedmanngleichung genannt. Bei der Integration von (20-10) verschwindet der Druckterm  $3P/c^2$  wieder und als Dichte wirkt in der Geschwindigkeitsgleichung nur die Summe  $\rho_M + \rho_S$ . Dass Drücke *explizit* zwar die Beschleunigung, nicht aber auch die Geschwindigkeit der Expansion beeinflussen, ist schon erstaunlich. Da sich diese Medium-spezifischen Drücke als proportional zu den zugehörigen Massendichten ergeben, wirken sie über die Dichten in Gleichung (20-11) aber auch *indirekt* auf die Fluchtgeschwindigkeit. So jedenfalls die Erklärung von Professor Jochen Weller, die nach Ansicht des Autors aber zu gewissen Schwierigkeiten (zumindest zu Plausibilitätsproblemen) führt, auf die wir in Kapitel 20.4 noch zurückkommen werden.

In Gleichung (20-11) findet sich mit dem Quotienten  $\dot{a}/a = \dot{r}/r$  auch die bereits vorgestellte (variable) Hubble-Konstante  $H$  wieder. Die beiden Friedmanngleichungen findet man z.B. auch (mit einem kleinen Fehler) bei Wikipedia [105]. Dort aber in etwas anderer Darstellung.

In der Literatur wird die Herleitung der Theorie oft mit der ersten Friedmanngleichung begonnen und aus dieser durch Differentiation nach der Zeit die zweite gewonnen. Dabei ergeben sich – ohne explizit die Energieerhaltungsgleichung (20-5a) zu bemühen – auch die Druckterme für die dunkle Energie und die Strahlung. Die Entwicklung des Alls ist somit bereits vollständig durch die erste Friedmanngleichung (20-11) beschrieben.

### Zur Interpretation der kosmologischen Konstante

Soweit so gut. Wenn man sich die beiden Friedmanngleichungen anschaut, fällt aber folgendes auf: Während in (20-10) ein positives  $\Lambda$  die Wirkung einer über Raum und Zeit konstanten **negativen** Massen- bzw. Energiedichte  $\rho_\Lambda = -\Lambda/(4\pi G)$  bzw.  $\rho_{E\Lambda} = -\Lambda \cdot c^2/(4\pi G)$  hat, wirkt sie in Gleichung (20-11) nun aber erstaunlicherweise wie eine über Raum und Zeit konstante **positive** Massendichte der Größe  $\rho_\Lambda = \Lambda/(8\pi G)$  bzw. Energiedichte  $\rho_{E\Lambda} = \Lambda \cdot c^2/(8\pi G)$ . Will man die Konstante  $\Lambda$  als eine Form der Energie deuten, man spricht von der *dunklen Energie* oder einer *Vakuumenergie*, dann führt das offenbar zunächst zu einem *Widerspruch*.

Der Widerspruch lässt sich nur lösen, wenn man der dunklen Energie, d.h. der Konstanten  $\Lambda$  passend zur ersten Friedmanngleichung eine positive Massendichte  $\rho_\Lambda = \Lambda/(8\pi G)$  zuschreibt,

für dieses Medium aber einen negativen Druck  $P_\Lambda = -c^2 \cdot \rho_\Lambda$  postuliert, mit dem man für den Dichte-Druck-Term der zweiten Friedmann-Gleichung  $\rho + \rho_\Lambda + 3P_\Lambda/c^2 = \rho - 2\rho_\Lambda = \rho - \Lambda/(4\pi G)$  erhält. Damit ginge die zweite Friedmann-Gleichung (20-10) über in

$$3a\ddot{a} + 4\pi G \cdot [\rho - \Lambda/(4\pi G)] = 0, \quad \text{mit } \rho = \rho_M + 2\rho_S, \quad (20-10a)$$

was sich auch exakt ergibt, wenn man in der zweiten Friedmann-Gleichung  $\Lambda$  als negative Massendichte interpretiert. Beide Gleichungen sind jetzt konsistent. In der Literatur wird das dann meist so interpretiert, dass der negative Druck das Weltall auseinanderzieht oder -treibt.

Es bleibt aber nun noch die Frage, ob in diesem durch  $\Lambda$  verkörperten energetisch positiven Medium tatsächlich auch ein negativer Druck von der oben angenommenen Größe existieren kann. Um das zu untersuchen, müssen zwei Alternativen betrachtet werden:

**Alternative 1:** Man nehme an, dass sich die betrachtete Blase des Weltalls in ein bereits vorhandenes Vakuum mit der Energiedichte  $\rho_{EA} = \Lambda \cdot c^2/(8\pi G)$  hinein ausdehnt. Dann würde sich die Blase bei einer Ausdehnung um das Volumenelement  $dV$  aus dem bereits vorhandenen Vakuum zusätzlich die Energie  $\rho_{EA} \cdot dV$  einfangen und der Energieerhaltungssatz wäre dann nicht der nach (20-5a), sondern wäre jetzt um einen Term erweitert und müsste lauten

$$dE = -P_\Lambda \cdot dV + \rho_{EA} \cdot dV. \quad (20-5b)$$

Darin ist für  $dE = d(\rho_{EA} \cdot V) = V \cdot d\rho_{EA} + \rho_{EA} \cdot dV$  einzusetzen. Wegen der Inkompressibilität des Mediums ist  $d\rho_{EA} = 0$  und damit ist (20-5b) nur erfüllbar mit  $P_\Lambda = 0$ . D.h.: Mit den Annahmen der Alternative 1 lässt sich obiger Widerspruch bei der Interpretation der kosmologischen Konstante als Dichte einer Energieform nicht auflösen.

**Alternative 2:** Man nehme an, dass bei der Ausdehnung der Blase das Vakuum mit seiner Energiedichte nicht dort, wo sie sich hin ausdehnt schon vorher existierte, sondern erst bei der Volumenvergrößerung entsteht. Dann muss, wenn man Energieerhaltung voraussetzt, die neu entstandene Vakuumenergie durch irgendetwas kompensiert werden, bzw. von irgendwo herkommen. Da in diesem Fall bei der Volumenvergrößerung um  $dV$  keine bereits vorhandene Energie eingefangen wird, kann die Erhaltungsgleichung (20-5a) wie sie ist, ohne einen dritten Term, benutzt werden. Mit  $d\rho_{EA} = 0$  (wegen der Inkompressibilität) wird aus (20-5a)

$$\begin{aligned} P_\Lambda dV &= -V \cdot d\rho_{EA} - \rho_{EA} \cdot dV = -\rho_{EA} \cdot dV \quad \text{und damit folgt} \\ P_\Lambda &= -\rho_{EA} = -c^2 \cdot \rho_\Lambda = -c^2 \cdot \Lambda/(8\pi G), \end{aligned} \quad (20-5c)$$

also tatsächlich der oben postulierte negative Druck. Mit Alternative 2 ist die Interpretation der kosmologischen Konstante als Energiedichte also widerspruchsfrei. Das Ergebnis lässt sich nur so deuten, dass bei der Ausdehnung des Alls das Nichts in eine positive Energiedichte  $\rho_{EA}$  und einen negativen Druck  $P_\Lambda = -\rho_{EA}$  zerfällt. Da ein negativer Druck aber auch eine negative Energiedichte bedeutet, zerfällt offenbar auch heute noch das Nichts in Positives und Negatives, so wie schon damals in der Inflationsphase, nur jetzt viel langsamer.

Soweit zur Deutung der Konstante, die so auch von der Mehrheit der Fachleute unterstützt wird. Um was es sich physikalisch bei der dunklen Energie – einer positiven Vakuumenergie mit negativem Druck – handeln könnte, weiß niemand. Eine zündende Idee hat es bisher noch nicht gegeben. Es sei aber darauf hingewiesen, dass die Friedmann-Gleichungen in der gegebenen Form recht gut mit unseren Beobachtungen des Weltalls harmonieren. Eine physikalische Interpretation von  $\Lambda$  wäre zwar schön, ist aber im Grunde nicht erforderlich.

Wir haben also gezeigt, dass mit der Interpretation von  $\Lambda$  als dunkle Energie auch die zweite Friedmann-Gleichung erfüllt ist. Die zeitlichen Entwicklungen des Weltallradius, des Skalenfaktors und der Hubble-Zahl werden aber bereits durch die erste Friedmann-Gleichung (bei gewählten Anfangsbedingungen) vollständig bestimmt. Deshalb ist es das Hauptziel der Kosmologie, Lösungen der ersten Friedmann-Gleichung zu finden.

## Fahren wir fort mit den Entwicklungsgleichungen.

Verwendet man die in Kapitel 6.2.1 schon eingeführte Notation des Schwarzschildradius  $R_S(X) = 2 \cdot G \cdot X / c^2$ , schreibt die Gleichungen wieder für den Radius  $r = a \cdot r_0$  statt des Skalenfaktors  $a$  und setzt für  $k = 3Kc^2/r_0^2$ , dann erhält man aus (20-11) und (20-10)

$$\begin{aligned} (r/c)^2 &= (\Lambda/3) \cdot (r/c)^2 + R_S(M_0)/r + R_S(S_0) \cdot r_0/r^2 - K \quad \text{und} \\ r_{tt} &= (\Lambda/3) \cdot r - GM_0/r^2 - G2S_0 \cdot r_0/r^3 . \end{aligned} \quad (20-11a)$$

Der Faktor 2 in der zweiten Gleichung rührt wie in (20-6b) vom Medium-spezifischen Druck  $P_S = c^2 \rho_S / 3$  der Strahlungsenergie. In (20-11a) bedeutet  $M_0$  wieder die wägbare Masse und  $S_0$  das Massenäquivalent der Strahlungsenergie beim Bezugsradius  $r_0$ . Die Gleichungen ergeben sich so auch aus der Einstein'schen Theorie mit dem einzigen Unterschied zur Newton'schen Lösung, dass die als Krümmungsindex interpretierte Integrationskonstante  $K$  nach Einstein nur die Werte  $-1$ ,  $0$  und  $+1$  annehmen kann, entsprechend einer negativen, verschwindenden oder positiven Raumkrümmung. Für die (heutige) materiedominierte Ära, in der man den Strahlungsterm vernachlässigen kann, sollen im Folgenden die drei Fälle diskutiert werden:

**1.) Bei  $K = 1$** , also einer positiven Raumkrümmung, ergeben sich ohne eine kosmologische Konstante die beiden Friedmann-Gleichungen

$$(r/c)^2 = R_S(M_0)/r - 1 \quad \text{und} \quad r_{tt} = -GM_0/r^2. \quad (20-11b)$$

Das führt *nur* bei positiver Masse  $M_0$  zu reellen Lösungen für die Fluchtgeschwindigkeit  $r_t$  und beschreibt dann die Vorgänge im Inneren eines Schwarzen Loches. Diese Welt kann sich nur bis  $r = R_S(M_0)$  ausdehnen und bricht dann wieder zusammen. Deshalb spricht man auch bei  $K=1$  von einem geschlossenen Universum bzw. Teiluniversum.  $r_{tt}$  ist immer negativ, eine beschleunigte Ausdehnung ist unmöglich. Strebt  $r$  gegen Null, dann wird  $r_t = \pm \infty$  ( $\infty$  steht für unendlich). Mit  $\Lambda \neq 0$  ergeben sich nur für bestimmte Wertebereiche  $\Lambda$  und  $r$  positive Beschleunigungen und reelle Lösungen für die Fluchtgeschwindigkeit.

**2.) Bei  $K = -1$** , also einer negativen Raumkrümmung, und  $\Lambda = 0$  erhält man die Gleichungen:

$$(r/c)^2 = R_S(M_0)/r + 1 \quad \text{und} \quad r_{tt} = -GM_0/r^2. \quad (20-11c)$$

Bei  $K = -1$  spricht man auch von einem offenen Universum. Bei positivem  $M_0$  und  $\Lambda=0$  gibt es keine beschleunigte Ausdehnung, die Fluchtgeschwindigkeit  $r_t$  ist für alle Radien  $r$  immer größer als die Lichtgeschwindigkeit (!) und bei  $M_0 = 0$  für alle Radien exakt gleich der Lichtgeschwindigkeit, was natürlich alles in keiner Weise den Beobachtungen entspricht.

Bei einer negativen Masse  $M_0$  und  $\Lambda=0$  bleiben die Geschwindigkeiten  $\leq c$  und die Beschleunigungen immer positiv. Mit  $\Lambda \neq 0$  ergeben sich reelle Lösungen und positive Beschleunigungen nur für bestimmte Wertekombinationen von  $|M_0|$  und  $\Lambda$ .

Aus den beiden bisher diskutierten Fällen erkennt man, dass vernünftige Lösungen sich nur ergeben, wenn bei positiver Raumkrümmung  $M_0$  positiv und bei negativer Raumkrümmung  $M_0$  negativ angenommen wird, und dass  $M_0 = 0$  in keinem der beiden Fälle Sinn macht. Es zeigt sich also, dass das Vorzeichen (+ bzw. -) der wägbaren Masse, also des Massenäquivalents der inneren Energien direkt mit dem Vorzeichen des Einstein'schen Krümmungsindex  $K$  korreliert, d.h. nur gleiche Vorzeichen zu sinnvollen Ergebnissen führen. Ferner macht in beiden Fällen (nach Ansicht des Autors) eine kosmologische Konstante nicht viel Sinn.

**3.) Bleibt noch der Fall  $K = 0$** , den wir wieder bei vernachlässigter Strahlungsenergie diskutieren wollen. Dafür gelten die beiden Friedmann-Gleichungen

$$(r/c)^2 = (\Lambda/3) \cdot (r/c)^2 + R_S(M_0)/r \quad \text{und} \quad r_{tt} = (\Lambda/3) \cdot r - GM_0/r^2. \quad (20-11d)$$

Bei  $K = 0$  spricht man auch von einer flachen Welt. Für  $\Lambda = 0$  lässt sich die linke Gleichung von (20-11d) auch als  $r_t^2 \cdot r - 2GM_0 = 0$  schreiben. Die Potentiale von kinetischer und potenti-

eller Energie,  $r_t^2/2$  und  $-GM_0/r$ , heben sich also gerade auf, und der Raum wird mit den darin verteilten Massen mit Fluchtgeschwindigkeit auseinandergetrieben. Die hier gemeinte „Flachheit“ äußert sich also darin, dass in einem solchen All (ohne  $\Lambda$ ) die Ausdehnung mit der Zeit asymptotisch zum Stillstand kommt und am Ende (für  $t \rightarrow \infty$ ) nur die Ruheenergie der unendlich dünn verteilten Massen übrigbleibt. Und wenn man von Energieerhaltung ausgeht, dann müsste schon vorher als einzige Energie nur diese Ruheenergie vorhanden gewesen sein.

Eine mathematische Analyse der Gleichungen (20-11d) zeigt: Bei  $\Lambda = 0$  erhält man die klassische Newton'sche Lösung und bei dieser gibt es *nur für positive Massen  $M_0$  reelle Lösungen für die Geschwindigkeit*. Bei negativen  $\Lambda$ -Werten gibt's auch nur abgebremste Ausdehnungen, was nicht den Beobachtungen entspricht. Bei *negativer Masse  $M_0$*  sind zwar auch positive Beschleunigungen möglich, solange  $\Lambda$  positiv ist und die Werte von  $r$ ,  $|M_0|$  und  $\Lambda$  so sind, dass die rechte Seite der Geschwindigkeitsgleichung nicht negativ wird (diese Wertekombinationen machen aber, wie auch in den Fällen  $K = \pm 1$ , nicht viel Sinn). Bei negativer Masse *und* negativem  $\Lambda$  gibt's auch nur imaginäre Lösungen für die Geschwindigkeit.

In einer flachen Welt bleibt offenbar nur der Fall einer positiven Konstante  $\Lambda$  und nicht negativer Masse  $M_0$  als sinnvolle Möglichkeit übrig. In der rechten Gleichung von (20-11d) überwiegt in diesem Fall bei kleinen Radien (bzw. Skalenfaktoren) noch der zweite, abbremsende Newton'sche Summand. Mit der Zeit kann aber der Radius so weit steigen, dass der erste Summand größer wird als der zweite, womit eine beschleunigte Ausdehnung einsetzt. Ob und wann das passiert, hängt von den Zahlenwerten von  $M_0$  und  $\Lambda$  ab. Wenn die Beschleunigung einmal einsetzt, mündet sie aber letztlich immer in eine exponentielle Ausdehnung der Form

$$r = r_0 \cdot \exp(\alpha \cdot t) \quad \text{mit} \quad \alpha = (\Lambda/3)^{1/2}. \quad (20-11e)$$

Danach müssten wir uns heute, offenbar in gutem Einklang mit den Beobachtungen, in der zweiten Phase befinden, in der sich das Weltall allmählich, bis hin zu einer exponentiellen Ausdehnung, weiter beschleunigt vergrößert. Aus diesem Grund wird das Konzept mit der (positiven) kosmologischen Konstanten in einer flachen Welt mit positiver Massenbilanz derzeit auch von fast allen Kosmologen vertreten, auch wenn keiner von ihnen eine Idee hat, was sich physikalisch hinter der Konstanten  $\Lambda$  verbergen könnte.

Die linke Gleichung von (20-11d) lässt sich übrigens mit der Hubble-Zahl  $H = \dot{r}/r$  in der Form  $H^2 = (\Lambda/3) + 2GM_0/r^3$  schreiben. Wie man sieht, ist  $H$  keine Konstante, sondern reduziert sich mit zeitlich wachsendem Weltallradius allmählich auf ihrem Minimalwert  $(\Lambda/3)^{1/2}$ .

**Fazit:** Mit der Einführung der für alle Zeit und überall konstanten Größe  $\Lambda$  lassen sich für alle Radien reelle Lösungen der Entwicklungsgleichungen finden, die auch die beobachtete beschleunigte Ausdehnung des Weltalls erklären, wenn der Krümmungsfaktor  $K = 0$ , die wägbar Masse  $M_0 \geq 0$  und eine positive kosmologische Konstante  $\Lambda$  angenommen werden.

Die linke Gleichung von (20-11d), die erste Friedmanngleichung für eine flache Welt in der materiedominierten Phase, lässt sich umschreiben in die Form:

$$\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1, \quad \text{mit} \quad \Omega_M = 2 \cdot GM_0 / (r \cdot r_t^2) \quad \text{und} \quad \Omega_\Lambda = (\Lambda/3) r^2 / r_t^2. \quad (20-11f)$$

Aus den Beobachtungen im Weltall glaubt man schließen zu können, dass derzeit  $\Omega_M \approx 0,315$  und  $\Omega_\Lambda \approx 0,685$  ist. Daraus ergibt sich, wenn man für  $M_0$  die gesamte wägbar Masse des Weltalls (oder einer kugelförmigen Blase) einsetzt, für den heutigen Radius der Blase die Beziehung  $r^3 = r_0^3 = 13,05 \cdot GM_0 / \Lambda$ . Daraus errechnet sich mit einem Schätzwert der heutigen Massendichte  $\rho_{M0}$  ein Wert der kosmologischen Konstante von  $\Lambda \approx 10^{-35} / s^2$  (Division durch  $c^2 \approx 10^{17} \text{ m}^2 / s^2$  liefert den in der Literatur meist zu findenden Wert von  $\approx 10^{-52}$  in  $1/\text{m}^2$ ).

Mit der Interpretation der Konstanten  $\Lambda$  als Energiedichte  $\rho_{E\Lambda} = \Lambda \cdot c^2 / (8\pi G)$  hat sich in der Blase bis heute eine gesamte dunkle Energie von  $E_\Lambda = (\Omega_\Lambda / \Omega_M) \cdot M_0 \cdot c^2$  angesammelt. Ihr Be-

trag ist damit heute schon größer als die Ruhenergie der wägbaren Massen und wächst ständig weiter, wie damit auch die Gesamtenergie des Alls. Von Energieerhaltung kann man also eigentlich nicht reden. Das Verhältnis von  $\Omega_\Lambda/\Omega_M = 2,175$  entspricht dem heutigen Verhältnis von dunkler zu normaler Energie im Weltall und damit auch dem Verhältnis ihrer Dichten.

Da uns die Natur der Vakuumenergie nicht bekannt ist, wie auch die der dunklen Materie (die mindestens 4/5 der wägbaren Materie ausmacht), beschränkt sich unser Wissen auf nur  $\approx 5\%$  von allem, was es im All gibt! Wichtig ist aber, dass sich auch unabhängig von der physikalischen Interpretation der Konstante  $\Lambda$  aus den Gleichungen (20-11f) und anderen bekannten Größen und Konstanten plausible Ergebnisse ergeben, die zu den Beobachtungen passen.

Mit der derzeitigen Hubblekonstante  $H_0 = (a_t/a)_0 = 67,15 \text{ (km/s)/Mpc}$  ( $1\text{Mpc} = 3,26 \cdot 10^6$  Lichtjahre) und den derzeitigen oben genannten Werten für  $\Omega_\Lambda$  und  $\Omega_M$  lässt sich auch das Alter unseres (flachen) Universums abschätzen. Ohne den kleinen Strahlungsanteil – er würde das Ergebnis kaum ändern – ergibt sich für das Weltalter das Integral (zu integrieren vom Urknall  $a = 0$  bis jetzt  $a = 1$ )

$$t_0 = (1/H_0) \cdot \int (\Omega_M/a + \Omega_\Lambda \cdot a^2)^{-1/2} \cdot da \approx 13,84 \cdot 10^9 \text{ Jahre.} \quad (2-11g)$$

Eine recht gute Näherung liefert bereits die „Hubblezeit“  $1/H_0 = 14,56 \cdot 10^9$  Jahre.

Ferner lässt sich für ein flaches Universum die erste Friedmanngleichung sogar geschlossen lösen. Dabei erhält man Formeln, mit denen man für jeden künftigen und vergangenen Zeitpunkt  $t$  die Größe des Skalenfaktors  $a(t)$  und der Hubble-Zahl  $H(t)$  - ohne den Strahlungsanteil - allein aus den drei heutigen Werten  $H_0$ ,  $\Omega_\Lambda$  und  $\Omega_M$  berechnen kann. Details siehe in [105].

## 20.4 Kritische Bemerkungen zur Standardkosmologie und ein kosmologisches Trilemma

1.) Die Interpretation der kosmologischen Konstante als Dichte einer dunklen Energie bedeutet ein homogenes Medium mit zeitlich konstanter positiver Energiedichte und konstantem negativem Druck, das bei Ausdehnung einer Blase im All proportional zur Volumenvergrößerung neue dunkle Energie mit diesem negativen Druck aus dem Nichts schafft. Offenbar ist das „Nichts“ nicht stabil, sondern neigt dazu, in eine positive Energiedichte und einen negativen Druck (der aber auch eine *negative Energiedichte* darstellt) zu zerfallen, so ähnlich wie bereits in der Inflationsphase. Der negative Druck trennt sich offenbar von der positiven Dichte und wirkt explizit gemäß der zweiten Friedmanngleichung auf die Beschleunigung der Ausdehnung. Er habe über die Dichte der dunklen Energie aber auch einen *indirekten* Einfluss in der ersten Friedmanngleichung – so jedenfalls die Sicht der Fachleute. Dennoch wächst gemäß dieser Gleichung die Gesamtenergie der betrachteten Blase permanent an. Erstaunlich, wo doch bei der Einführung der Druckterme von Energieerhaltung die Rede war. Nach Aussagen von Professor Weller ist in der Relativitätstheorie „Energieerhaltung“ aber etwas anders zu verstehen als im klassischen Sinne und die „verlorene“ Energie würde sich in der Ausdehnung des Alls wiederfinden. Das nachzuvollziehen, ist dem Autor bisher aber nicht gelungen.

Der negative Druck der Vakuumenergie wird bei ihrer Entstehung frei, man kann ihn also als Dichte ihrer Bindungsenergie auffassen. Dieser Druck kompensiert zwar (wegen  $P_\Lambda + \rho_{E\Lambda} = 0$ ) die Vakuumenergie wieder vollständig; das kommt aber in der ersten Friedmanngleichung nicht zum Ausdruck, weil in dieser Gleichung Bindungsenergien generell nicht erfasst sind.

Auch ist es bisher ein Rätsel, warum das Nichts gerade so zerfällt, dass sich für die kosmologische Konstante der Wert von  $\Lambda \approx 10^{-35}/\text{s}^2$  ergibt. Versuche einer quantenmechanischen Herleitung sind gescheitert: der berechnete Wert lag um den Faktor  $10^{122}$  (!) daneben [106].

2.) Da niemand weiß, was diese dunkle Energie sein könnte, die Friedmanngleichungen aber ihren Dienst tun auch unabhängig davon, wie man die kosmologische Konstante interpretiert,

sollte man vielleicht, auch um die unter 1.) genannten Probleme zu vermeiden, auf Interpretationen der Konstante ganz verzichten, oder gleich nach einer neuen Theorie suchen.

3.) Dann gibt es da das Theorem des Mathematikers Marcel BreLOT (1903-1987). Es besagt, dass es für die Newton'schen Feldgleichungen eindeutige Lösungen nur in Raumdomänen gibt, in denen die Gesamtmasse verschwindet (siehe z.B. [37]). Zur Ableitung der Entwicklungsgleichungen wird aber in der Kosmologie innerhalb der betrachteten Blasen eine positive Massendichte angenommen und die daraus abgeleiteten Lösungen *auch innerhalb* dieses Raumbereiches verwendet. Man weiß also nicht, ob die Lösungen in diesen Bereichen überhaupt gelten, bzw. ob es nicht noch andere Lösungen gibt. Es sei denn, die Gesamtmasse ist auch dort tatsächlich Null, was aber in der Standardkosmologie nicht angenommen wird.

4.) Nach „Occams Rasiermesser“ und auch Albert Einsteins Überzeugung sollte man der einfachsten möglichen Theorie zur Erklärung der Beobachtungen den Vorzug geben. Die Einführung der kosmologischen Konstante ist nun in der Tat sehr simpel. Einfacher, als eine einzige Zahl einzuführen, geht's nicht. Und diese Zahl erklärt ja nun auch etwas ohne sie Unerklärliches. Sie wirft aber wieder neue Fragen auf, wie eben die Frage nach ihrer physikalischen Interpretation. Theorien sind vielleicht manchmal doch **zu** einfach, wenn mit ihnen zwar bisher Unerklärliches erklärlich wird, aber wieder neue Unerklärlichkeiten aufkommen.

5.) Vielleicht sollte man, wie unter 2.) schon angedeutet, noch einmal nach einer ganz neuen Theorie suchen. Vielleicht kommt man mit einer anderen Grundgleichung als Gleichung (20-8) besser zurecht. Und wenn die These von der Entstehung der Welt aus dem Nichts und damit einer energetisch neutralen Welt zutrifft, sollten vielleicht auch die negativen Energieanteile im Weltall (wie Bindungsenergien) dabei in irgendeiner Form berücksichtigt werden.

6.) Ein anderer Ansatz wäre, nicht von einer homogenen, staubartigen Verteilung der wägbaren Massen als Anfangsbedingung auszugehen. Diesen Gedanken verfolgt z.B. der Kosmologe Thomas Buchert (dessen LMU-Vorlesung in [37] zitiert ist). Vielleicht ergeben sich da ja andere passende Entwicklungsgleichungen ohne eine kosmologische Konstante.

7.) Ferner könnte man sich den dreidimensionalen in einen höherdimensionalen Raum eingebettet denken. Darüber lassen sich Beschleunigungen als rein geometrische Effekte deuten. In [107] wird das beschrieben. Vielleicht könnte man so auch ohne dunkle Energie auskommen.

8.) Für den Autor klingt es (auch wenn dies angeblich aus Einsteins Gleichungen folgen sollte) wenig plausibel, dass der Krümmungsfaktor  $K$  nur die Werte  $-1, 0$  und  $+1$  annehmen kann.

9.) Zum Schluss noch ein weiteres Verständnisproblem: Durch die in der zweiten Friedmann-Gleichung auftauchenden Medium-spezifischen Drücke, ergibt es sich, dass – wenn Strahlungsenergie und/oder dunkle Energie eine Rolle spielen – in die Beschleunigungsgleichung  $g = -GM/r^2$  (a) eine andere effektive Gesamtmasse  $M$  eingeht als in die Geschwindigkeitsgleichung  $v^2/2 = GM/r$  (b). Das liegt daran, dass in (b) die Dichte  $\rho_M + \rho_S + \rho_\Lambda$  eingeht und in (a) die Dichte  $\rho_M + 2\rho_S - 2\rho_\Lambda$ . In einem nur mit dunkler Energie ausgefüllten Raum geht das so weit, dass in (b) die effektive Masse positiv ist ( $\rho_\Lambda \cdot V$ ) und in (a) negativ ( $-2\rho_\Lambda \cdot V$ ). Richtig wird das wohl sein, eine plausible Erklärung dafür hat der Autor aber noch nicht gefunden.

-----  
Wir wollen jetzt noch auf den am Anfang des Kapitels 20.3. angesprochenen Versuch eingehen, in der Feldgleichung auch die Gravitationsenergie explizit zu berücksichtigen. Dazu muss Gleichung (20-7) durch einen Term erweitert werden, der die negative Massendichte der Gravitationsfelder gemäß der Energiedichtegleichung (20-3a) erfasst – wie in Kapitel 20.1 schon berichtet, hatte Einstein im Jahre 1912 auch diese Sicht vertreten. Die Feldgleichung (20-7) geht dann über in

$$\nabla g = -4\pi G[\rho - g^2/(8\pi Gc^2)]. \quad (20-12)$$

Mit diesem Ansatz ergibt sich in der Integralform, die man aus (20-12) durch Anwendung des gaußschen Satzes erhält, im Vergleich zu Gleichung (20-1) noch ein zweiter Summand, der dem Integral von  $g^2$  über dem in der Hüllfläche eingeschlossenen Volumen proportional ist. Die zweite Friedmann-Gleichung geht mit (20-12) in eine quadratische Gleichung in  $r_{tt}$ , der zweiten Zeitableitung des Radius, über. Ihre beiden Lösungen lauten:

$$r_{tt} = (3c^2/r)[1 \pm (1 + R_S(M_0)/3r)^{1/2}]. \quad (20-12a)$$

(Strahlungsenergien sind hierbei nicht berücksichtigt). Eine Analyse des Ergebnisses zeigt:

**a.) Die negative Wurzel** führt für Radien  $r$ , die (was meist der Fall ist) deutlich größer sind als der Schwarzschildradius der Masse in der betrachteten Blase, in guter Näherung zur klassischen Lösung  $r_{tt} = -GM_0/r^2$ , die bei positiver Masse keine beschleunigten Ausdehnung des Weltalls bedeutet. Und für Radien  $r$ , die unterhalb des Schwarzschildradius liegen, tendiert die Lösung zu  $r_{tt} \sim -1/r^{3/2}$ , also auch zu *keiner* beschleunigten Fluchtbewegung.

**b.) Mit der positiven Wurzel** ergibt sich zwar (für  $M > 0$ ) eine nach außen gerichtete Beschleunigung; allerdings für *alle* Radien  $r$  und mit dem Radius stetig geringer werdendem Betrag, was offenbar so nicht von den Beobachtungen bestätigt wird.

Die Energiedichte der Gravitationsfelder nach (20-3a) explizit als Quelle der eigenen Felder einzusetzen, führt offenbar nicht zu überzeugenden Lösungen, Einstein hatte also vermutlich Recht, den Gedanken wieder fallen zu lassen. Die Feldenergie steckt ja, so die Meinung der Fachleute, bereits implizit in der Struktur der Gleichungen der Standardkosmologie – wie das auch immer zu verstehen ist. In 20.1 hatten wir das schon angesprochen. Vielleicht spielt die negative Feldenergie deshalb keine Rolle, weil sie, wie dort erläutert, durch die gravitative Bindungsenergie vollständig kompensiert wird. Vielleicht liegt es aber auch (zumindest in unsrem flachen Universum) daran, dass sich die Potentiale  $r^2/2$  und  $-GM_0/r$  gerade aufheben (siehe Seite 168) und deshalb als Energie nur noch die Ruhenergie  $mc^2$  übrigbleibt. Das ist aber auch nur eine Vermutung des Autors. -- Wie dem auch sei, wir müssen uns hier damit begnügen, dass die Gravitationsfelder selbst offenbar nicht als Gravitationsladung wirken.

-----  
Zurück zum Standardmodell und einer Zusammenfassung der Probleme in Form eines

### ***Kosmologischen Trilemmas.***

Die Ursache für die angesprochenen Probleme mit dem Standardmodell lassen sich zum Teil darauf zurückführen, dass es drei physikalische Aussagen gibt, von denen offenbar immer nur höchstens zwei richtig sein, aber nicht alle drei zutreffen können. Es handelt sich also um ein sogenanntes *Trilemma* (wie das im Vorwort zu diesem Buch angesprochene Bieri-Trilemma). Die drei offenbar nicht zu vereinbarenden Aussagen lauten:

- 1 Die Einstein'sche Formel  $E = mc^2$  zur Umrechnung von Masse in Energie gilt uneingeschränkt in beide Richtungen für alle Formen von Massen und Energien.
- 2 Die Gesamtenergie des Weltalls ist und war für alle Zeiten immer exakt Null.
- 3 In Weltall gelten die Entwicklungsgleichungen nach (20-11a) mit allen Konsequenzen.

Wenn Aussage 1 richtig ist, dann darf man die der kosmologischen Konstante zugeschriebene positive Massendichte auch in eine positive Energiedichte umrechnen. Wenn auch noch die Entwicklungsgleichungen richtig sind (Aussage 3), dann wird diese Vakuumenergie bzw. ihre Masse und damit die Gesamtenergie im Universum aber immer größer, was im Widerspruch zur Aussage 2 steht; denn von negativen, die positiven Energien evtl. kompensierenden Massen oder Bindungsenergien ist ja in der Standardkosmologie nicht die Rede. Wenn die Aussagen 1 und 2 zutreffen, dann darf zwar (wegen 1) jede Masse in Energie umgerechnet werden, die Summe aller Energien im Weltall muss aber dann (wegen 2) Null sein und kann nicht

beliebig große Beträge annehmen, was aber eine Konsequenz aus der Aussage 3 wäre. Und wenn die Aussagen 2 und 3 richtig sind, dann wäre das nur möglich, wenn man nicht alle Massendichten in Energiedichten umrechnen dürfte, auch nicht die der Konstante  $\Lambda$  zugeordnete Masse, die ja mit der Zeit permanent anwächst, und damit wäre Aussage 1 falsch. Mindestens eine der drei Aussagen muss also falsch sein. Im Gegensatz zum Bieri-Trilemma ist es hier aber nicht so einfach zu entscheiden welche:

a.) Dass Aussage 1 falsch ist, ist nicht sehr wahrscheinlich. Allerdings lässt die Tatsache, dass die Massenäquivalente z.B. der Bindungsenergien nicht wie andere Massen als Feldquelle wirken, also anders behandelt werden müssen als sonstige Massen, daran durchaus auch Zweifel aufkommen.

b.) Aussage 2 könnte (trotz der Aussagen namhafter Fachleute wie Guth und Hawking) falsch sein. Die mit Aussage 2 konsistente Theorie einer *Schöpfung aus dem Nichts*, klingt aber wiederum sehr plausibel. Und das Wort „Schöpfung“ macht ja auch am meisten Sinn, wenn sie tatsächlich aus dem Nichts erfolgt.

c.) Deshalb tendiert der Autor dazu, die uneingeschränkte Gültigkeit der Entwicklungsgleichungen der Standardkosmologie in Frage zu stellen.

### ***Zum Schluss noch ein paar Gedanken zum gravitativen Zusammenspiel positiver und negativer Energien bzw. Massen***

Wenn sich zwei Kugeln, eine (links) mit positiver Masse  $m$ , die andere (rechts) mit einer hypothetischen negativen Masse  $-m$  im Abstand  $R$  gegenüberstehen, dann würde nach der Newton'schen Kosmologie die linke Kugel die rechte zu sich hinbewegen und die rechte Kugel die linke von sich wegtreiben wollen. Damit sollte das ganze Gespann nach links wegdriften. Das klingt schon recht eigenartig und unrealistisch, und das ist es natürlich auch. Allein schon deshalb, weil sich aus der Gleichung  $(r_t)^2 = -2Gm/r$  für die Geschwindigkeit der linken Kugel im Feld der rechten gar keine (reelle) Geschwindigkeit  $r_t$  angeben lässt. Offenbar macht die Annahme kompakter Gebilde oder Körper mit negativer Masse keinen Sinn. Eine Situation, in der keine derartige Instabilität auftritt, ist gegeben, wenn eine Kugel mit positiver Masse von einem Fluidum verteilter negativer Energie bzw. Masse radialsymmetrisch umgeben ist. Die positive Zentralmasse würde mit ihrer anziehenden Wirkung die negative Energiewolke in ihrer Umgebung halten und zusammen mit einem möglichen Druck in der Wolke einen wohlgeformten radialen Verlauf der Energiedichte des Fluidums erzeugen. Eine solche Situation liegt im Prinzip auch bei einer Kugel mit positiver Masse vor, die ihr eigenes energetisch negatives Gravitationsfeld kugelsymmetrisch um sich bindet.

## **20.5 Verschwunden im Nichts, Spekulationen über ein Ende**

In Kapitel 20.2 hatten wir darüber nachgedacht, wie möglicherweise am Anfang aus dem Nichts unsere Welt entstanden sein könnte. Da wir über den Anfang recht wenig wirklich wissen, waren die Aussagen, besonders über die Inflationsphase, doch recht spekulativ. Wenn wir uns jetzt anschicken, darüber nachzudenken, wie unsere Welt einmal enden könnte, dann sind wir auch wieder weitgehend auf Vermutungen angewiesen.

Beginnen wir bei dem Zustand des Weltalls, wie wir ihn heute vorfinden. Dann können wir vermuten, dass trotz der beobachteten fortschreitenden beschleunigten Ausdehnung des Alls die Verklumpungen der positiven Massen immer weitergehen werden. Es werden sich immer mehr schwarze Löcher bilden, die immer mehr Materie aufsaugen und dabei immer schwerer werden, bis sich schließlich alle positiven Massen aus ihrer weiteren Umgebung (oder Blase) in diesen Gebilden wiederfinden. Die positiven Massen wären in den schwarzen Löchern vereinigt und die, diese kompensierenden negativen Massen, bestehend aus den Energien der

Gravitationsfelder und den anderen, die inneren positiven Energien kompensierenden, negativen Bindungsenergien würden den äußeren Raum um diese Gebilde in einer stabilen radial-symmetrischen Verteilung ausfüllen. So wie wir uns das am Ende des letzten Kapitels schon überlegt hatten. Es könnte zwar auch sein, dass sich diese Gebilde letztendlich sogar zu einem einzigen finalen schwarzen Loch vereinigen. In einer Welt, in der von einer kosmologischen Konstanten überlichtschnell auseinandergetrieben wird, wird es aber bei vielen für ewig voneinander getrennten schwarzen Löchern bleiben, die in ihrem Teil der Welt alle Massen in sich aufgesogen haben.

Dieser Zustand könnte nun in der Tat für ewig anhalten, wenn nicht auch die schwarzen Löcher nur eine endliche Lebensdauer hätten. Das vermutet jedenfalls der (inzwischen verstorbene) englische Physiker Stephen Hawking. Er hat ausgerechnet, dass diese Gebilde sich durch allmähliche Verdampfung nach etwa  $10^{100}$  (!!) Jahren in nichts aufgelöst haben müssten. Vahe Garadjan und Roger Penrose schließen nach [86] daraus, dass nach dem Verdampfen aller schwarzen Löcher der Raum irgendwann gleichmäßig mit (positiver) Energie aus den Schwarzen Löchern angefüllt ist, womit alle während der Schöpfung entstandenen Strukturen wieder verschwunden wären. Wir können uns diesen Zustand auch so vorstellen, dass dann die positiven und die negativen Energien wieder gleichmäßig verschmiert sind und sich damit auch lokal und überall zu Null kompensieren. Wir hätten es dann also wieder mit dem Zustand eines unstrukturierten Nichts zu tun, genau demselben Zustand, wie wir ihn ja auch am Anfang vor der Inflationsphase angenommen hatten. Die Welt wäre also aus dem Nichts entstanden und wieder im Nichts verschwunden.

Es liegt nun aber nahe, davon auszugehen, dass sich aus diesem Endzustand, der sich ja durch nichts vom Anfangszustand unterscheidet, dasselbe noch einmal entwickeln könnte wie beim ersten Mal, dass also durch eine Initialzündung ein zweites Weltall aus der Asche des ersten hervorgeht, indem erste Strukturen entstehen, die einen, in der Leere vielleicht gültigen, strikten Determinismus wieder brechen und den Weg frei machen würden für die Entwicklung einer neuen Weltära. Am Ende dieser zweiten Weltära würde sich aus der Asche derselben ein drittes Weltall entwickeln können und so fort ad infinitum. Es würden also zyklisch immer wieder neue Welten entstehen, wie sich das schon die Mayas in Ihren Schöpfungsmythen vorgestellt hatten. Man kann auch sagen, die Welt würde in diesen Zyklen immer wieder neu geboren, wie es auch im Titel von [86] als Frage formuliert ist. In diesem Artikel wird die Möglichkeit offen gelassen, dass in jeder der sich aneinander anschließenden Welten alles Geschehen immer in exakt der gleichen Weise ablaufen könnte, also auch immer wieder dieselben Lebewesen und schließlich dieselben Menschen entstünden, von denen jeder immer wieder exakt das gleiche täte. Das lässt vermuten, dass die Autoren von [86] und vermutlich auch Garadjan und Penrose (auf die sich die Autoren beziehen) sich noch nicht vollständig von dem Gedanken an eine deterministische Welt gelöst haben. Denn in unserer nichtdeterministischen Welt ist eine solche exakte Wiederholung der Geschehnisse sicher ausgeschlossen. Wir müssen vielmehr davon ausgehen, dass sich diese immer wiedergeborenen Welten sogar recht drastisch voneinander unterscheiden würden. Wegen dieser anzunehmenden Unterschiede der einzelnen Welten, wäre es dann auch nicht einmal sicher, dass alle auf die gleiche Weise endeten, wie das in [86] angenommen wird. Wir können also auch nicht einmal wissen, ob sich diese periodischen Zyklen wirklich ausbilden.

Außer diesen Spekulationen gibt es auch noch andere Vermutungen darüber, wie unsere Welt vielleicht einmal enden könnte. Wir wollen es hier aber bei den angesprochenen Hypothesen belassen, die nach Ansicht des Autors auch recht plausibel klingen, und uns im letzten Teil VI des Buches etwas ausführlicher mit dem Begriff der Freiheit auseinandersetzen, den wir in früheren Kapiteln, besonders in Teil III, schon öfter angesprochen hatten.

## **Teil VI: Vom Wesen der Freiheit, von Schuld und Unschuld**

### **21. Über die Begriffe Freiheit und Unfreiheit**

#### **21.1 Interpretationen und Sichtweisen der Freiheit**

So umfangreich die Literatur zum Thema Freiheit ist, so vielfältig sind die Interpretationen des Begriffes. So kann man unter Freiheit die Abwesenheit von Sklaverei und anderen externen oder auch internen (psychischen) Zwängen verstehen, man kann damit die Freiheit meinen, sich einer Sache oder einem Menschen widmen zu können, man kann unter dem Begriff die menschliche Handlungsfreiheit verstehen, und man kann auch die Freiheit des Willens, die Willkür oder auch die schöpferische Freiheit damit meinen. Und wenn Politiker von Freiheit reden, dann denken sie an einen unveräußerlichen Satz von Grundrechten der Bürger in einem demokratischen Staat. Max Schenkendorf bringt in seinem Studentenlied „Freiheit, die ich meine“ mit dem Satz „führst Deinen Reigen nur am Sternenzelt“ die Freiheit sogar mit himmlischen Sphären in Verbindung [89]. Alle Verständnisse von „praktischer“ Freiheit haben gemeinsam, dass es dabei immer um Lebens- oder Verhaltensalternativen geht, die sich anbieten oder herausbilden und zwischen denen man schließlich auswählen oder entscheiden kann oder muss. Freiheit, in welchem praktischen Verständnis auch immer, basiert also auf dem elementaren Begriff der Entscheidungs- oder Wahlfreiheit. Das Konzept der Entscheidungsfreiheit ist damit der Schlüssel zum Verständnis von Freiheit.

Was ist nun aber diese Entscheidungsfreiheit? In welchen Fällen kann man bei einer Entscheidung von Freiheit reden und wann nicht? Wir wollen hier einen Ansatz verwenden (wie schon in Kapitel 13), der dem gesunden Menschenverstand entspringt. Dieser legt nahe, eine Entscheidung nur dann als frei oder zumindest als teilweise frei zu bezeichnen, wenn sie nicht zwangsläufig genauso ausfallen musste, wie sie schließlich ausgefallen ist – mit anderen Worten, wenn sie prinzipiell a priori nicht sicher vorhersagbar war. Freiheit sollte daher gänzliche Zwangsläufigkeit ausschließen und als unfrei sollten nur gänzlich zwangsläufige Entscheidungen angesehen werden, die im Prinzip kausal sicher ableitbar waren und damit so vollständig begründet sind, dass es zu dem aktuellen Ergebnis der Entscheidung keine Alternativen gab. In Kapitel 13 hatten wir auch schon herausgearbeitet, dass sich die Entscheidungsfreiheit und damit alle praktische Freiheit auf der absoluten Spontaneität, oder der kantischen transzendenten Freiheit gründet, die wir in unserer realen Welt, verursacht durch den quantenmechanischen Zufall und stochastisch verstärkt durch instabile Systeme, auf allen Größenskalen tatsächlich vorfinden, und natürlich auch im menschlichen Gehirn. Wir hatten dort auch festgestellt, dass es in einer deterministischen Welt Freiheit nicht geben kann, und dass die oft behauptete Kompatibilität zwischen Freiheit und Determinismus nichts weiter ist als ein großer Irrtum.

Die Frage ist nun, wie wir herausfinden können, ob eine Entscheidung frei oder zwangsläufig war. Wir könnten uns damit begnügen, diese frei zu nennen, wenn sich die entscheidende Person dabei frei „gefühl“ hat, d.h. in dem Glauben war, ihre Handlungsalternative „aus freien Stücken“ festgelegt zu haben, was immer das bedeuten mag. Nun kann sich ein Mensch in einer Entscheidungssituation aber durchaus frei „fühlen“, auch wenn er tatsächlich unbewusst zwangsläufig handelt. Auch das Umgekehrte ist möglich, wenn auch seltener, dass nämlich die Person „tatsächlich“ frei entschieden hat, obwohl sie das Gefühl hatte, zwangsläufig zu handeln. Auf die gefühlte Freiheit können wir uns also nicht verlassen, weswegen wir sie im Folgenden auch nicht weiter betrachten werden. Wir wollen uns auf die soeben mit dem Attri-

but „tatsächlich“ versehene, objektive Freiheit konzentrieren und diese noch näher untersuchen.

Die „tatsächliche“, objektive Freiheit kann man in verschiedenen, Standort-abhängigen Sichtweisen formulieren. Denn das Urteil darüber, ob eine Entscheidung als „tatsächlich“ zwangsläufig oder frei bezeichnet werden kann, hängt auch vom Standort ab, von dem aus dieses Urteil gefällt wird. Zwei grundsätzlich verschiedene Standorte sind die Innensicht des Entscheidenden und die Sicht von außen. Wir müssen bei der tatsächlichen Freiheit also mindestens zwischen einer „Innenversion“ (der objektiven Innensicht) und einer „Außenversion“ (der objektiven Außensicht) unterscheiden, wobei man die Letztere auch als von außen „zugeschriebene Freiheit“ bezeichnen kann. Wir werden später sehen, dass diese beiden nicht identisch sein müssen. So kann etwa eine Entscheidung für die Person selbst zwangsläufig (d.h. aus der objektiven Innensicht unfrei) gewesen sein, nach außen aber erstaunlicherweise dennoch als freie Entscheidung erscheinen. Diese Relativität der Freiheit werden wir im nächsten Kapitel untersuchen.

Zusammengefasst können wir also zwischen drei Freiheitsbegriffen unterscheiden: der objektiven Außensicht, der objektiven Innensicht und der subjektiven Innensicht. Die ersten beiden sind die zwei Sichtweisen der oben mit „tatsächlich“ bezeichneten Freiheit. Die Letztere ist die gefühlte Freiheit, die wir im Folgenden aber nicht weiter betrachten werden.

Wenn man von Freiheit im Sinne von Entscheidungs- oder Wahlfreiheit redet, meint man üblicherweise ein menschliches Individuum, das diese Freiheit besitzt oder nicht besitzt. Ein menschliches Wesen ist aber zweifellos auch ein Teil der physikalischen Welt. Es liegt damit nahe, den Begriff der Freiheit auch auf beliebige andere, nicht-menschliche Teile der Welt auszuweiten. Einem nicht-menschlichen oder gar unbelebten Teil der Natur schreibt man aber üblicherweise nicht die Fähigkeiten des freien Handelns oder Entscheidens zu, sondern spricht in diesem Fall besser von Spontaneität, welche man jedem beliebigen Teil der Welt zuschreiben und unter Umständen an diesem auch beobachten kann. Wenn in einem nicht-menschlichen Teil der Natur etwas Spontanes passiert, dann wirkt sich das nach außen auch genauso aus wie eine aus einer freien Entscheidung eines bewussten Individuums abgeleitete Handlung. Die praktische Freiheit des Menschen, die ja auf der Entscheidungsfreiheit aufbaut, und Spontaneität sind zwar nicht dasselbe, sie sind aber in ihrer Wirkung nach außen identisch. Das bestätigt noch einmal, dass Entscheidungsfreiheit und damit alle praktische Freiheit des Menschen etwas mit Spontaneität zu tun haben.

So wie das Ereignis des Fällens einer Entscheidung durch ein Individuum nur dann als frei bezeichnet werden kann, wenn es aus der jeweiligen Sicht heraus (also von innen oder von außen) nicht gänzlich zwangsläufig war, wird man auch ein anderes Ereignis in einem beliebigen abgeschlossenen Teil der Welt nur dann als spontan bezeichnen, wenn es aus der jeweiligen Sicht heraus nicht sicher vorhersagbar war. Das Urteil, ob von dem jeweiligen Standort aus Vorhersagbarkeit gegeben ist oder nicht, kann man aus den Informationen ableiten, die dem Beurteiler an dem jeweiligen Standort prinzipiell zur Verfügung stehen können. Über die standortabhängig prinzipiell verfügbaren Kenntnisse können die Innensicht und die Außensicht der Freiheit wie folgt definiert werden:

### **1.) Die Innenversion der Freiheit (objektive Innensicht oder innere Freiheit):**

Ein Ereignis in einem abgeschlossenen Teil der Welt (bzw. die Entscheidung einer Person) war dann spontan bzw. frei aus der *Innensicht* oder hatte zumindest aus dieser Sicht eine spontane bzw. freie Komponente, wenn es selbst mit der bestmöglichen aus dem *Inneren* ge-

winnbaren Kenntnis über das Innere dieses Teils der Welt prinzipiell nicht sicher vorhergesagt werden konnte, wenn es also aus der Innensicht Alternativen gab.

## 2.) Die Außenversion der Freiheit (objektive Außensicht oder äußere Freiheit):

Ein Ereignis in einem abgeschlossenen Teil der Welt (bzw. die Entscheidung einer Person) war dann spontan bzw. frei aus der *Außensicht* oder hatte zumindest aus dieser Sicht eine spontane bzw. freie Komponente, wenn es selbst mit der bestmöglichen von *außen* gewinnbaren Kenntnis über das Innere dieses Teils der Welt prinzipiell nicht sicher vorhergesagt werden konnte, wenn es also aus der Außensicht Alternativen gab.

Bei diesen Definitionen wurde nur *ein Aspekt* der Handlungsfreiheit, nämlich die *Existenz von Alternativen* verwendet. Dieser reicht für die Untersuchung der Beziehungen zwischen innerer und äußerer Freiheit sowie zwischen Freiheit und Schuld, der wir uns in den nächsten beiden Kapiteln widmen wollen, aus. Zum Verständnis, was menschliche Freiheit wirklich ist, reicht dieser Aspekt allerdings noch nicht. Dazu muss man auch den Aspekt der Entstehung der Alternativen und den Auswahlprozess mit einbeziehen. In Kapitel 23 werden wir auf diese Aspekte zurückkommen, und versuchen, eine Antwort auf die alte Frage nach dem tieferen Wesen der Freiheit zu geben.

### 21.2 Über die Relativität der Freiheit, Beziehungen zwischen innerer und äußerer Freiheit

Bei der Untersuchung der Beziehungen zwischen Innenversion und Außenversion der (tatsächlichen) Freiheit geht es um die Frage, ob und inwieweit sich die beiden Urteile voneinander unterscheiden, die ein innerer und ein äußerer idealer Beobachter über die Zwangsläufigkeit einer Entscheidung (oder eines anderen Ereignisses im Inneren des betrachteten Teils der Welt) fällen können. Nach den Überlegungen in Kapitel 21.1 hängen diese Urteile von den Kenntnissen der Beobachter über diesen Teil der Welt ab. Im Falle einer völlig durchlässigen oder transparenten Grenze zwischen innen und außen wären die Informationen, die beide Beobachter über das Innere gewinnen könnten, identisch, womit dann auch die beiden Urteile gleich ausfallen müssten. Einen Unterschied zwischen den beiden Freiheitsversionen gäbe es dann nicht. Diese vollständige Transparenz braucht aber nicht gegeben zu sein, vielmehr kann die Grenze zumindest für bestimmte Parameter undurchlässig sein, sodass dann ein äußerer Beobachter bezüglich dieser Parameter nichts über das Innere erfahren kann. Ein schönes Beispiel ist *Schrödingers Katze* (siehe auch Kapitel 15.7), die sich in einem Kasten zusammen mit einem radioaktiven Atom und einem Mechanismus befindet, der sie tötet, wenn das Atom zerfällt. Dabei wird angenommen, dass der Kasten zumindest bezüglich des Lebenszustandes der Katze nach außen undurchlässig ist. Wenn nun das Atom zufällig zu einem unvorhersehbaren Zeitpunkt zerfällt und die Katze tötet, kann dies nur ein innerer Beobachter wahrnehmen. Dem äußeren Beobachter bleibt dieses Ereignis verschlossen und er kann lediglich eine Wahrscheinlichkeit dafür angeben, dass die Katze zu diesem Zeitpunkt bereits gestorben ist. Grundsätzlich gilt damit, dass selbst die von einem idealen äußeren Beobachter gewinnbaren Kenntnisse über das Innere höchstens denen entsprechen können, die ein idealer innerer Beobachter prinzipiell gewinnen kann. Im Allgemeinen sind die Ersteren aber nur eine echte Teilmenge der Letzteren. Damit gilt: a.) Ein äußerer Beobachter kann über das Innere eines Teils der Welt nie mehr wissen als ein innerer Beobachter; und b.) Vollständige Kenntnis über die Ereignisse und Zustände im Inneren kann – bis auf den unwahrscheinlichen Fall einer völlig transparenten Grenze – nur ein innerer Beobachter haben. (Anmerkung: In der Praxis muss das allerdings nicht unbedingt zutreffen, weil man nicht immer von idealen Beobachtern ausgehen kann).

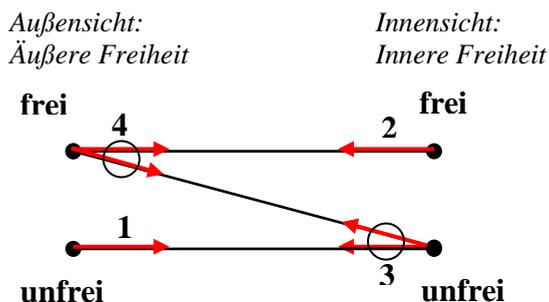
Nach diesen Vorüberlegungen können wir nun die oben gestellte Frage nach dem Verhältnis zwischen den beiden Freiheitsbegriffen angehen. Im Grunde geht es um zwei Fragen: Erstens, ob es sein kann, dass ein Ereignis (bzw. eine Entscheidung) aus der Innensicht spontan (bzw. frei), aus der Außensicht aber zwangsläufig (bzw. unfrei) erscheint, und zweitens, ob innere Unfreiheit sich nach außen auch als Freiheit darstellen kann.

Zunächst zur ersten Frage. Wie oben ausgeführt, basiert die Innensicht (bei idealen Beobachtern) immer auf einer umfassenderen Kenntnis des Inneren als die Außensicht. Und wenn es selbst aus dieser umfassenderen Kenntnis keine zwingenden Gründe für die getroffene Entscheidung (oder das beobachtete Ereignis) gibt, dann schon gar nicht aus den im Allgemeinen weniger umfassenden äußeren Kenntnissen. Innere Freiheit kann also bei exakter Recherche von außen nicht als Zwangsläufigkeit, d.h. als (vollständige) Unfreiheit erscheinen. Wenn, umgekehrt, eine Entscheidung von außen unfrei erscheint, dann reichen ja schon die äußeren Kenntnisse aus, Zwangsläufigkeit zu belegen. Und da der (ideale) innere Beobachter bei korrekter Recherche diese Informationen ebenso besitzt, muss auch er zu demselben Schluss kommen. Das heißt, dass man aus von außen erkannter Unfreiheit auch auf innere Unfreiheit schließen kann.

Nun zur zweiten Frage: Innere Unfreiheit heißt, dass aus den im Inneren verfügbaren Kenntnissen die Zwangsläufigkeit einer Entscheidung (oder eines Ereignisses) offenkundig ist. Das heißt aber *nicht*, dass man mit den im Allgemeinen ja weniger umfangreichen Kenntnissen der Außenwelt in jedem Fall ebenso diese Zwangsläufigkeit aufzeigen kann. Es könnte sein, dass dazu nötige Informationen in der Außenwelt nicht vorliegen und deshalb der äußere Beobachter das Ereignis als spontan oder die getroffene Entscheidung als frei einstufen muss. So können z.B. spontane Ereignisse im Gehirn einer Person ihr Verhalten zwangsläufig werden lassen, ohne dass diese Zwangsläufigkeit von außen erkennbar wäre. Das bedeutet, dass von außen erkannte Freiheit dennoch innere Unfreiheit sein kann aber nicht muss, und umgekehrt, dass innere Unfreiheit sich nach außen auch als Freiheit kaschieren kann.

**Zusammengefasst gilt bei idealen Beobachtern:**

- 1.) Aus von außen erkannter Unfreiheit kann man auch auf innere Unfreiheit schließen.
- 2.) Innere Freiheit erscheint auch in der Außensicht als Freiheit.
- 3.) Innere Unfreiheit kann sich außen als Freiheit oder Unfreiheit darstellen.
- 4.) Von außen erkannte Freiheit kann innere Freiheit oder Unfreiheit bedeuten.



**Abbildung 21.-1:** Die Beziehungen zwischen innerer und äußerer Freiheit

In Abbildung 21.-1 sind diese Aussagen graphisch dargestellt. Die Ziffern entsprechen den oben mit 1 bis 4 gekennzeichneten Fällen. Die Pfeile an den Linien sollen die Schlussrichtung im Sinne einer *wenn-dann-Aussage* andeuten. Bemerkenswert an diesen Ergebnissen ist, dass

sich erstens aus der Außensicht heraus, selbst bei bestmöglichen Kenntnissen über das Innere, nur sicher auf innere Unfreiheit schließen lässt (Nummer 1 in Abbildung 21.-1), nicht aber auf innere Freiheit, und zweitens, dass sich zwar innere Freiheit im Prinzip auch außen sicher erkennen lässt (Nummer 2 in Abbildung 21.-1), nicht aber innere Unfreiheit. Nur bei einer vollständig transparenten Grenze zwischen innen und außen kann man in jedem Fall in beide Richtungen eindeutige Schlüsse ziehen. Wenn die Beobachter nicht ideal sind, dann gelten diese Zusammenhänge nicht exakt, sondern nur näherungsweise.

Die Ergebnisse zeigen, dass der objektive Freiheitsbegriff eine Größe ist, deren „Werte“ frei und unfrei vom Standort des Beobachters abhängen. Wie viele andere Größen in unserer Welt, unterliegt damit auch die Freiheit einem Relativitätsprinzip.

## **22. Über die Begriffe Schuld und Unschuld**

### **22.1 Die Beziehungen zwischen Schuld und Freiheit**

Die Frage nach Schuld kommt immer dann auf, wenn ein Mensch etwas getan, veranlasst oder unterlassen hat, das einer gesetzlichen oder moralischen Norm widerspricht, die in seinem gesellschaftlichen Umfeld gesetzt ist. Wenn die Tat selbst feststeht, *und nur diesen Fall wollen wir hier betrachten*, muss man danach fragen, ob die Person für die Tat verantwortlich gemacht werden kann. Und nur wenn dies der Fall ist, kann man von Schuld an der Tat (d.h. von *Tatschuld*) sprechen. Verantwortung für eine Tat trägt eine Person aber nur dann, wenn sie aus ihrer Innensicht heraus im Prinzip auch hätte anders handeln können, es also Alternativen zu ihrem Handeln gab. Die Existenz von Alternativen aus der inneren Sicht, d.h. aus der Position einer handelnden Person gesehen, ist aber eine Voraussetzung für innere Freiheit und deren Nichtexistenz ein Kennzeichen für innere Unfreiheit. Wir können also, zumindest für den Zweck dieser Überlegungen, *persönliche Schuld mit innerer Freiheit* und *persönliche Unschuld mit innerer Unfreiheit* gleichsetzen. Gleiches gilt für die Außensicht. So dürfen wir auch eine von außen erkannte oder der Person „zuschriebene“ Schuld bzw. Unschuld (für den Zweck dieser Überlegungen) mit den Begriffen der äußeren Freiheit bzw. Unfreiheit gleichsetzen. Die Begriffe der inneren und der äußeren Freiheit bzw. Unfreiheit lassen sich also in die Begriffe von „persönlicher“ Schuld bzw. Unschuld (als Innensicht) und „zugewiesener“ Schuld bzw. Unschuld (als Außensicht) transformieren.

Zwei Folgen aus diesen Überlegungen sollen besonders hervorgehoben werden. Erstens ist die (auch allgemein anerkannte) Tatsache bemerkenswert, dass man Schuld und Unschuld ohne den Begriff der Freiheit nicht definieren kann. Denn in einer Welt ohne Freiheit gäbe es in der Tat keine Schuld. Niemand und nichts trüge an irgendetwas eine Schuld. Weil aber Freiheit (siehe Kapitel 13) nur in einer nichtdeterministischen Welt möglich ist, folgt daraus als zweite bemerkenswerte und überaus erstaunliche Tatsache, dass Schuld und Unschuld auch *nur deshalb* definiert und voneinander unterschieden werden können, weil es in dieser Welt den Zufall als ontische Größe gibt.

Wenn wir Menschen, wie manche Neurophysiologen wie Singer und Roth behaupten, tatsächlich keine Freiheit besäßen, dann bliebe uns im Rechtswesen nichts anderes übrig, als unser Schuldstrafrecht aufzugeben. Wie der Autor von Professor Martin Heisenberg erfuhr, hat am 27.6.2012 in einem Vortrag an der Universität Würzburg mit dem Thema *Schuld ohne Willensfreiheit?* die Rechtsphilosophin Frau Prof. Dr. Tatjana Hörnle von der Humboldt-Universität Berlin tatsächlich vorgeschlagen, in der Rechtsprechung nicht mehr nach Schuld zu suchen, sondern sich mit der *Unrechtsfeststellung* zu begnügen. Danach würde allein die unrechte (also nicht gesetzeskonforme) Tat für eine Bestrafung ausreichen, was einer Wiedereinführung des mittelalterlichen reinen Tatstrafrechts gleichkäme. *Die unseligen Behauptun-*

gen der Neurophysiologen sind also nicht nur falsch, sondern sie würden, wenn man sie ernst nähme, sogar unsere Jurisprudenz um viele Jahrhunderte bis tief ins Mittelalter zurückfallen lassen.

Wegen der Äquivalenz zwischen Freiheit und Schuld kann man nun auch Beziehungen zwischen Innensicht und Außensicht der Schuld, d.h. zwischen persönlicher und zugewiesener Schuld, angeben. Diese werden im nächsten Abschnitt vorgestellt und diskutiert.

## 22.2 Über die Relativität der Schuld, Beziehungen zwischen persönlicher und zugewiesener Schuld

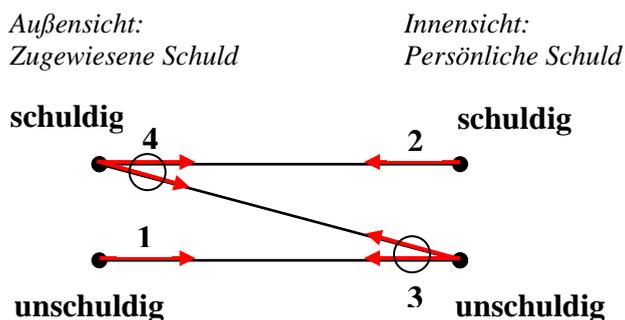
Wegen der oben aufgezeigten Äquivalenz der Begriffe Freiheit und Schuld sowie Unfreiheit und Unschuld, können die Beziehungen zwischen persönlicher und zugewiesener Schuld direkt aus denen zwischen innerer und äußerer Freiheit abgelesen werden. Die den vier Sätzen aus Kapitel 21.2 entsprechenden Aussagen lauten:

- 1.) Aus von außen erkannter Unschuld kann man auch auf persönliche Unschuld schließen.
- 2.) Persönliche Schuld erscheint auch in der Außensicht als Schuld.
- 3.) Persönliche Unschuld kann sich nach außen als Schuld oder Unschuld darstellen.
- 4.) Von außen erkannte Schuld kann persönliche Schuld oder Unschuld bedeuten.

Diese Aussagen setzen voraus, dass die Tat von der betreffenden Person zweifelsfrei auch begangen und dass optimal recherchiert wurde. Außerdem gelten sie auch nur, wenn die Voraussetzung aus Kapitel 21.2 auch wirklich zutrifft, dass mindestens all das, was aus der Außensicht über die betreffende Person erkennbar ist, auch der Person selbst bewusst ist. Da diese Voraussetzungen nicht immer sicher erfüllt sind, gelten die vier Aussagen in der Praxis nicht streng, sondern nur näherungsweise. In Abbildung 22.-1 sind die Zusammenhänge 1 bis 4 graphisch dargestellt. Die Pfeile an den Linien sollen wieder die Schlussrichtung im Sinne einer *wenn-dann-Aussage* andeuten.

In einem Gerichtsprozess heißt das für den Angeklagten, dass er seine Schuld (so er wirklich schuldig ist, d.h. tatsächlich Alternativen zu der Tat hatte) bei exakter Recherche wohl kaum verbergen kann, aber nicht sicher sein kann, dass seine Unschuld (so er denn wirklich unschuldig ist, also keine wirklichen Alternativen zu der Tat hatte) auch erkannt wird.

**Fazit:** Persönliche Schuld ist zwar im Prinzip beweisbar, persönliche Unschuld dagegen nicht. Oder anders herum: Bei vom Gericht erkannter Unschuld kann man auch recht sicher von der persönlichen Unschuld des Klienten ausgehen, bei erkannter Schuld dagegen kann man aber nicht sicher auch von seiner persönlichen Schuld ausgehen.



**Abbildung 22.-1:** Die Beziehungen zwischen persönlicher und zugewiesener Schuld

Am Ende des letzten Kapitels hatten wir festgestellt, dass das Konzept der Freiheit einem Relativitätsprinzip unterliegt. Analog unterliegt dann, wie man aus Abbildung 22.-1 sieht, auch das Schuldkonzept einem Relativitätsprinzip; wir können also außer von der Relativität der Freiheit, auch von der *Relativität der Schuld* sprechen.

### **Konsequenzen**

Für das Gericht ergibt sich aus den obigen Überlegungen zunächst der positive Schluss, dass es, korrekte Recherche vorausgesetzt, bei erkannter Unschuld im Allgemeinen recht sicher sein kann, dass der Angeklagte auch tatsächlich unschuldig ist. Auf der anderen Seite gerät das Gericht in beiden Fällen, der extern erkannten Schuld, wie auch der extern erkannten Unschuld in schwer lösbare Dilemmata.

Das erste Dilemma besteht darin, dass man bei erkannter Schuld nicht sicher von der tatsächlichen persönlichen Schuld des Angeklagten ausgehen kann, dieser aber, nach dem bei uns geltenden Schuldfreirecht, eigentlich nur verurteilt werden sollte, wenn seine persönliche Schuld einwandfrei feststeht. Das ist aber offenbar nicht durchgängig möglich, denn so sicher sich die Außenwelt über die Schuld des Angeklagten auch sein mag, der Angeklagte kann dennoch unschuldig sein in dem Sinne, dass es für ihn in der Tatsituation *doch* keine Alternative zu der Tat gab. So kann z.B. ein wegen Körperverletzung Angeklagter sehr wohl aus subjektiv empfundener Notwehr gehandelt haben, auch wenn das Gericht diese Notwehrsituation nicht nachvollziehen kann. Diese prinzipielle Unsymmetrie ist für den Angeklagten ein Nachteil, der allerdings etwas kompensiert wird durch die Verfahrenspraxis, im Zweifelsfall zu Gunsten des Angeklagten zu entscheiden.

Ein zweites Dilemma, das allerdings nicht direkt aus dem Diagramm in Abbildung 22.-1 hervorgeht, tut sich für das Gericht bei erkannter (und damit nach Bild 22.-1 auch erwiesener) persönlicher Unschuld des Angeklagten auf, wenn nämlich die vom Gericht erkannten Zwänge, die dem Täter keine Alternative zu seiner Tat ließen, in der Gesellschaft, die das Gericht vertritt, nicht als ausreichender Hinderungsgrund für einen Schuldzuspruch oder für eine Ahndung gewürdigt oder akzeptiert werden können. Das trifft oft bei Tätern zu, die etwa aus psychischen Gründen, wegen menschlicher Unreife, Schwäche oder Unzurechnungsfähigkeit zwanghaft gehandelt haben, oder bei solchen, die aus anderen Kulturen stammen und aus ihrer heimatkulturellen Gedankenwelt heraus keine Alternative zu der Tat sehen konnten. In diesem Fall müssen die Gerichte trotz erwiesener persönlicher Unschuld einen Täter etwa aus Gründen des Schutzes der Gesellschaft und ihrer Ordnung, zum Zwecke der Heilung / Besserung oder einfach aus Gründen der Gleichbehandlung vor dem Gesetz in irgendeiner Weise ahndend behandeln. Hier in jedem Einzelfall die richtige Maßnahme zu finden, ist sicher eine der schwersten Aufgaben der Gerichte. Dabei kann auch gelegentlich reines Tatstrafrecht zur Anwendung kommen (wie es im Mittelalter lange Zeit angewandt wurde), wenn das Gesetz in dem betreffenden Fall eine nicht über den Schuldbegriff konditionierte Interpretation der Form „wer A tut, wird mit B bestraft“ zulässt.

Bei Regelverstößen in sportlichen Wettkämpfen kommt auch meist eine Kombination aus Schuld- und Tatstrafrecht zur Anwendung. Wenn etwa beim Fußball jemand einem Gegenspieler ohne Ballkontakt auf den Fuß steigt, dann wird dies als Foul gewertet und der Täter evtl. sogar mit einer gelben Karte bestraft, auch unabhängig davon, ob er diesen Kontakt hätte verhindern können oder nicht.

Weitergehende Diskussionen zu diesem Thema muss der Autor den Rechtswissenschaftlern überlassen, da seine eigene Kompetenz dazu nicht ausreicht.

## 23. Über das Wesen der Freiheit in unserer Welt

Nachdem wir herausgefunden haben, dass die Konzepte von Freiheit und Schuld relative Größen sind, wollen wir uns am Ende dieses Buches noch ein paar Gedanken darüber machen, was das tiefere Wesen dessen ist, was wir praktische Freiheit nennen. Wir werden dabei aufzeigen, aus welchen Konstituenten sich Freiheit zusammensetzt und wie das Konzept der Freiheit mit den in Kapitel 19.2 beschriebenen Schöpfungsprinzipien zusammenhängt.

Da Freiheit immer nur dann zum Tragen kommt, wenn es um Entscheidungen geht, wollen wir uns zunächst den Entscheidungsprozess noch etwas genauer ansehen.

### 23.1 Über die Struktur des Entscheidungsprozesses

Für eine Entscheidung braucht man als Erstes einen Satz von Alternativen und als Zweites einen Mechanismus, der aus den vorliegenden Alternativen eine auswählt. Diesen zweistufigen Prozess hatten wir schon bei der Messung einer physikalischen Eigenschaft kennen gelernt, weswegen wir den physikalischen Messprozess hier nochmals rekapitulieren wollen.

Bei einem physikalischen Messprozess sind die Alternativen, d.h. das Spektrum der möglichen Eigenschaftswerte mit ihren Wahrscheinlichkeiten, in der zu dem Messzeitpunkt gültigen Wellenfunktion gegeben. Diese lässt sich aus dem, bei einer früheren Messung derselben Eigenschaft an demselben Objekt geschaffenen Faktum über den Formalismus der Quantenmechanik (etwa mit der Klein-Gordon-Gleichung) exakt berechnen; allerdings nur, wenn zwischen der damaligen und der jetzt geplanten Messung das Objekt sich selbst überlassen, d.h. die betrachtete Eigenschaft zwischenzeitlich nicht abermals beobachtet oder vermessen und damit erneut festgelegt wurde. Bei dem Messprozess selbst wird mit Hilfe des Zufalls eine der in der Wellenfunktion gegebenen Möglichkeiten ausgewählt und zum neuen Faktum gemacht, welches dann wiederum als Anfangsbedingung für die weitere Entwicklung der Wellenfunktion bis zur nächsten Vermessung oder Wechselwirkung dient. Das bedeutet, dass die Entwicklung des Spektrums der möglichen Eigenschaftswerte zwar schrittweise determiniert ist, aber über die Zeit wegen der immer wieder stattfindenden zufallsgesteuerten Auswahlprozesse letztlich doch nicht vorhersagbar ist. Außerdem verändert sich die jeweils gültige und in die Berechnung der Wellenfunktion ebenso eingehende Umwelt in ähnlicher, nur schrittweise determinierter Weise. Das bei einer Wechselwirkung zur Auswahl anstehende Spektrum von Möglichkeiten ist damit ein Produkt aus dem Wechselspiel von Zufall und Notwendigkeit. Und das führt dazu, dass bei jeder Wechselwirkung in aller Regel mehrere (oder viele) alternative Eigenschaftswerte zur Verfügung stehen. Wenn allerdings Menschen einen Messvorgang bewusst vorbereiten und steuern, werden sie durch die Versuchbedingungen für ein auf das Versuchsziel ausgerichtetes, eingegrenztes Alternativenspektrum sorgen und damit den nichtdeterministischen Charakter der Menge der möglichen Versuchsergebnisse eingrenzen, ganz beseitigen lässt sich der Zufallscharakter aber nur selten. Eine physikalische Messung ist deshalb in doppeltem Sinne vom Zufall beeinflusst. Zum einen ist das bei einem Messvorgang gültige Spektrum der Alternativen ein Produkt aus Kausalität und Zufall, und zum anderen ist der Vorgang des Auswählens aus den Alternativen zufallsgesteuert. In seltenen Fällen kann es aber auch vorkommen, dass sich die Vergangenheit in deterministischer Weise auf das Alternativenspektrum auswirkt. Wenn sie das aber in strikter Weise tut, dann kann es nur noch *ein* Ergebnis dieses Wirkprozesses geben, und das bedeutet, dass sich das Alternativenspektrum auf eine einzige Möglichkeit verengt.

Fassen wir zusammen: Die Absolute Spontaneität oder die kantsche transzendente Freiheit kommen auf beiden Stufen eines physikalischen Messprozess zur Geltung: bei der Ausbildung des Spektrums der Angebote *und* bei der Auswahl eines der Angebote aus diesem Spek-

trum, das bei der Messung letztlich zum Faktum wird. In besonderen Fällen kann die Vergangenheit auch gelegentlich in kausaler Weise den Moment der Messung beeinflussen, wodurch sich das Angebotsspektrum auf eine einzige Alternative reduziert.

Wie sieht das nun bei einer menschlichen Entscheidung aus? Die sich einem Menschen bei einer Entscheidung anbietenden Alternativen haben sich meistens auch in der langen Geschichte des betreffenden Individuums und der Geschichte unserer Welt als Produkte aus Zufall und Notwendigkeit herausgebildet. Aus diesen Alternativen könnte nun der Mensch bei einer anstehenden Entscheidung ebenso zufällig eine auswählen, wie es die Natur bei einer physikalischen Wechselwirkung tut, er könnte z.B. einfach würfeln. Gelegentlich tut er das auch, er wird aber meist versuchen, kausal begründet aus den vorhandenen Alternativen auszuwählen oder zumindest das Spektrum der Alternativen einzugrenzen, um dann aus den verbleibenden Alternativen intuitiv eine auszuwählen.

Eine menschliche Entscheidung ist damit, ähnlich wie ein physikalischer Messvorgang, ein zweistufiger Prozess. Die erste Stufe besteht aus der Herausbildung eines Spektrums von Entscheidungsalternativen, das, wie beim physikalischen Messprozess, sich aus dem Wechselspiel von Zufall und Notwendigkeit ergeben hat. Auf der zweiten Stufe, der Stufe des Auswählens, regiert, im Unterschied zum physikalischen Messprozess, stärker die Kausalität, in geringerem Umfang wirkt aber auch hier der Zufall. Wie bei den Messprozessen gibt es auch bei den Entscheidungsprozessen Sonderfälle, bei denen in kausaler Weise (d.h. deterministisch) die Vergangenheit den Moment der Entscheidung beeinflusst, was dazu führt, dass zur Auswahl nur noch eine einzige Alternative zur Verfügung steht. Ein solcher Fall ist z.B. gegeben, wenn einem Verdurstenden Wasser angeboten wird. Formal hätte er zwar die Möglichkeit, das Angebot abzulehnen und zu verdursten, wird das aber mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit nicht tun. De facto steht ihm damit nur eine Alternative zur Verfügung.

## **23.2 Von der Freiheit und den Schöpfungsprinzipien**

Die Überlegungen des vorigen Kapitels zeigen, dass sich die praktische Freiheit des Menschen mit Hilfe der beiden Prinzipien der absoluten Spontaneität bzw. des Zufall einerseits und der naturgesetzlichen Notwendigkeit andererseits erklären lässt. Ferner wissen wir aus Kapitel 21.1, dass eine Entscheidung nur dann eine freie Komponente hat, wenn sie aus der jeweiligen Sicht (der Innen- oder Außensicht) nicht zwangsläufig so ausfallen musste, wie sie ausgefallen ist. Und da sich Entscheidungen in die beiden Stufen „Herausbildung von Alternativen“ und „Auswahl daraus“ zerlegen lassen, war eine Entscheidung nur dann frei, wenn auf mindestens einer der beiden Stufen aus der jeweiligen Sicht nicht nur Zwangsläufigkeit herrschte, sondern für den Entscheidenden Alternativen vorlagen, zwischen denen er zumindest teilweise spontan auswählen könnte, wenn also auch die Spontaneität, d.h. der absolute Zufall, mitgewirkt hat.

Nun hatten wir gesehen, dass das Fehlen von Spontaneität auf der ersten Stufe dazu führt, dass sich nur eine einzige Handlungsalternative ausbildet. In diesem Fall ist es natürlich unerheblich, wie die zweite Stufe der Auswahl vonstattengeht, denn es gibt ja eh nichts auszuwählen. Wenn es für die Auswahl a priori mehrere Handlungsalternativen gibt, dann können Individuen wie Menschen und Tiere entweder direkt daraus spontan (also zufällig) auswählen, oder zunächst das Spektrum der Möglichkeiten durch rationale Überlegungen einengen, bevor sie aus dem so verengten Spektrum dann eine Alternative spontan auswählen. Sie können aber auch absichtlich die Zufälligkeit fördern und das Spektrum der Handlungsalternativen erweitern. So kann sich der Mensch etwa durch Würfeln (oder andere Hilfsmittel des Zufalls) weitere momentane und künftige Handlungsalternativen erschließen. In Tiergehirnen vermutet

man, dass durch Herunterfahren von Schwellwerten und instabile Systeme (also auf dem Wege der stochastischen Verstärkung, siehe Kapitel 18) zu diesem Zweck zufällige neue Verhaltensweisen ausgelöst werden (siehe z.B. [39] und [47]).

Wir erkennen damit, dass auf beiden Stufen, der Herausbildung von Alternativen und der Auswahl daraus, die Prinzipien von Spontaneität und Rationalität zum Einsatz kommen, und das im Allgemeinen in einem mehrfachen Wechselspiel. Eine freie Entscheidung basiert entweder auf reiner Spontaneität, wenn nämlich aus zufällig vorhandenen Alternativen rein zufällig gewählt wird, oder, in allen anderen Fällen, auf dem Wechselspiel zwischen Zufall und kausal-rationaler Auswahl, also von Spontaneität und Rationalität. Die beiden Prinzipien lassen einerseits im Wechselspiel die Alternativen werden, und erlauben dem Individuum andererseits auch, das Alternativenspektrum einzugrenzen und eine Alternative daraus auszuwählen. Dieses mehrfache Wechselspiel von Zufall und Rationalität kann man sehr schön bei der schöpferischen Tätigkeit eines Menschen beobachten. In Kapitel 19.2. hatten wir diesen Vorgang bereits erwähnt, wollen ihn hier aber etwas ausführlicher wiedergeben (siehe auch [25], Kapitel 8.2.1).

Wenn ein Mensch in einem Sachgebiet schöpferisch denkt, dann kann man sich das so vorstellen, dass er mit seinem Bewusstsein als Scheinwerfer diejenigen spontan und zufällig entstehenden Verknüpfungen von Gedächtnisinhalten in seinem Gehirn besonders aufmerksam verfolgt, die zu diesem Sachgebiet passen. So wird das Bewusstsein eines Malers besonders darauf achten, welche Verknüpfungen von Formen und Farben ihm seine Fantasie vorspielt. Was ihm dabei erscheint, wird er mit seinem fachlich rationalen, ästhetischen Verstand beurteilen, daraus etwas als erste Grobvorstellung auswählen und diese dann vorerst ruhen lassen. Seine Fantasie wird dann spontan Variationen an dieser Grundvorstellung vornehmen und diese wieder dem Bewusstsein zur Beurteilung und Auswahl anbieten. Dieser Prozess wiederholt sich mehrfach, wobei sich Schritt für Schritt die Vorstellung verfeinert, bis sich allmählich das Konzept eines neuen Gemäldes soweit herauskristallisiert hat, dass der Maler dieses als Entwurf aufs Papier bringt. Wenn der Künstler dieser Entwurf noch nicht befriedigt, wird er sich diesen noch einmal durch den Kopf gehen lassen und dabei wieder spontane Ideen für Modifikationen in seinem Kortex einsammeln, bewerten und auswählen, die er in einen zweiten Entwurf umsetzt. Das geht so lange weiter, bis etwas entstanden ist, mit dem der Künstler zufrieden ist. Bei diesem iterativen Prozess kommen die Rationalität wie auch der spontane Zufall gleich mehrmals zum Einsatz: die Rationalität an allen Stellen des Prozesses, an denen es um die Auswahl zwischen Alternativen und Varianten geht und der Zufall immer dann, wenn es um die Entstehung derselben geht. So wirkt der Zufall zunächst bei der Erzeugung der ersten Grundmuster sowie später bei der Bildung der Änderungsideen, die dem Bewusstsein zur Auswahl angeboten werden. Vielleicht auch ein zweites Mal bei der Auswahl zwischen Alternativen, wenn das Bewusstsein nicht rein rational exakt und klar zwischen den angebotenen Alternativen begründet entscheiden kann oder wenn es gar gleich ohne detaillierte Bewertung spontan aus vorhandenen Alternativen wählt. Ein drittes Mal kommt der Zufall zum Einsatz, wenn der Künstler in seinem Kortex entstandene Entwurfs- oder Änderungsgedanken zu Papier bringt, wobei beim „Abzeichnen“ der Ideen aus dem Kopf verbliebene Freiräume intuitiv vom Künstler gefüllt werden.

Den beschriebenen Gesamtvorgang, über den die vielen, von uns immer wieder bewunderten Kunstwerke entstehen, nennen wir auch die schöpferische Freiheit des Künstlers. Diese produktive Freiheit besitzen wir Menschen aber nun nicht nur im Bereich der Kunst, sondern auch in allen anderen Bereichen unseres Lebens. Sie verleiht uns die schöne Fähigkeit der Kreativität, die uns erlaubt, immer wieder Neues zu schaffen und dabei etwas aus dem Nichts

hervorzubringen: Dinge, die es vorher noch nicht gab und die auch prinzipiell nicht vorher-sagbar waren.

Auch dieses Buch ist auf genau diese Art geworden. Es ist über das vielfach wiederholte kreative Wechselspiel zwischen spontan im Kopf des Autors entstandenen Ideen und der mehr oder weniger rationalen Auswahl daraus durch sein Bewusstsein aus dem Nichts hervorgegangen, wobei natürlich auch manche Idee auf der Strecke geblieben ist. Nicht zu vergessen sind auch die vielen Anregungen von anderen Menschen, die aus dem Wechselspiel von Spontaneität und Rationalität in *deren* kreativen Gehirnen entstanden sind, und für die sich der Autor an dieser Stelle noch einmal herzlich bedankt. Auch die fortlaufenden Überarbeitungen des Werkes, das als zweite überarbeitete Auflage als Netzversion auf der Internetseite des Autors zu finden ist, sind nach diesem Prinzip entstanden. Und ja, auch dieser Absatz verdankt seine Existenz einer spontanen Idee des Autors, die sein Bewusstsein hat durchgehen lassen.

### ***Fassen wir zusammen:***

Die praktische Freiheit eines Individuums basiert auf dem zweistufigen Prozess von Entscheidungen, auf deren erster Stufe Verhaltensoptionen oder Alternativen erzeugt werden und auf deren zweiter Stufe daraus ausgewählt wird. Auch bei anderen Autoren findet man diese Idee von der Freiheit, wie etwa bei dem Philosophen Bob Doyle ([71]) und bei den Biologen Martin Heisenberg ([39], [87]) und Björn Brembs ([38], [47], [51]), die in der Freiheit ebenso einen Zweistufenprozess erkennen. Ferner haben wir gesehen, dass sich in diesem, im Allgemeinen mehrfach wiederholten Zweistufenprozess Freiheit als das Wechselspiel von Spontaneität und Rationalität, oder Zufall und Notwendigkeit realisiert. Freiheit *ist* zwar kein Zufall, wie Brunold in [96] auch feststellt, zumindest nicht nur, sie braucht ihn aber als notwendige Bedingung. Auch die Philosophen Karl Popper und Julian Nida-Rümelin sehen im Indeterminismus unserer Welt, und damit im Zufall, eine notwendige Voraussetzung für die Freiheit (siehe [45] und [102]). Der Autor dieses Buches war zwar in [25] (auf Seite 102) zu dem Schluss gekommen, dass der quantenmechanische Indeterminismus sogar eine hinreichende Bedingung für die Freiheit sei, diese Ansicht muss er aber heute revidieren. Dazu passt auch, was (nach [96], Seite 88) schon Machiavelli in seinem Werk *Der Fürst* vermutet, dass nämlich trotz unseres freien Willens Fortuna (also das Schicksal oder der Zufall) „zur Hälfte Herrin über unsere Taten sein könnte“. ***Die eine Hälfte der Freiheit ist also der Zufall und die andere die Notwendigkeit. Manchmal wirkt Fortuna auch mehr und manchmal auch nur weniger als zur Hälfte mit, wenn sie aber gar nicht ihre Finger im Spiel hat, dann ist es auch keine Freiheit.***

Das genannte Wechselspiel zwischen Zufall und Notwendigkeit macht damit das aus, was wir praktische Freiheit nennen; *wir dürfen deshalb Freiheit mit diesem Wechselspiel gleichsetzen*. Nun hatten wir dieses Wechselspiel aber auch bereits als den Schöpfungsmechanismus ausgemacht, der alles in der Welt werden lässt. Und wenn die Freiheit und der Schöpfungsmechanismus identisch sind, *dann ist es letztendlich die Freiheit, die für alles Werden in der Welt verantwortlich ist*.

Freiheit bewirkt also sehr viel, genau genommen bewirkt sie alles. Man kann auch sagen, Freiheit habe den Zweck, alles in der Welt werden zu lassen. Sie existiert also um der Welt willen, und nicht um ihrer selbst willen, wie das der Philosoph Albert Keller von der Hochschule für Philosophie in München in Vorlesungen schon formuliert hat (siehe z.B. [93] und [25]). Wenn der Schöpfungsmechanismus auch sein eigener Erzeuger wäre, könnte man zwar auch sagen, die Freiheit existiere auch um ihrer selbst willen. Das haben wir aber nicht herausgefunden. Wir wissen nicht einmal, warum es die Konstituenten der Freiheit, den Zufall

und die naturgesetzlichen Notwendigkeiten gibt, wissen aber, dass wir diese aus unserer Welt heraus auch nicht begründen können.

Entgegen der Ansicht vieler Neurophysiologen, einiger anderer Naturwissenschaftler und auch mancher Philosophen, können wir am Ende des Kapitels über die Freiheit und am Ende dieses Buches resümieren, dass Freiheit in unserer Welt tatsächlich existiert, dass diese auf der mikrophysikalischen Spontaneität als einer notwendigen Bedingung basiert, und dass auch wir Menschen praktische Freiheit als Wahl- oder Handlungsfreiheit besitzen. Ferner haben wir erkannt, dass Freiheit dem schöpferischen Wechselspiel von Zufall und Notwendigkeit entspricht und dass es deshalb die Freiheit ist, die alles in der Welt hat werden lassen und immer noch werden lässt.

Mit diesen Ergebnissen sollte sich eigentlich die Grundsatzfrage nach der Existenz von Freiheit in der Welt erübrigen. Es kann nur noch um die Quantität gehen, also um die Frage, wie viel oder wie wenig Freiheit ein Individuum im Einzelfall besitzt. In [47] kommt der Zoologe Björn Brembs zum selben Ergebnis, indem er konstatiert: "The Question is not any more 'do we have free will?'; the question is now: 'how much free will do we have?'" Grund zum Jubeln besteht in dieser Frage allerdings heute noch nicht. Denn das Beispiel mancher zeitgenössischer Hirnforscher gibt nach dem Philosophen Georg Brunold (siehe [96], Seite 200) „zu befürchten, dass die Wissenschaft den metaphysischen Rückwärtsgang eingelegt hat“.

---

## Schlusswort

Bei dem Streifzug durch unser wissenschaftliches Weltbild haben wir allerlei Gereimtes vorgefunden, das uns beim Verstehen unserer Welt hilfreich sein kann. In dem Bestreben, zu erkennen, was die Welt im Innersten zusammenhält, wie es Goethes Dr. Faustus formuliert, und wie alles wird und vergeht, mussten wir uns an den Fronten der Forschung auch gelegentlich mit Vermutungen und Spekulationen begnügen, wie etwa bei den Überlegungen zum Anfang und zum Ende unserer Welt. Auf einigen Gebieten haben wir aber auch Ungereimtheiten ausgemacht, so zum Beispiel bei den klassischen Denkgesetzen, bei den Aussagen zur Quantenmechanik und ihren Interpretationen, auf den Gebieten der Teilchenphysik und der Kosmologie, und natürlich sehr viele bei den vergeblichen Versuchen der Menschen, den Glauben an eine deterministische Welt zu retten. In wesentlichen Teilen dieses Buches ging es um die Widerlegung deterministischer Weltanschauungen, die immer noch weit verbreitet sind. Aus diesen Weltanschauungen erwachsen auch der Irrglaube, die Welt ließe sich zumindest prinzipiell vollständig aus sich selbst heraus erklären, sowie auch die Negation der Freiheit.

Wir haben mannigfach Beweise dafür gefunden, dass es sich beim Determinismus gleich welcher Prägung, dem statischen, dem dynamischen, dem ethischen und auch dem gemäßigten Descartes'schen oder Laplace'schen immer um Irrtümer handelt. Denn ethisch-moralische Gesetze, wie auch die beobachteten Naturgesetze lassen sich niemals vollständig aus unserer immanenten Welt heraus kausal erklären oder letztbegründen. Und auch das dynamische Geschehen in unserer Welt ist nicht lückenlos kausal begründbar, sondern der Gang der Dinge wird immer wieder vom absoluten Zufall beeinflusst und durchkreuzt, der als ontische Größe aus der Mikrophysik herrührt, sich aber auf allen Größenskalen unserer Welt bemerkbar macht. Schließlich sind wir zu dem Schluss gekommen, dass der Zufall oder die Spontaneität neben der naturgesetzlichen Rationalität nicht nur tatsächlich existieren, sondern dass sie zur Erklärung unserer Welt sogar notwendig sind, wie das schon Immanuel Kant in seiner *Kritik der reinen Vernunft* (siehe [11]) postuliert hat und auch Georg Brunold in seinem Buch *Fortu-*

na auf Triumphzug (siehe [96]) bereits im Untertitel *Von der Notwendigkeit des Zufalls* zum Ausdruck bringt.

Das Wechselspiel zwischen ontischem Zufall und naturgesetzlichen Notwendigkeiten haben wir als den Schöpfungsmechanismus erkannt, der alles in der Welt werden lässt. Wenn nun aber in dem Prinzipienpaar aus Zufall und Notwendigkeit auch der Zufall notwendig ist, dann wirken im Schöpfungsmechanismus ausschließlich Notwendigkeiten und man könnte auf dieser Ebene doch wieder von einem (Meta-)Determinismus sprechen; allerdings hat dieser eine ganz andere Qualität als der üblicherweise mit dem Wort Determinismus gemeinte. Man könnte daraus auch induktiv schließen, dass die Welt, wie wir sie heute vorfinden, *nur* mittels des Wechselspiels von Spontaneität und Rationalität hätte werden können und auf keine andere Art, und dass auch jede andere mögliche Welt *nur* auf diese Weise entstehen könnte. Hier sollte man aber besser die Bescheidenheit walten lassen, die Papst Urban VIII. zu Lebzeiten Galileis mit den, bereits im ersten Kapitel dieses Buches zitierten Worten gefordert hat: „Gott kann aufgrund seiner Allmacht jedes gegebene natürliche Phänomen auf viele verschiedene Weisen schaffen... Es ist deshalb vonseiten der Naturphilosophen eine Anmaßung zu behaupten, sie hätten die einzige Lösung gefunden.“

Wir wollen uns hier mit der Feststellung begnügen, dass auf Grund dessen, was wir in unserer Welt beobachten, die Annahme vernünftig ist, dass in ihr tatsächlich alles durch das Wechselspiel der beiden Schöpfungsprinzipien so geworden ist, wie es ist. Wir wollen aber konzedieren, dass es vielleicht auch noch andere Möglichkeiten geben könnte, wie alles hätte werden können; von diesen wissen wir aber nichts. Das als Schöpfungsprinzip erkannte Wechselspiel zwischen Zufall und Notwendigkeit ist deshalb auch „nur“ eine Theorie, mit der wir uns das Werden in der Welt erklären können. Wie jede Theorie, kann sie als brauchbar und nützlich gelten, solange sie als Erklärungsmodell funktioniert, wir uns also mit ihr das Werden in der Welt auch weiterhin gut erklären können. Wenn das einmal nicht mehr der Fall sein sollte, müssten wir uns eine umfassendere oder neue Theorie ausdenken. Bisher hat sich die Theorie aber gut bewährt; von Belastungen, also von Fällen, in denen sie nicht „funktioniert“, weiß der Autor nichts.

Wir wissen aber sicher, dass wir die Schöpfungsprinzipien selbst aus unserer Welt heraus nicht vollständig erklären, oder *letztbegründen* können. Wir können den ontischen Zufall und die Naturgesetze in unserer Welt zwar beobachten, können aber aus unserer Welt heraus nicht erklären, warum es den Zufall gibt und warum die Gesetze genau so sind, wie sie sind, oder besser gesagt, warum wir sie so erkennen, wie wir sie erkennen. Wir wissen ferner, dass wir zwar unsere Welt auch aus einer höherdimensionalen, für uns transzendenten Überwelt heraus beschreiben können – ein Beispiel ist die Stringtheorie – wissen aber auch, dass wir nicht behaupten dürfen, dass es in dieser Überwelt tatsächlich so aussieht wie wir es in der Theorie annehmen. Denn aus rein mathematisch-prinzipiellen Gründen gibt es im Allgemeinen bei gleicher Dimensionalität (z.B. elf Dimensionen wie bei der Stringtheorie) immer sehr viele verschiedene Überwelten, die sich alle auf exakt die gleiche Weise in unsere vier Dimensionen hinein projizieren und sich dort als unsere Welt, genau so wie sie jetzt ist, darstellen würden. Da wir in den höheren Dimensionen keine Beobachtungen anstellen können, können wir nicht herausfinden, welche der möglichen Überwelten zutrifft.

Ferner wissen wir, dass es in jeder noch so hochdimensionalen Welt, immer Phänomene gibt, die sich *nicht* aus ihr heraus erklären oder letztbegründen lassen. Wie viele Dimensionen wir auch immer bemühen, eine abgeschlossene Beschreibung ohne innerweltliche Unerklärlichkeiten werden wir niemals finden. Und da jede endlichdimensionale Welt *expressis verbis* begrenzt ist, können wir daraus schließen, dass es unmöglich ist, etwas Begrenztes wie eben ei-

ne endlichdimensionale Welt vollständig aus etwas Begrenztem heraus zu erklären, eben auch nicht unsere vierdimensionale Welt aus einer hundertdimensionalen. Das gelänge vielleicht in einer unendlichdimensionalen transzendenten Überwelt, in der es unbegrenzt viele voneinander unabhängige Facetten gibt, einer Welt, die alle möglichen Grenzen sprengt, für die es keine Überwelt mehr gibt, und die damit in jeder denkbaren Beziehung grenzenlos wäre. Ob das gelänge, wissen wir natürlich nicht, es wäre nur plausibel. Wir sind aber in guter Gesellschaft mit dem oben in Kapitel 19.2 bereits erwähnten Vorsokratiker Anaximander, der auch schon zu der Überzeugung gekommen war, dass Begrenztes nur in Unbegrenztem begründet sein könne.

Ob es eine solche, wahrlich göttlich unendliche Überwelt wirklich gibt, wissen wir natürlich auch nicht. Möglich ist sie aber durchaus, wir dürfen sie vermuten und auch an sie glauben, wenn wir wollen. In dieser Überwelt könnte man im wahrsten Sinne des Wortes einen transzendenten Himmel sehen, der sich nicht nur im metaphorischen Sinne über uns wölbt, in dem sich alles in Ermangelung weiterer Überwelten von selbst in göttlicher Ordnung erklärt und fügt, in dem der Zufall keine Bedeutung hat und die Zeit sich in der Ewigkeit auflöst, in dem es auch all die, in unserer unbedeutenden vierdimensionalen „Unterwelt“ uns plagenden Probleme und Leiden nicht gibt und in dem damit auch Fortuna ihre Kraft verloren hat. Auch aus naturwissenschaftlicher Sicht dürfen wir an einen solchen Himmel glauben, einfach deshalb, weil er möglich ist, und dürfen uns in ihm natürlich auch Gottheiten vorstellen, wie das die Religionen üblicherweise auch tun. Und da wir wissen, dass auch der Glaube eine schöpferische Kraft besitzt – er kann ja, wie man sagt, Berge versetzen – sei an dieser Stelle Hoimar von Ditfurth zitiert, der in [48] auf Seite 390 die Frage stellt, ob wir uns nicht allein deshalb den Himmel verspielten, weil wir nicht fest genug an ihn glauben.

Wir konnten ferner zeigen, dass man die Identität, Individualität und Autonomie eines Objektes an der Unabhängigkeit der Wellenfunktion dieses Objektes von Beobachtungen in anderen Teilen der Welt festmachen kann. Da aber Wellenfunktionen transzendente Konstrukte sind, ist auch die Individualität eine transzendente Größe. Und das bedeutet, dass auch ein Mensch über seine Individualität mit einer transzendenten jenseitigen Welt verbunden ist, vielleicht mit der gerade geschilderten göttlich unendlichen Überwelt.

Im letzten Teil des Buches hatten wir uns mit dem Begriff der Freiheit beschäftigt und dabei herausgefunden, dass wir Menschen und auch andere Individuen tatsächlich Handlungsfreiheit besitzen, die sich aus dem Wechselspiel von Spontaneität und Rationalität ergibt und mit diesem Schöpfungsmechanismus sogar identisch ist. Und wenn man, wie oben getan, den Schöpfungsmechanismus als Theorie bezeichnet, dann ist zwangsläufig auch das Konzept der praktischen Freiheit eine Theorie, die uns hilft, menschliche Handlungen zu erklären. Auch diese Theorie hat sich bisher bestens bewährt, eine bessere haben wir jedenfalls noch nicht gefunden.

Ohne praktische Freiheit könnte niemand jemals für irgendetwas verantwortlich gemacht werden oder an etwas Schuld haben. Und wenn wir Menschen nach der Ansicht mancher Neurophysiologen keine Freiheit besäßen, dann müssten wir das Schuldfreight aufgeben und nur noch reines Tatstrafrecht walten lassen, oder wir dürften überhaupt niemanden mehr bestrafen. Und weil Freiheit nur in einer nichtdeterministischen Welt möglich ist, folgt daraus auch die erstaunliche Tatsache, dass Schuld und Unschuld *nur deshalb* definiert und voneinander unterschieden werden können, weil es in dieser Welt den Zufall als ontische Größe gibt. Außerdem hatten wir gefunden, dass man bei den Größen Freiheit und Schuld standortabhängig zu unterschiedlichen Ergebnissen kommen kann. Freiheit und Schuld unterliegen damit auch einem Relativitätsprinzip.

Trotz der erdrückenden Beweislage, vertreten immer noch viele Wissenschaftler, vor allem Neurophysiologen, die Meinung, wir bildeten uns die Freiheit nur ein. Freiheit wäre dann etwas rein subjektiv Gefühltes ohne objektive Relevanz. Immanuel Kant war zwar von der Existenz der menschlichen Freiheit überzeugt, die auf der absoluten Spontaneität oder seiner transzendentalen Freiheit gründet, hat aber auch in diese Richtung Gedanken angestellt, und kam in [24] auf Seite 105 ( $\cong$  447-448) zu dem Schluss, dass es für die praktische Freiheit des Menschen auch genügen könnte, wenn er subjektiv davon ausginge, dass es sie gäbe. Träfe das zu, dann müssten wir uns aber auch den ganzen Schöpfungsmechanismus aus Zufall und Notwendigkeit, der ja der Freiheit entspricht, und damit auch die ganze von uns beobachtete Schöpfung nur eingebildet, oder besser gesagt, fiktionalistisch erglaubt haben. Ob die Kraft des Glaubens so weit reicht, ist allerdings bestreitbar. Unbestreitbar ist aber, dass wir uns die Freiheit sicher verspielten, wenn wir *nicht* an sie glaubten. Frei entscheiden, ob wir an die Freiheit glauben wollen oder nicht, können wir allerdings nur, wenn es sie gibt.

---

Ich möchte das Buch mit der Hoffnung schließen, dass es mir gelungen ist, auf den verschiedenen Gebieten der Wissenschaften und der Philosophie einerseits Bekanntes brauchbar zusammengetragen, andererseits aber zur Lösung aufgezeigter Ungereimtheiten auch neue Ideen und Gedanken angeboten und dabei möglichst wenig Fehler gemacht zu haben. Nach der Unschärferelation zwischen Neuheitsgrad und Korrektheit (siehe Ende des Kapitels 15.6.2) wissen wir aber, dass Aussagen *nur dann* die Chance haben, ganz korrekt zu sein, wenn sie nichts wirklich Neues zum Ausdruck bringen. Mit dem Anspruch, das Buch biete auch Neues, muss ich deshalb konzedieren, dass es möglicherweise auch Fehler enthält, für die ich den Leser an dieser Stelle um Nachsicht bitte. Auch bitte ich um Nachsicht für vielleicht inkorrekte Interpretationen von Bekanntem, die mir in dem Buch unterlaufen sein könnten.

## Schrifttum

- [1] Peter Bieri: Analytische Philosophie des Geistes, S. 9; Verlag Königstein 1981.
- [2] Wolf Singer: Widersprüche zwischen Intuition und neurobiologischen Erkenntnissen; Vortrag an der Ludwig-Maximilians-Universität in München, am 16.12.2010.
- [3] Meindert Evers: Descartes versus Leibniz; Kulturgeschichtliche Vorlesungsreihe an der Ludwig-Maximilians-Universität in München, 5.5.2010.
- [4] J. L. Ackrill: Aristoteles, Eine Einführung in sein Philosophieren; Sammlung Göschen 2224, Berlin 1985.
- [5] O. Höfling: Physik, Band II Teil 1, Mechanik, Wärme; 15. Auflage, Ferdinand Dümmlers Verlag, Bonn 1994.
- [6] Hartley Slater: Law of Thought; in: Polimetrica Onlus (Hrsg.), The Language of Science, ISSN 1971-1352.
- [7] Gottfried Wilhelm Leibniz: Monadologie, § 32, S. 27; Reclam Universalbibliothek Nr. 7853, Stuttgart 1998.
- [8] Bertrand Russell: The principles of Mathematics; W.W. Norton, Cambridge 1903.
- [9] Kurt Gödel: Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I; Monatshefte für Mathematik und Physik 38, 1931, S. 173-198.
- [10] Douglas R. Hofstadter: Gödel, Escher, Bach – ein endlos geflochtenes Band; Klett-Cotta Verlag, Stuttgart 1986.
- [11] Immanuel Kant: Kritik der reinen Vernunft; Reclams Universal-Bibliothek Nr. 6461, Philip Reclam jun., Stuttgart 2003 (im Text in Klammern angegebene Seitenzahlen entsprechen denen in der Originalausgabe; A steht für die Erstausgabe von 1881 und B für die Zweitausgabe von 1887).
- [12] Edmund Husserl: Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Philosophie; Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung 1, 1(1913).
- [13] Dirk Cürsgen in: Chr. Schäfer (Hrsg.), Platon-Lexikon, S. 102; Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 2007.
- [14] Alain de Libera: Der Universalienstreit. Von Platon bis zum Ende des Mittelalters; Wilhelm Fink Verlag, München 2005 (Original: La querelle des universaux, 1996).
- [15] Albert Einstein: Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie; Springer-Verlag GmbH, Berlin Heidelberg, 2009.
- [16] Gottfried Beyvers, Elvira Krusch: Kleines 1x1 der Relativitätstheorie, 2. Auflage; Springer-Verlag GmbH, Berlin Heidelberg 2009.
- [17] Wikipedia-Internetlexikon, <http://de.wikipedia.org/wiki/Planck-Zeit>.
- [18] Wikipedia-Bücher, siehe Internetseite [http://de.wikibooks.org/wiki/Die\\_Stringtheorie:\\_Schwingende\\_Teilchen](http://de.wikibooks.org/wiki/Die_Stringtheorie:_Schwingende_Teilchen).
- [19] Brian Greene: Das elegante Universum; Goldmann, München 2006.
- [20] John Gribbin: Auf der Suche nach Schrödingers Katze, 8. Auflage; Piper Verlag München, Juli 2010.
- [21] Paul U. Unschuld: Was ist Medizin? Westliche und Östliche Wege der Heilkunst; C.H. Beck Verlag, München 2003.

- [22] Tamara M. Davis: Verliert das Universum Energie?; Spektrum der Wissenschaften 11/2010, S. 23-29.
- [23] Barbara Merker: Naturalistischer Fehlschluss, in: Hans Jörg Sandkühler (Hrsg.), Enzyklopädie Philosophie, Bd. 1, A-N, S. 914 f; Meiner Verlag, Hamburg 1999.
- [24] Immanuel Kant: Grundlegung zur Metaphysik der Sitten; Reclam Universalbibliothek Nr. 4507, Philip Reclam, Stuttgart 2004 (im Text in Klammern angegebene Seitenzahlen entsprechen denen in der Originalausgabe).
- [25] Gunter Berauer: Freiheit, die ich meine, und was von der Freiheit übrig blieb – Ein wissenschaftliches Gemälde um den Begriff der Freiheit, zweite, überarbeitete und erweiterte Auflage ; LIT Verlag, Berlin 2008; Netzversion auf [www.berauer.org](http://www.berauer.org).
- [26] Richard Feynman: Quantenelektrodynamik, 4. Auflage; Oldenbourg Verlag 1997.
- [27] Anton Hügli und Paul Lübcke (Hg.): Philosophielexikon, Personen und Begriffe der abendländischen Philosophie von der Antike bis zur Gegenwart, S. 315 f; Rowohlt Verlag, Reinbek 1991.
- [28] H.D. Lüke: Signalübertragung, 3. erweiterte Auflage; Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York Tokyo, 1985
- [29] Eckard Rebhan: Theoretische Physik I, Kapitel 5.13 Symmetrien und Erhaltungssätze; Spektrum Verlag 2006.
- [30] Rudolf Seising, Menso Folkerts, Ulf Hashagen (Hrsg.): Form, Zahl, Ordnung; Festschrift für Ivo Schneider zum 65. Geburtstag; Boethius Band 48, Franz Steiner Verlag 2004.
- [31] Wikipedia-Internetlexikon, Seite <http://de.wikipedia.org/wiki/Halteproblem>.
- [32] Günther Hasinger, Bernulf Kanitscheider: Grenzen der Erkenntnis, Themenabend Kosmologie; Bayrische Staatsbibliothek, 28.2.2011.
- [33] Johri, Kalligas, Singh, Everitt: Gravitational Energie in the Expanding Universe; General Relativity and Gravitation, Vol. 27, No. 3, 1995.
- [34] Alan Guth: Die Geburt des Kosmos aus dem Nichts; Droemer-Knauer Verlag, München 2002.
- [35] Stephan W. Hawking: Eine kurze Geschichte der Zeit; Rowohlt Verlag, Rheinbeck bei Hamburg, 1989.
- [36] Michael Pauen: Eine Frage der Selbstbestimmung; Spektrum der Wissenschaften März 2011, S 68-72.
- [37] Thomas Buchert: Lecture Notes zur Vorlesung „Newtonsche und Relativistische Kosmologie“ an der Ludwig-Maximilians-Universität, München, Wintersemester 2004/5.
- [38] Björn Brembs et al: Order in Spontaneous Behaviour; Internet Seite <http://www.plosone.org/article/info:doi/10.1371/journal.pone.0000443>.
- [39] Martin Heisenberg: Initiale Aktivität und Willkürverhalten bei Tieren; Naturwissenschaften 70, S. 70-77, Springer-Verlag 1983.
- [40] Lee Smolin: Die Zukunft der Physik, Probleme der Stringtheorie und wie es weitergeht; Deutsche Verlagsanstalt, München 2006.
- [41] Dieter Hattrup: Darwins Zufall oder wie Gott die Welt erschuf; Verlag Herder GmbH, Freiburg im Breisgau 2008.
- [42] Viktor E. Frankl: Die Sinnfrage in der Psychotherapie; Piper Verlag, München 1981.

- [43] A. A. Milne: The Chrisopher Robin Story Book; Metuen & Co. Ltd., London 1936.
- [44] Wikipedia-Internetlexikon, Schlagwort „Ding an sich“, [http://de.wikipedia.org/wiki/Ding\\_an\\_sich](http://de.wikipedia.org/wiki/Ding_an_sich).
- [45] Karl Popper: Logik der Forschung; Herausgegeben von Herbert Keuth; Akademie Verlag, Berlin 2004.
- [46] Karen Gloy: Grundlagen der Gegenwartsphilosophie; Wilhelm Fink Verlag, Paderborn 2006.
- [47] Björn Brembs: Towards a scientific concept of free will as a biological trait: spontaneous actions and decision-making in invertebrates; siehe Internet-Veröffentlichung <http://rspb.royalsocietypublishing.org/content/278/1707/930.full>
- [48] Hoimar von Ditfurth: Innenansichten eines Artgenossen; Claassen Verlag GmbH, Düsseldorf 1989.
- [49] Thomas Görnitz: Quanten sind anders; Spektrum Akademischer Verlag GmbH, Heidelberg, Berlin 1999.
- [50] Jürgen Habermas: Theorie des kommunikativen Handelns; Suhrkamp, Frankfurt am Main 2006.
- [51] Ulrich Ponters: Die Freiheit der Fruchtfliege; Interview mit dem Biologen Björn Brembs, Süddeutsche Zeitung vom 10.2.2011.
- [52] Karen Gloy: Zeit, Eine Morphologie; Verlag Karl Alber, Freiburg/München 2006.
- [53] Leonard Mlodinow: Wenn Gott würfelt; Rowohlt Verlag GmbH, Reinbeck bei Hamburg, 2009.
- [54] Wikipedia-Internetlexikon, Stichwort „Evolutionäre Erkenntnistheorie“, und dort angegebene Literatur.
- [55] Wikipedia-Internetlexikon Seite [http://de.wikipedia.org/wiki/Pierre\\_de\\_Fermat](http://de.wikipedia.org/wiki/Pierre_de_Fermat).
- [56] Wikipedia-Internetlexikon Seite <http://de.wikiversity.org/wiki/Kurs:Syllogismen>.
- [57] Michael Pauen, Gerhard Roth: Freiheit, Schuld und Verantwortung. Grundzüge einer naturalistischen Theorie der Willensfreiheit; Suhrkamp Verlag, Frankfurt am Main 2008.
- [58] V. B. Johri und G. P. Sing: Gravitational Energy in Brans-Dicke cosmological models; Pramana Journal of Physics, Vol. 52, No. 2, February 1999, pp. 121-126.
- [59] Martin Heidegger: Vom Wesen der menschlichen Freiheit, Gesamtausgabe II. Abteilung: Vorlesungen 1923-1944, Band 31; Vittorio Klostermann GmbH, Frankfurt am Main, 1994.
- [60] Paul Davies: Prinzip Chaos. Die neue Ordnung des Kosmos; Goldmann Verlag, München 1991.
- [61] Wikipedia-Internetlexikon, Internet-Seite: [http://de.wikipedia.org/wiki/Deterministisches\\_Chaos](http://de.wikipedia.org/wiki/Deterministisches_Chaos).
- [62] Wikipedia-Internetlexikon, Internet-Seite: <http://de.wikipedia.org/wiki/Apollinisch-dionysisch>.
- [63] Jan Aertsen, Martin Pickavé: Herbst des Mittelalters; Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Berlin 2004.
- [64] Michael Esfeld: Das Wesen der Natur; Spektrum der Wissenschaft, Juni 2011, Seiten 64-58.

- [65] Gunter Berauer: Zur Berechnung der Verbundverteilungsdichten beliebig verarbeiteter endlicher Zufallsprozesse; Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik, Band 33 (1979), Seiten 125-129.
- [66] Karl Eibl: Gene, Synapsen, Meme – die natürliche Herausforderung an den Kulturbegriff; Vortrag im Rahmen der Vortragsreihe „Kunst, Kultur, Geschichte“ an der Ludwig-Maximilians-Universität München am 3.5.2011.
- [67] Siehe Internetseite <http://www.holographie-online.de/wissen/grundlagen/wellennatur/wellennatur.html>.
- [68] Semjon Stepanow: Relativistische Quantentheorie; Springer-Verlag Berlin, Heidelberg 2010.
- [69] Siehe Wikipedia-Internetlexikon, Internetseite <http://de.wikipedia.org/wiki/Schrödingergleichung>.
- [70] Siehe Wikipedia-Internetlexikon, Internetseite [http://de.wikipedia.org/wiki/Kopenhagener\\_Deutung](http://de.wikipedia.org/wiki/Kopenhagener_Deutung).
- [71] Bob Doyle, The Information Philosopher: Free Will, The Scandal in Philosophy; I-Phi Press, Cambridge, MA, USA 2011.
- [72] Johann Rafelski, Berndt Müller: Die Struktur des Vakuums; Verlag Harri Deutsch, Thun 1985.
- [72] Jaques Monod: Zufall und Notwendigkeit; Deutsche Übersetzung von Friedrich Griesse, Piper Verlag, München 1971.
- [73] Vlatko Vedral: Leben in der Quantenwelt; Spektrum der Wissenschaft, September 2011, Seiten 32-38.
- [74] John S. Bell: On the problem of hidden variables in Quantum Mechanics. In: Reviews of Modern Physics, Bd. 1966, S. 447
- [75] Amos Drobisch: Das EPR-Gedankenexperiment, die Bellsche Ungleichung und der experimentelle Nachweis von Quantenkorrelationen, RWTH Aachen 2009
- [76] William K. Wootters und Wojciech H. Zurek: A single quantum cannot be cloned; Nature 299 (1982), Seiten 802-803.
- [77] Hans Lohninger: Grundlagen der Statistik; zu finden z.B. unter [http://www.statistics4u.com/fundstat\\_germ/cc\\_central\\_limit.html](http://www.statistics4u.com/fundstat_germ/cc_central_limit.html).
- [78] Hoimar von Ditfurth: Wir sind nicht nur von dieser Welt; Hoffmann und Kampe, Hamburg 1981.
- [79] Pascual Jordan: Die Physik und das Geheimnis des organischen Lebens; Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig 1948.
- [80] Leon Brillouin: Negentropy Principle of Information; Journal of Applied Physics, Band 24 (1953), Seiten 1152-1163.
- [81] Axel Hutter: Metaphysik und Metaphysik-Kritik; Vorlesung an der Ludwig-Maximilians-Universität in München, Wintersemester 2009/2010.
- [82] Madhusree Mukerjee: Duale Strings – Elemente einer allumfassenden Theorie?; Spektrum der Wissenschaft, März 1996.
- [83] Bayerischer Rundfunk, Bayern 2: Urknall und Schöpfung; gesendet am 8.12.2011.
- [84] Roman und Hannelore Sexl: Weiße Zwerge, Schwarze Löcher; Rowohlt Taschenbuchverlag GmbH, Reinbeck bei Hamburg, 1975.

- [85] Michael Springer: Das Weltall wimmelt von Wohnstätten, fast jeder Stern hat mehrere Begleiter; Spektrum der Wissenschaft, März 2012, S. 22.
- [86] Alexander Stirn, Luigi Bignami: Wird das Universum ständig neu geboren?; P.M. Magazin, Oktober 2011, S. 22-27. Darin beziehen sich die Autoren auf eine Original-Veröffentlichung von Vahe Guardyan und Roger Penrose, zu finden unter <http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1011/1011.3706.pdf>.
- [87] Martin Heisenberg: Is free will an illusion? Nature, Band 459, May 2009, Seiten 164-165.
- [88] Deepak Chopra, Leonid Mlodinow: Schöpfung oder Zufall; Arkana Verlag, München 2012.
- [89] Max von Schenkendorf: Freiheit, die ich meine; Deutsche Studentenlieder, Taschenkommersbuch, Seite 14; Moritz Schauenburg Verlag, Lahr 1973.
- [90] Claus Kiefer: Auf dem Weg zur Quantengravitation; Spektrum der Wissenschaft, April 2012, Seiten 34-43.
- [91] Thomas und Brigitte Görnitz: Der kreative Kosmos; Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 2002.
- [92] Paul Kalbhen: Glaube und Naturwissenschaft: Widerspruch oder Ergänzung; BoD Autorenverlag, Norderstedt, 2. Auflage, April 2011.
- [93] Albert Keller: Freiheit als Grundwert; Politische Studien 412, Hanns Seidel Stiftung, März/April 2007.
- [94] Wikipedia-Internetlexikon, Seite <http://de.wikipedia.org/wiki/Schwarzschild-Metrik>.
- [95] Werner Kinnebrock: Was macht die Zeit, wenn sie vergeht; Beck'sche Reihe, #5025, C.H. Beck Verlag, München 2012.
- [96] Georg Brunold: Fortuna auf Triumphzug, Von der Notwendigkeit des Zufalls; Verlag Galiani, Berlin 2011.
- [97] Gert-Ludwig Ingold: Quantentheorie. Grundlagen der modernen Physik, 4. Auflage; C.H. Beck Verlag, München 2008.
- [98] Alexander von Pechmann: Geschichte des Materialismus; Vorlesung an der Ludwig-Maximilians-Universität München, Sommersemester 2012.
- [99] Günter Zöller: Diesseits von Gut und Böse. Zur Theorie der Freiheit bei Kant und im deutschen Idealismus; Vorlesung an der Ludwig-Maximilians-Universität München, Sommersemester 2005.
- [100] Gerhard Vollmer: Evolutionäre Erkenntnistheorie; S. Hirzel-Verlag, Stuttgart, 2002.
- [101] Martin Thurner: Möglichkeiten und Grenzen menschlicher Erkenntnis; Vorlesung an der Ludwig-Maximilians-Universität München, Wintersemester 2008/2009.
- [102] Julian Nida-Rümelin: Über menschliche Freiheit; Reclams Universalbibliothek Nr. 18365, Philip Reclam jun., Stuttgart 2005.
- [103] Alex Vilenkin: Kosmologische Doppelgänger; Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 2008
- [104] Wikipedia: Higgs-Mechanismus; <https://de.wikipedia.org/wiki/Higgs-Mechanismus>
- [105] Wikipedia: Friedmann-Gleichungen; <https://de.wikipedia.org/wiki/Friedmann-Gleichungen>

- [106] Wikipedia: Dunkle Energie; <https://de.wikipedia.org/wiki/Dunkle-Energie>
- [107] Dieter Egger: Hyper-Kugeln und ihre Oberflächen. Auf dem Weg zu einer anschaulichen Kosmologie, TU München 2008, Internet: [dl2mie.darc.de](http://dl2mie.darc.de).

### **Anschrift des Autors**

Dr. Gunter Berauer  
Albert-Schweitzer-Straße 36  
D-81735 München  
Tel: +4989 672544; +49170 2267501  
E-Mail: [gunter.berauer@t-online.de](mailto:gunter.berauer@t-online.de) oder [gunter@berauer.org](mailto:gunter@berauer.org)  
Webseite: [www.berauer.org](http://www.berauer.org)